第 49 卷第 3 期
2024 年 5 月

声 学 学 报
ACTA ACUSTICA

Vol. 49, No. 3
May, 2024

纪念王威琪院士诞辰 85 周年

利用低声速沉积层反射特性线性反演地声参数*

黎章龙[1,2] 胡长青[1] 赵 梅[1†] 杨雪峰[1]

(1 中国科学院声学研究所东海研究站 上海 201815)
(2 中国科学院大学 北京 100049)

2023 年 2 月 20 日收到
2023 年 3 月 27 日定稿

摘要 为提高反演效率和降低地声参数耦合, 提出一种线性反演低声速沉积层地声参数的方法。从类线性声速剖面的两层海底平面波反射系数出发, 分析了全透射角及全透射角下最大反射损失、干涉条纹等反射特性与各相关地声参数的关系, 并构建了相应的代价函数。结合敏感性分析和分步反演策略, 分步反演了低声速沉积层地声参数。该方法适用于低声速沉积层声速梯度恒定的情况。利用新英格兰泥地实验部分海底反射损失数据进行了实验验证。实验反演结果与相关跨维反演结果基本一致, 反演误差分别为声速比 0.1%, 密度比 0.3%, 吸收系数 14.6%, 声速梯度为 15.8%。反演效果显示, 该方法一定程度上规避了部分地声参数间的耦合, 且可给出决定类线性声速剖面形状的幂次项的最佳估计。

关键词 沉积层, 声速剖面, 地声参数, 线性反演

PACS 数 43.30 **DOI:** 10.12395/0371-0025.2023021

Linear inversion of geoacoustic parameters using reflection characteristics of sediment layer with low sound speed

LI Zhanglong[1,2] HU Changqing[1] ZHAO Mei[1†] YANG Xuefeng[1]

(1 *Shanghai Acoustics Laboratory*, *Chinese Academy of Sciences* Shanghai 201815)
(2 *University of Chinese Academy of Sciences* Beijing 100049)

Received Feb. 20, 2023
Revised Mar. 27, 2023

Abstract In order to improve the inversion efficiency and reduce the coupling of the geoacoustic parameters, a linear inversion method of the geoacoustic parameters of sediment layer with low sound speed is proposed. Based on the reflection coefficient of the plane wave of the two-layer seafloor from the quasi-linear sound speed profile, the relationship between the different reflection characteristics and the relevant geoacoustic parameters is analyzed, including the angle of intromission and the maximum reflection loss at the angle of intromission, interference fringe, and the corresponding cost function is constructed. Combined with sensitivity analysis and stepwise inversion strategy, geoacoustic parameters of sedimentary layer with low sound speed are inversed step by step. This method is applicable to the case that the sound speed gradient of the low sound speed sediment layer is constant. The method is verified by part of the measured seabed reflection loss data from the new England mud patch. The inversion results are basically consistent with the relevant trans-dimensional inversion results, the inversion error is 0.1% for the sound velocity ratio, 0.3% for the density ratio, 14.6% for the absorption coefficient, and 15.8% for the sound speed gradient. The proposed method not only effectively weakens the coupling between some geoacoustic parameters, but also gives the best estimate of the power term that determines the shape of the quasi-linear sound speed profile.

Keywords Sediment layer, Sound speed profile, Geoacoustic parameter, Linear inversion

* 国家自然科学基金项目 (12004414) 资助
† 通讯作者: 赵梅, zhaomei@mail.ioa.ac.cn

引言

地声参数对海洋声传播有重要影响, 声学反演方法是简单高效地获取地声参数的重要手段。在基于模型的地声反演过程中, 需要设定海底模型, 为简化反演过程, 一般假设海底是均匀分层的。在海底存在梯度的情况下, 这种假设可能会导致模型失配, 使部分等效反演结果失效[1]。国内外对非均匀海底反演开展了许多研究, 但往往通过阻抗传递矩阵进行反演[2-3], 基于贝叶斯理论的跨维反演也是以阻抗传递作为物理约束[4-7], 又或是探讨非均匀海底对水中声场其他物理量的影响进而设计反演方法[6,8-11], 鲜有基于具有假设分布的非均匀海底反射系数进行反演[12], 而在此基础上的线性反演方法更少。

近年来, 国外针对英格兰泥地进行了大量的地声反演研究和底质调查工作[4-6,8,13-17], 结果表明该海域有着稳定的过渡层, 其海底声速梯度相对稳定, 可用一定的分布来描述地声参数在深度上的变化。地声参数的假设分布不能完全应对实际海底的复杂情况, 但可导出具有假设分布的非均匀海底的反射系数解析表达式, 为非均匀海底的地声反演研究提供了高效的前向物理模型[18-21]。

海底梯度给地声反演带来更高的反演维度, 而多维反演会带来参数敏感性差异、参数耦合和计算效率低下等问题[1]。分步反演[22] 或联合反演[23] 可解决多维反演带来的问题, 本文在反演策略上借鉴了相关工作。

本文基于 Ainslie[19] 推导的类线性剖面的两层海底平面波反射系数, 提出了一种利用全透射反射特性获取低声速沉积层地声参数的反演方法。利用新英格兰泥地实验 (SWAMI) 部分海底反射损失数据进行了实验验证, 并与相关地声反演研究结果进行对比, 本文方法的反演结果与部分跨维反演结果基本一致, 证实了反演方法的有效性。本文反演方法相比多维反演过程, 更为简便、快速, 一定程度上规避了部分地声参数间的耦合, 且可给出决定类线性声速剖面形状的幂次项的最佳估计。

1　存在声速梯度的两层海底反射

1.1　类线性剖面的两层海底平面波反射系数

存在声速梯度的两层海底模型如图 1 所示。假设沉积层具有随深度单调变化的声速, 即

$$c_s'(z) = (c_s(0) - i\delta_s(0))[1 + ng_c z/(c_s(0) - i\delta_s(0))]^{1/n}, \quad (1)$$

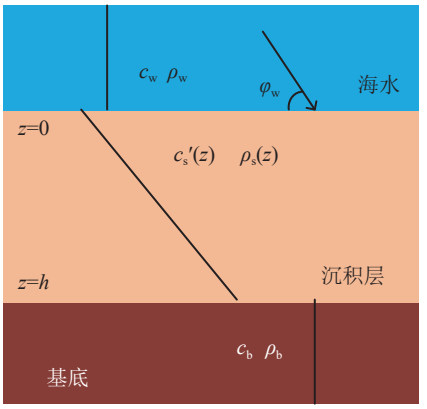

图 1　沉积层含声速梯度的两层海底模型示意图

其中

$$\delta_s(0) = \frac{c_s(0)\alpha_s}{2\pi \times 8.686},$$

n 为声速剖面的幂次项。密度剖面表示为

$$\rho_s(z) = \rho_s(0)\mathrm{sech}^2(\alpha z/2)\{1 - [g_\rho/\alpha\rho_s(0)]\tanh(\alpha z/2)\}^{-2}. \quad (2)$$

φ_w 为入射掠射角。其他参数说明见表 1。

Ainslie[19] 在式 (1) 和式 (2) 的条件下, 基于广义 WKB 近似和平面波反射系数级数形式, 给出了相应的两层海底平面波反射系数表达式的简易形式:

$$V = \frac{p_s^-(h)[Z_{ws} - f^+(0)][Z_{sb}f^-(h) + 1] + p_s^+(h)[Z_{ws} + f^-(0)][Z_{sb}f^+(h) - 1]}{p_s^-(h)[Z_{ws} + f^+(0)][Z_{sb}f^-(h) + 1] + p_s^+(h)[Z_{ws} - f^-(0)][Z_{sb}f^+(h) - 1]}. \quad (3)$$

该反射系数模型适用于海底声速剖面单调变化且变化相对缓慢的情况, 其中 Z_{ws} 和 Z_{sb} 分别是海水−沉积层界面、沉积层−基底界面的阻抗比, $p_s^+(z)$ 和 $p_s^-(z)$ 分别为下行和上行的波函数, $f^+(z)$ 和 $f^-(z)$ 分别是对应波函数的修正函数, 以修正波函数形式满足存在声速和密度变化时的 Helmholtz 方程。Z_{ws} 和 Z_{sb} 的具体形式为

$$Z_{ws} = \frac{\rho_s(0)c'_s(0)\sin\varphi_w}{\rho_w c_w\sqrt{1 - \left(\frac{c'_s(0)}{c_w}\cos\varphi_w\right)^2}}, \quad (4a)$$

$$Z_{sb} = \frac{\rho_b c_b\sqrt{1 - \left(\frac{c'_s(h)}{c_w}\cos\varphi_w\right)^2}}{\rho_s(h)c'_s(h)\sqrt{1 - \left(\frac{c_b}{c_w}\cos\varphi_w\right)^2}}. \quad (4b)$$

表 1 地声参数说明

参数	符号	数值
海水声速 (m/s)	c_w	1500.00
海水密度 (g/cm^3)	ρ_w	1.00
沉积层表面声速 (m/s)	$c_s(0)$	1480.00
沉积层表面密度 (g/cm^3)	$\rho_s(0)$	1.65
沉积层吸收系数 (dB/λ)	α_s	0.20
沉积层厚度 (m)	h	20
沉积层声速梯度 (s^{-1})	g_c	5.0
沉积层密度梯度 ((g/cm^3)/m)	g_ρ	0.001
密度剖面常数	α	0.001
基底声速 (m/s)	c_b	1800.00
基底密度 (g/cm^3)	ρ_b	2.00

波函数 $p_s^+(z)$ 和 $p_s^-(z)$ 具体形式为

$$p_s^+(z) \approx \frac{[\phi(z)\rho_s(z)/\Gamma_s(z)]^{1/2}H_{1/3}^{(2)}[\phi(z)]}{[\phi(0)\rho_s(0)/\Gamma_s(0)]^{1/2}H_{1/3}^{(2)}[\phi(0)]}, \tag{5a}$$

$$p_s^-(z) \approx \frac{[\phi(z)\rho_s(z)/\Gamma_s(z)]^{1/2}H_{1/3}^{(1)}[\phi(z)]}{[\phi(0)\rho_s(0)/\Gamma_s(0)]^{1/2}H_{1/3}^{(1)}[\phi(0)]}, \tag{5b}$$

其中, $H_v^{(1)}$ 和 $H_v^{(2)}$ 为 Hankel 函数; 对应的修正函数 $f^+(z)$ 和 $f^-(z)$ 为

$$f^+(z) \approx \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/6}\frac{\Gamma_s(z)H_{2/3}^{(2)}[\phi(z)]}{k_s(z)H_{1/3}^{(2)}[\phi(z)]} - \mathrm{i}\frac{\mathrm{d}\rho_s/\mathrm{d}z}{2k_s(z)\rho_s(z)}, \tag{6a}$$

$$f^-(z) \approx \mathrm{e}^{+\mathrm{i}\pi/6}\frac{\Gamma_s(z)H_{2/3}^{(1)}[\phi(z)]}{k_s(z)H_{1/3}^{(1)}[\phi(z)]} + \mathrm{i}\frac{\mathrm{d}\rho_s/\mathrm{d}z}{2k_s(z)\rho_s(z)}. \tag{6b}$$

沉积层内的相位 $\phi(z)$ 表示为

$$\phi(z) = \int_z^{z_T}\Gamma_s(z)\mathrm{d}z, \tag{7}$$

式中, $\Gamma_s(z)$ 为沉积层内垂直波数的修正形式, 引入了密度剖面的影响, 即

$$\Gamma_s^2(z) = k_s^2(z) + \frac{\mathrm{d}^2\rho_s/\mathrm{d}z^2}{2\rho_s(z)} - \frac{3}{4}\left(\frac{\mathrm{d}\rho_s/\mathrm{d}z}{\rho_s(z)}\right)^2, \tag{8}$$

其中, $k_s(z)$ 为沉积层内垂直波数, 即

$$k_s^2(z) = \omega^2\left(\frac{1}{c'_s{}^2(z)} - \frac{\cos^2\varphi_w}{c_w^2}\right), \tag{9}$$

ω 为角频率。

Ainslie[19] 给出了类线性声速剖面下的 $\phi(z)$ 相位积分近似表达式:

$$\phi(z)\frac{\omega}{g_c}\cos^{n-1}\theta_s(0) = \int_0^{\theta_s(z)}\sin^2\theta\cos^{n-2}\theta\mathrm{d}\theta \equiv G_n[\theta_s(z)], \tag{10}$$

其中, $\theta_s(z)$ 为引入密度剖面影响的修正沉积层掠射角, 即

$$\theta_s(z) = \arccos\left[\frac{c'_s(z)}{\omega}\sqrt{\frac{\omega^2}{c'_s{}^2(z)}\cos^2\varphi_s(z) + \frac{\alpha^2}{4}}\right]. \tag{11}$$

当 $n \neq +2$ 时, $G_n[\theta_s(z)]$ 具有如下递推关系:

$$nG_n(x) = \tan^3 x\cos^n x + (n-3)G_{n-2}(x). \tag{12}$$

表 2 给出了不同 n 下的 $G_n[\theta_s(z)]$ 形式, 其中 $\Theta_1(x)$ 和 $\Theta_2(x)$ 形式如下:

$$\Theta_1(x) = \ln\tan(\pi/4 + x/2), \tag{13a}$$

$$\Theta_2(x) = [\Theta_1(x) + \tan x\sec x]/2. \tag{13b}$$

利用表 1 参数和式 (3) 计算线性声速剖面 ($n = +1$) 反射损失 $-20\log_{10}|V|$, 如图 2 所示。低声速沉积层存在声速梯度时, 相比等声速, 海底反射损失在全透射角处出现了明显的差异, 一是全透射角是频率的函数, 二是在全透角上随频率变化会出现一个最大的反射损失。下面将基于式 (3) 导出的全透射角、全透射角下的最大反射损失以及干涉结构等表达式, 结合地声参数分析反射特性。

表 2 不同 n 下的 $G_n[\theta_s(z)]$ 形式

n	$G_n[\theta_s(z)]$
−3	$\{\tan\theta_s(z)\sec^3\theta_s(z) - \Theta_1[\theta_s(z)]\}/4$
−2	$\tan^3\theta_s(z)/3$
−1	$\Theta_2[\theta_s(z)] - \Theta_1[\theta_s(z)]$
0	$\tan\theta_s(z) - \theta_s(z)$
+1	$\Theta_1[\theta_s(z)] - \sin\theta_s(z)$
+2	$[2\theta_s(z) - \sin 2\theta_s(z)]/4$
+3	$\sin^3\theta_s(z)/3$

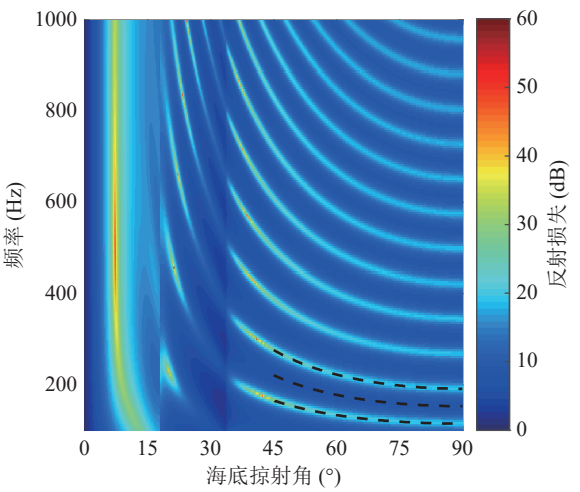

图 2 低声速沉积层存在梯度下的海底反射损失 (黑色虚线为式 (24) 计算的理论干涉条纹)

1.2 不同反射特性与地声参数关系

1.2.1 全透射角 φ_{wt}

设海水掠射角满足小掠射条件 φ_w<Re{arccos[c_w/

$c'_s(h)]\}$, 此时在 $z=h$ 界面上, 上行声压远大于下行声压, $p_s^-(h) \gg p_s^+(h)$, 如图 3 所示。此时式 (3) 可近似表示为

$$V \approx \frac{p_s^-(h)[Z_{ws}-f^+(0)][Z_{sb}f^-(h)+1]}{p_s^-(h)[Z_{ws}+f^+(0)][Z_{sb}f^-(h)+1]} = \frac{Z_{ws}-f^+(0)}{Z_{ws}+f^+(0)}. \quad (14)$$

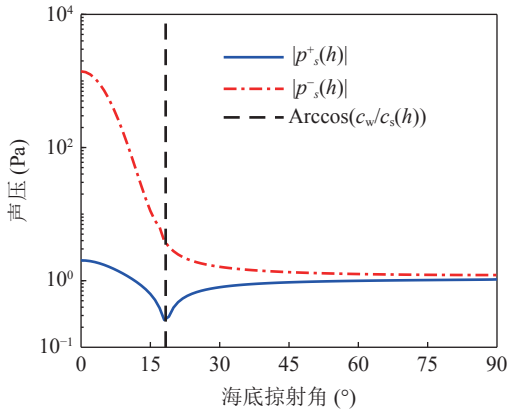

图 3　500 Hz 上下行声压随掠射角的变化 (黑色虚线为海水–沉积层底部临界角)

一般情况下密度剖面对于海底反射损失的影响较小[19-20], 设沉积层密度恒定, 进一步简化式 (14)。令 $\rho_s(z)=\rho_s(0)=\text{const}$, 后文讨论亦如此。此时 $\Gamma_s(z)=k_s(z)$, 修正函数分别为

$$f^+(0) \approx e^{-i\pi/6}\frac{H^{(2)}_{2/3}[\phi(0)]}{H^{(2)}_{1/3}[\phi(0)]}, \quad (15a)$$

$$f^-(0) \approx e^{i\pi/6}\frac{H^{(1)}_{2/3}[\phi(0)]}{H^{(1)}_{1/3}[\phi(0)]}. \quad (15b)$$

而沉积层内掠射角为

$$\theta_s(z) = \arccos\left[\frac{c'_s(z)}{c_w}\cos\varphi_w\right]. \quad (16)$$

式 (14) 类似于海水–沉积层界面的瑞利反射系数, 修正函数 $f^+(0)$ 则描述了全透射角 φ_{wt} 随频率和声速梯度的变化。

同一频率下, 当声波以角度 φ_{wt} 入射到海水–沉积层界面时, 不会发生反射, 声波全部透射进沉积层内, 此时反射系数为 0, 透射系数为 1, φ_{wt} 被定义为全透射角。发生全透射必须要求海水–沉积层满足 $c_w\rho_w < c_s\rho_s$, 且 $c_w > c_s$。对于式 (14), $|Z_{ws}-f^+(0)|$ 在 $\varphi_w=\varphi_{wt}$ 时取最小值。$f^+(0)$ 由相位 $\phi(0)$ 决定, 而 $\phi(0)$ 不仅与沉积层表面的声速、密度、吸收系数有关, 还与频率和声速梯度有关。在保持 φ_{wt} 和其他参数不变的情况下, Z_{ws} 与频率、声速梯度无关而保持不变, $\phi(0)$ 随着频率的减小或声速梯度的增大而减小, 使得 $f^+(0)$ 增大, 此时需增大 φ_{wt} 以增大 Z_{ws} 和减小 $f^+(0)$, 从而使 $|Z_{ws}-f^+(0)|$ 重新取最小值, 如图 4 所示。

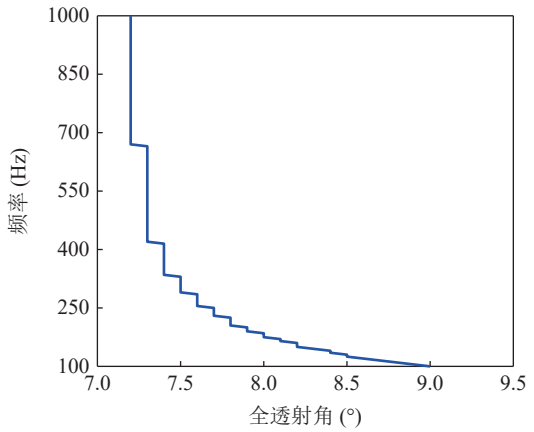

图 4　全透射角随频率的变化

当 $\omega \to \infty$ 或 $g_c \to 0$ 时, $|\phi(z)| > 25$, Hankel 函数可用渐进形式表示。此时, $|Z_{ws}-f^+(0)| \approx |Z_{ws}-1|$, 等同于等声速层情况, φ_{wt} 不再与频率和声速梯度有关, 令 $\text{Re}\{|Z_{ws}-1|\}=0$, 结合式 (4a) 可得全透射角为

$$\varphi_{wt} = \arccos\left[\frac{\sqrt{c_w^2\rho_w^2-\rho_s^2(c_s(0)+i\delta_s(0))^2}}{\sqrt{(\rho_w^2-\rho_s^2)(c_s(0)+i\delta_s(0))^2}}\right]. \quad (17)$$

通过实测数据提取到高频下的全透射角时, 即可根据式 (17) 反演沉积层表层的声速、密度及吸收系数。在实际情况下, 沉积层的厚度和声速梯度需要满足:

$$g_c h > c_w\frac{\sqrt{(\rho_w^2-\rho_s^2)(c_s(0)+i\delta_s(0))^2}}{\sqrt{c_w^2\rho_w^2-\rho_s^2(c_s(0)+i\delta_s(0))^2}} - c_s(0), \quad (18)$$

以确保反射损失存在全透射角, 而不被海水–沉积层底部临界角所掩盖。这也意味着沉积层要有足够大的厚度或声速梯度。

1.2.2　透射频率 ω_t

图 2 中, 角度满足全透射角时, 在频率 550 Hz 处, 出现了带宽内最大的反射损失。假设海水掠射角满足全透射角, 代入 $|Z_{ws}-f^+(0)|$, 得

$$|Z_{ws}-f^+(0)|_{\varphi_w=\varphi_{wt}} = \left|\frac{\rho_s c'_s(0)\sin\varphi_{wt}}{\rho_w c_w\sqrt{1-\{[c'_s(0)/c_w]\cos\varphi_{wt}\}^2}} - e^{-i\pi/6}\frac{H^{(2)}_{2/3}[\phi(0)]}{H^{(2)}_{1/3}[\phi(0)]}\right|. \quad (19)$$

以线性声速剖面 ($n=+1$) 情况为例, 此时海水–沉积层界面相位为

$$\phi(0)=\frac{\omega}{g_c}\left[\ln\left(\tan\left\{\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}\arccos\left[\frac{c_s'(0)}{c_w}\cos\varphi_{wt}\right]\right\}\right)-\sqrt{1-\left[\frac{c_s'(0)}{c_w}\right]^2\cos^2\varphi_{wt}}\right]. \tag{20}$$

假设已获取全透射角, 而沉积层表面声速、密度和吸收系数已通过式 (17) 获取时, 式 (19) 由声速梯度和频率决定。因为 Z_{ws} 不随频率和声速梯度变化, 而 $f^+(0)$ 的实虚部随着频率增大或声速梯度的减小而呈单调减小和单调增大, 如图 5 所示, 所以存在某一声速梯度和频率的组合下的 $\phi(0)$ 使式 (19) 取最小值。由图 5 可知, Z_{ws} 和 $f^+(0)$ 随频率变化时, 其虚部曲线在 550 Hz 处相交, 而近似认为实部曲线在 400 Hz 后基本平行。此时式 (17) 的最小值由 Z_{ws} 和 $f^+(0)$ 的虚部决定, 而吸收系数决定了 Z_{ws} 虚部大小, 所以该反射特性也与吸收系数高度相关。

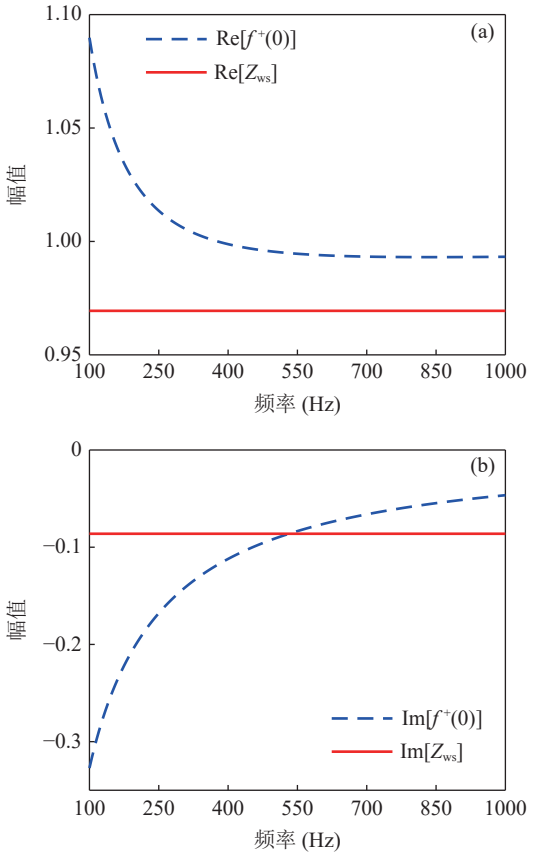

图 5 全透射角下海水−沉积层界面阻抗比和下行修正函数随频率变化 (a) 实部; (b) 虚部

在实际情况下, 全透射角下最大反射损失对应的频率可从角度−频率域反射损失中获取, 定义该频率为透射频率 $\omega_t=2\pi f_t$。将透射频率 ω_t 代入式 (19), 即存在某一声速梯度使式 (19) 取得最小值:

$$\arg\min_{g_c}|Z_{ws}-f^+(0;g_c)|_{\varphi_w=\varphi_{wt},\omega=\omega_t}. \tag{21}$$

当实际测量中获取了全透射角 φ_{wt} 和透射频率 ω_t 时, 即可一维反演获得声速梯度。

1.2.3 大掠射角下干涉条件

当 φ_w 满足 $\varphi_w\geqslant\arccos[c_w/c_s(h)]$ 时, 角度−频率域的海底反射损失出现干涉结构, 干涉结构由式 (3) 中的上行声压 $p_s^-(h)$ 的振荡项所决定, 此时:

$$p_s^-(h)\approx\frac{[\phi(h)/\Gamma_s(h)]^{1/2}H_{1/3}^{(1)}[\phi(h)]}{[\phi(0)/\Gamma_s(0)]^{1/2}H_{1/3}^{(1)}[\phi(0)]}. \tag{22}$$

掠射角满足大掠射角条件时, 即 $\varphi_w\geqslant\arccos(c_w/c_b)$, $|\phi(z)|>25$, 此时 Hankel 函数可用渐进形式表示:

$$\frac{H_{1/3}^{(1)}[\phi(h)]}{H_{1/3}^{(1)}[\phi(0)]}\approx\sqrt{\frac{\phi(0)}{\phi(h)}}\exp[\mathrm{i}(\phi(h)-\phi(0))]. \tag{23}$$

式 (23) 指数项决定了海底反射损失大掠射角下的干涉条件:

$$\mathrm{Re}\{|\phi(h)-\phi(0)|\}=m\pi,\quad m=1,2,\cdots, \tag{24}$$

其中, m 为奇数对应四分之一波层, m 为偶数对应半波层。利用表 1 参数结合式 (24) 计算的第 3, 4, 5 阶干涉条纹如图 2 黑色虚线所示。干涉条纹与沉积层厚度高度敏感[24], 可利用实测数据提取的干涉条纹进行匹配反演获取沉积层厚度。

2 地声反演

2.1 代价函数及其敏感性分析

式 (17)、式 (19) 和式 (24) 体现了各反射特性与不同的地声参数相关, 可利用这些反射特性进行地声参数反演, 以获取沉积层的声速剖面。构造以下代价函数, 对相关地声参数进行反演。

首先基于全透射角表达式构造代价函数:

$$E_1(\boldsymbol{u}_1)=\frac{1}{\sqrt{[\varphi_{wt_exp}-\varphi_{wt_cal}(\boldsymbol{u}_1)]^2}}. \tag{25}$$

φ_{wt_exp} 为实测数据所提取的全透射角, φ_{wt_cal} 为式 (17) 所计算的理论全透射角, $\boldsymbol{u}_1=[c_s(0),\rho_s,\alpha_s]$ 为反演参数向量。当 $\boldsymbol{u}_1$ 为最优值时, 式 (25) 取最大值。图 6 为式 (25) 结合表 1 计算的二维代价函数归一化值 (取对数后为 dB)。

由图 6 可知, 对于式 (25), 沉积层表面的声速、密度和吸收系数都存在严重的耦合, 声速与密度呈负相关, 密度与吸收系数、声速与吸收系数呈正相关。由图 6 中代价函数极小值分布可知, 式 (25) 的参数敏感性排序: $c_s(0)>\rho_s>\alpha_s$。尽管对式 (25) 进

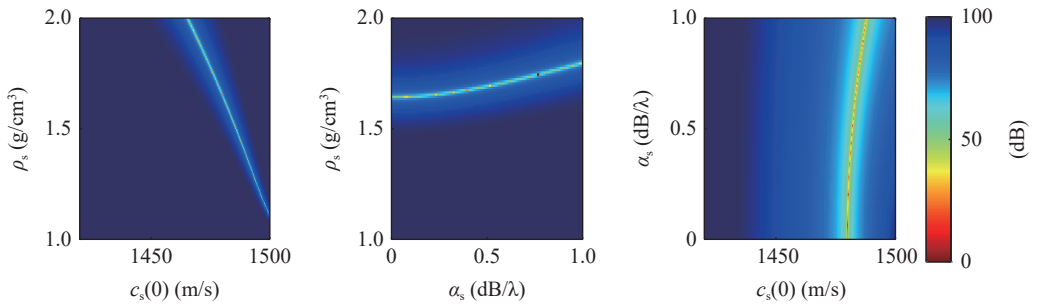

图 6　相关参数的二维代价函数 E_1 归一化值

行三维反演可得到最优的 u_1 组合, 但受参数耦合的影响可能得不到正确的最优反演结果, 特别是敏感性最差的吸收系数。Holland 等[17] 同样提到了直接利用全透射角反演不可能获得吸收系数。

前文提到利用式 (25) 的反演结果结合式 (21) 可对声速梯度进行一维反演, 但因参数耦合, 式 (25) 的反演结果并不可靠。为解决这一问题, 本文以式 (19) 构造代价函数 E_2, 将式 (25) 在密度参数寻优空间下得到的所有最优值 $\boldsymbol{u}_1$ 组合作为参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 和声速梯度进行二维反演:

$$E_2(g_c,\boldsymbol{u}_2(\rho_s))=\frac{1}{|Z_{ws}(\boldsymbol{u}_2(\rho_s))-f^+(0;g_c,\boldsymbol{u}_2(\rho_s))|_{\varphi_w=\varphi_{wt_exp},\omega=\omega_{t_exp}}},\tag{26}$$

其中, ω_{t_exp} 为实测数据所提取的透射频率, $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)=[c_s(0;\rho_s),\alpha_s(\rho_s),\rho_s]$ 为由式 (23) 获得的以 ρ_s 为变量的参数簇, 当 g_c 和 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 为最优值时, 式 (26) 取最大值。下面解释将参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 和声速梯度二维反演的原因。

在图 7 中给出了式 (26) 结合表 1 计算的二维代价函数归一化值 (取对数后为 dB)。对于式 (26) 而言, 除了声速和密度呈负相关、声速梯度和吸收系数呈正相关的耦合情况外, 其他参数间的耦合程度相比式 (25) 而言要小得多。声速和密度呈负相关的趋势与式 (25) 相似, 其原因为 Z_{ws} 中声速和密度以乘积形式存在, 而全透射角和全透射角下的最大反射损失都与 Z_{ws} 有关。声速梯度和吸收系数呈正相关趋势的原因如前文所述, 全透射角下的最大反射损失主要由 Z_{ws} 和 $f^+(0)$ 的虚部所决定, 当声速梯度偏大时, 导致 $\mathrm{Im}\{f^+(0)\}$ 偏小, 需要增大吸收系数以确保式 (19) 取得最小值。

从物理上来理解, 当入射频率和掠射角固定时 (对于式 (19), 即透射频率和全透射角), 声线从海水入射到沉积层后因声速梯度的存在而发生折射, 在沉积层厚度足够时, 偏大的声速梯度导致声线沿更短的路径折射出海底, 必须增大吸收系数以确保反射损失不变。其次, 声速梯度越大, 意味着低速底质过渡到高速底质越快, 一般情况下, 其平均吸收系数随着底质声速增大而增大。这也意味着, 如果直接将式 (25) 获得吸收系数的错误反演结果代入式 (26) 一维反演声速梯度, 必然导致得到错误的声速梯度结果。

本文认为参数簇中间变量的最佳选择是, 对式 (25) 而言中间变量相对不敏感, 这是确保最优值尽量包含在参数空间内的所有参数簇组合; 而中间变量需要对式 (26) 较为敏感, 且与声速梯度之间的耦合程度较低, 从而能在一定程度上降低参数间的耦合作用。

因此, 综合考虑式 (25) 和式 (26) 与各参数的敏感性, 为了规避参数耦合问题, 选择以密度作为中间变量, 利用式 (25) 获得参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 与声速梯度, 结合式 (26) 进行二维反演。

利用式 (24) 构造代价函数 E_3, 结合式 (25) 和式 (26) 的反演结果, 匹配干涉条纹在角度–频率域上空间坐标来获得沉积层厚度:

$$E_3(h)=\frac{1}{N}\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(S^i_{exp}(\varphi_{w_exp},f_{exp})-S^i_{cal}(\varphi_{w_exp},f_{exp};h))^2},\tag{27}$$

其中, S_{exp} 和 S_{cal} 分别为实测获取的条纹及式 (22) 所计算的条纹, N 为条纹阶数, φ_{w_exp} 和 f_{exp} 分别为 S_{exp} 对应的掠射角和频率。当 h 为最优值时, 式 (27) 取最小值。根据式 (27) 对 h 进行一维反演, 其敏感性相对较高。

2.2　反演方法

通过上述分析和构建的代价函数, 提出一种分步反演方案, 实现沉积层声速剖面的线性反演, 如图 8 所示。首先通过测量角度–频率域的海底反射系数 (或海底反射损失) 获取全透射角 φ_{wt_exp}、透射频率 ω_{t_exp} 及大掠射角下的干涉条纹 S_{exp} 坐标; 然后通过全透射角 φ_{wt_exp} 结合式 (25) 二维反演获得以密度为变量的参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$; 接着将参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 和透

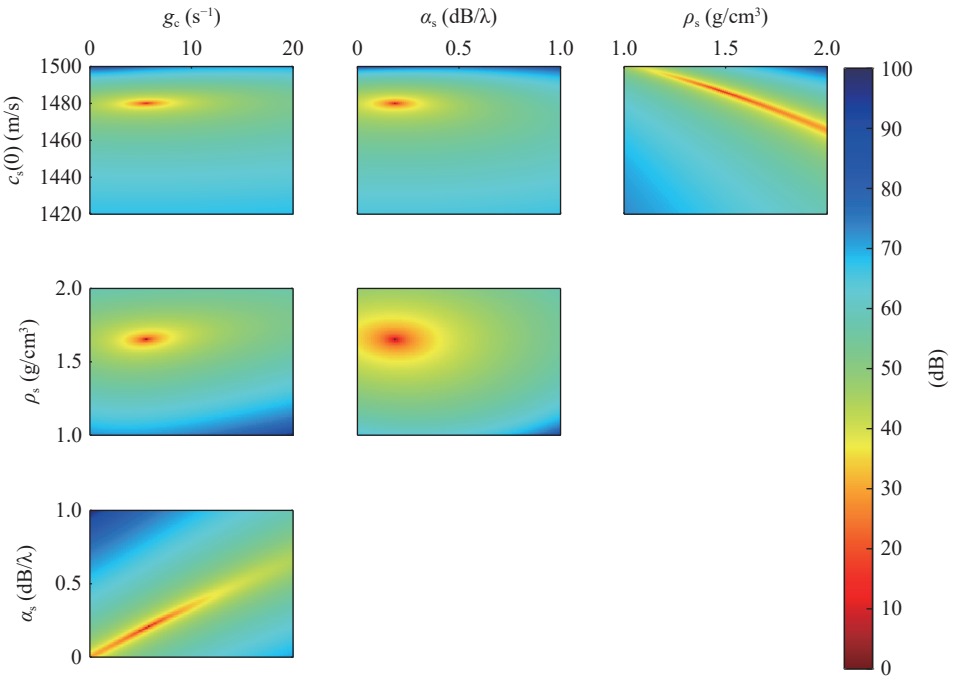

图 7 相关参数的二维代价函数 E_2 归一化值

射频率 ω_{t_exp} 结合式 (26) 二维反演获得声速梯度和密度, 以及密度反演结果在参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 中对应的声速和吸收系数; 最后将前述反演结果结合式 (27) 一维反演获得沉积层厚度。

本文利用分步反演策略降低了反演维度, 构建的代价函数与地声参数映射关系简单, 仅需提取到全透射角、透射频率和干涉条纹即可进行穷举反演, 相比于多维反演[4,9], 反演效率更高, 反演过程更为简便。

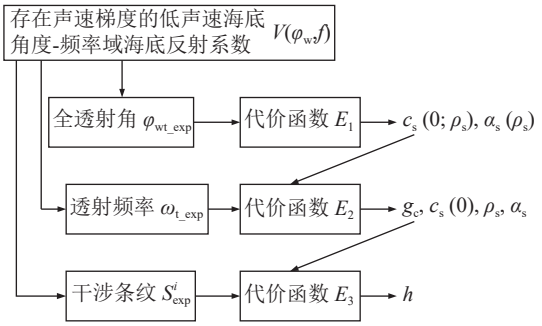

图 8 反演流程图

3 实验验证及分析

3.1 实验介绍

利用新英格兰泥地海底反射损失数据提取相关反射特性和验证上述提出的反演方法。Holland[16] 在 NEMP 的几个地点测量了直接路径海底反射系数, 本文仅选用 SWAMI 点处的反射系数。测量采用了一个固定底部系泊的接收器和一个从接收器径向牵引的拖曳宽带源, 实验设计和数据处理详见文献 [17]。对反射时间序列进行处理, 得到了约 2 m 泥浆的反射系数 V。数据显示为底部损失 ($-20\log_{10}|V|$), 如图 9 所示, 该图来源于文献 [16] 的图 2。由图可见明显的全透射角和在全透射角下的最大反射损失, 以及在掠射角约大于 50°后的干涉条纹结构。

3.2 反演结果

通过图像像素和坐标转化, 提取到了图 9 中高频下稳定的全透射角位置约为 8°[17], 全透射角下最大反射损失对应频率约为 1871 Hz, 提取的干涉条纹坐标分别在图 9 中用黑色 × 和黑色点线标出。参考 SWAMI 水文测量结果, 海水底部声速取 1470 m/s, 密度取 1.0 g/cm^3。下面利用本文提出的反演方法进行反演, 参数空间如表 3 所示。

第 1 步: 通过式 (25) 结合全透射角 φ_{wt_exp} 获得密度参数空间下, 每个密度对应的代价函数最优值 (图 10(a))、对应的声速 (图 10(b)) 以及吸收系数 (图 10(c)), 组成参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$。由图 10 可知, 由于式 (25) 中各参数严重耦合, 参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 较为分散, 分散程度和参数敏感性有关, 有大量最优值接近的 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 组合。

第 2 步: 假设声速剖面为线性 ($n = +1$), 利用第 1 步反演获得的参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 和透射频率 ω_{t_exp} 结合

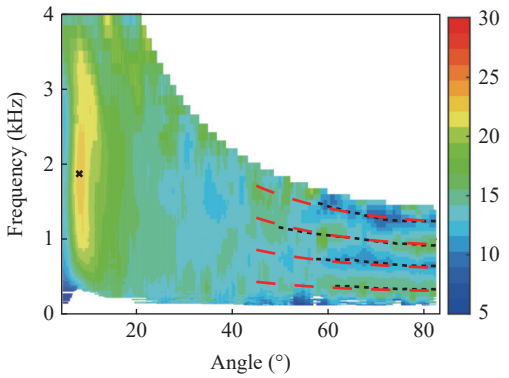

图 9　SWAMI 实验时间窗约为 2 m 的角度–频率域海底反射损失 (dB)[16] (“ × ”为透射频率, 点线为提取的干涉条纹坐标, 虚线为本文反演结果计算的理论干涉条纹)

表 3　反演参数范围

参数	$c_s(0)$ (m/s)	$\rho_s(0)$ (g/cm^3)	α_s (dB/λ)	g_c (s^{-1})	h (m)
数值	1400:0.1:1470	1.0:0.001:2.0	0:0.001:1.0	0:0.1:50	0:0.01:10

式 (26) 反演获得的声速梯度和密度归一化结果如图 11 所示, 并将对应的声速和吸收系数结果用红色 + 号标注在图 10 中。由图 11 可知, 因为输入的是参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 而非密度, 得到的反演结果并不如图 7 集中, 但最优值与次最优值的数值差异是明显的, 能清楚分辨出最优的反演结果。

第 3 步: 最后利用第 2 步获得的反演结果结合式 (27) 获得沉积层厚度, 在图 12 中给出反演结果。考虑到第 2 步和第 3 步的反演都涉及到声速剖面形状的假设, 因此在表 4 中给出不同 n 下的反演结果, 以及在图 12 中给出不同 n 下的厚度反演结果。

由表 4 可知, 声速剖面形状的假设影响着反演结果, 对 n 不恰当的假设将导致反演结果差异较大。但如图 12 所示, 不同 n 下的厚度反演结果可以有效得出 n 的最佳估计, 说明式 (27) 对于声速剖面的幂次项 n 高度敏感。其原因是式 (27) 通过干涉条纹匹配反演获得厚度, 干涉条件由式 (24) 决定, 而幂次项 n 决定了相位 $\phi(z)$ 的近似形式。因此, 本文最佳的反演结果应该是幂次项 $n = +1$ 时的结果, 即线性声速剖面。

3.3　反演结果评价

3.3.1　文献结果对比

表 5 给出了关于 SWAMI 实验的文献反演结果, 因为本文所用数据仅是 2 m 的海底反射数据, 所以在跨维反演的结果中选择前 2 m 深度的平均反演结果, 其他方法给出的是完整沉积层厚度的平均结果, 吸收系数都归一化到 1 kHz 处。大部分反演方法得到的声速比和密度比结果都较为接近, 但同时给出吸收系数和声速梯度结果的方法并不多。

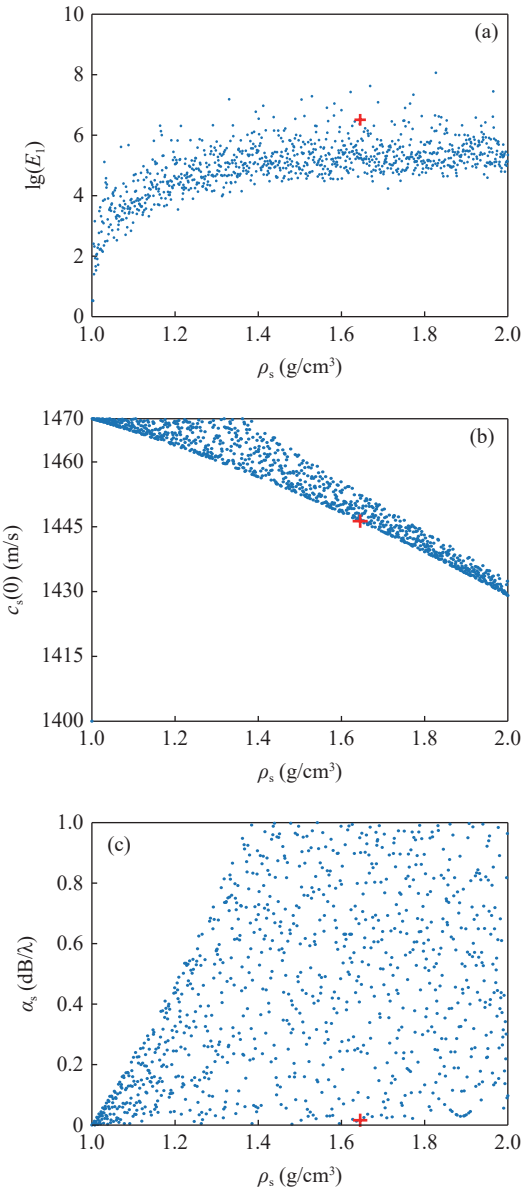

图 10　第 1 步反演结果和参数簇 $\boldsymbol{u}_2(\rho_s)$ 分布 (a) 最优值分布; (b) 沉积层声速分布; (c) 沉积层吸收系数分布 (红色“ + ”标记为第 2 步反演结果)

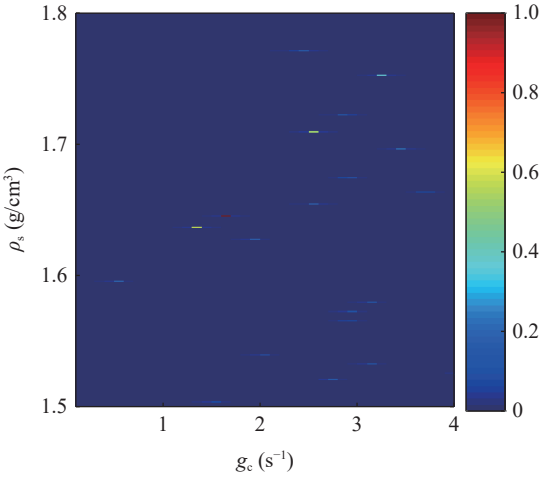

图 11　第 2 步反演结果

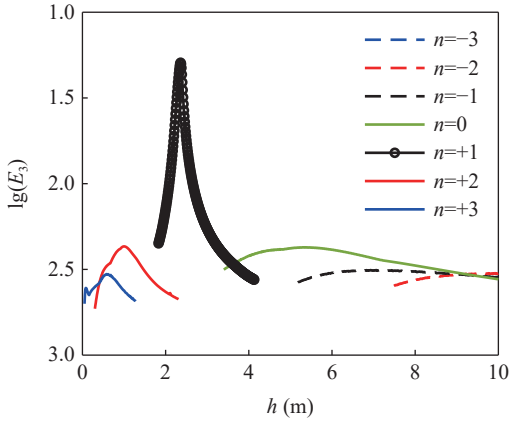

图 12 不同 n 下的厚度反演结果

表 4 不同 n 下地声参数反演结果

n	$c_s(0)/c_w$	$\rho_s(0)/\rho_w$	α_s (dB/(m·kHz))	g_c (s^{-1})	h (m)
−3	0.987	1.539	0.0145	1.9	–
−2	0.976	1.886	0.0202	3.2	9.93
−1	0.995	1.246	0.0082	0.9	7.07
0	0.995	1.246	0.0082	0.9	5.34
+1	0.984	1.645	0.0111	1.6	2.36
+2	0.984	1.627	0.0131	1.9	1.00
+3	0.991	1.396	0.0302	3.8	0.58

表 5 SWAMI 实验相关地声反演文献结果

文献	$c_s(0)/c_w$	$\rho_s(0)/\rho_w$	α_s (dB/(m·kHz))	g_c(s^{-1})	反演方法
[4]	0.9939	1.600	–	0	跨维反演
[9]	0.9857	1.600	0.013 (1 ~ 6.2 m)	1.8	跨维反演
[11]	0.9990	1.665	0.040	1.8±1	低阶模态
[14]	0.9900	1.330	–	10.0	高阶模态
[17]	0.9865	1.557	0.320	–	全透射角
[25]	–	–	0.040	–	干涉结构
[26]	0.9775	1.600	–	9.5	最大熵统计
[27]	0.948	–	–	20.0	绝对走时
[28]	0.9892	–	–	9.0	艾利相位

在声速梯度结果方面, 不同反演方法的结果分歧较大。Holland[16] 使用大梯度的反演结果[14,26-28] 进行球面波反射系数的计算, 并与图 9 实测数据中全透射角随频率变化的特征进行对比分析, 所计算的全透射角随频率变化的特征与实测数据图 9 相差很大, 要么声速比过低, 要么声速梯度过大。

跨维反演是由数据决定海底分层, 每一层的性质是任意的, 即沉积层地声参数的深度变化关系没有任何前提假设。跨维反演结果[4,9] 显示了沉积层在上方 9 m 内的声速变化很小, 仅有微弱的梯度, 而在 9 ~ 10.3 m 内出现了泥质海底向砂质海底快速过渡的区域, 具有很大的梯度, 声速在 1.3 m 内增大了约 200 m/s。相关的岩芯取样结果[29] 也支持了前几米海底梯度较弱的结论。通过对跨维反演结果的分析, Holland 认为造成声速梯度结果偏大的原因在于海底模型的失配, 即认为声速梯度在沉积层内为一恒定值, 将 9 ~ 10.3 m 的过渡区大声速梯度分配到整个沉积层厚度。Bonnel 等[4] 和 Wan 等[11] 在后续工作中修正了大声速梯度的反演结果[14,28]。

Holland 等[25] 和 Wan 等[11] 的吸收系数反演结果相近, 0 ~ 9 m 处平均吸收系数均为 0.04 dB/(m·kHz)。但 Holland 等[25] 提到了分层平均的概念, 对吸收系数反演结果的平均应考虑沉积层的厚度。

本文使用 Holland[16] 给出的前 2 m 海底反射数据, 因此选择和 Belcourt 等[9] 前 2 m 的平均跨维结果进行比较, 本文各项反演结果与其接近, 反演误差分别为: 声速比 0.1%, 密度比 0.3%, 吸收系数 14.6%, 声速梯度为 15.8%。尽管 Holland[16] 提及对于 SWAMI 实验而言, 海底模型失配可能导致声速梯度的结果偏大, 但本文的梯度反演结果却接近小梯度。这是因为本文仅利用了前 2 m 的数据进行反演, 而不包含过渡区强梯度的信息; 且本文根据全透射角下最大反射损失这一反射特性进行声速梯度的反演, 图 7 的敏感性分析表明声速梯度和吸收系数在该反射特性下正相关耦合, 泥质海底的低吸收系数约束了声速梯度的大小。

3.3.2 反射特性验证

利用本文在线性剖面假设下 ($n = +1$) 的反演结果结合式 (24) 计算理论干涉条纹, 并与实测数据提取的条纹对比, 如图 13 所示。同时将提取的条纹和理论条纹绘制于图 9 (实测的海底反射损失数据)。图 9 和图 13 中, 理论条纹与实测条纹匹配较好, 而反演结果略大于 2 m, 误差可能来源于条纹提取过程中的误差以及实测数据的带宽平均。

利用在线性剖面假设 ($n = +1$) 下的反演结果结

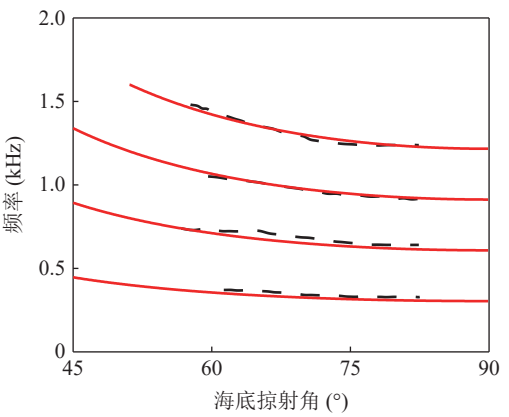

图 13 反演结果计算的理论干涉条纹 (红色实线) 与实测数据提取条纹 (黑色虚线)

合式 (14) 计算全透射角附近的海底反射损失, 如图 14 所示。因本文方法无法获取等效基底的声速和密度, 因此选择式 (14) 而非式 (3) 进行计算。图 14 展示了明确的全透射角以及透射频率位置, 与所提取的反射特性一致, 但因本文计算平面波反射损失, 幅值上与 Holland[16] 计算的球面波反射损失有差异, 但并不影响全透射的角度和频率特征。

3.4　透射频率提取误差的影响

分步反演结果的部分误差来源于特征物理量的提取, 本文主要利用了反射系数的透射角、透射频率以及干涉条纹等。Holland 等[17] 分析了透射角测量导致的反演误差, 此处不再赘述。本文主要讨论透射频率的提取误差对反演结果的影响, 图 9 的反射系数数据在频率上做了 1/15 倍频程的带宽平均[23], 所以本文以提取的透射频率 1871 Hz 为中心频率, 给出了带宽内的反演结果, 如图 15 所示。带宽内的透射频率对反演结果有着一定的影响, 频率偏离中心频率越远, 反演结果越分散, 说明透射频率的准确提取是确保反演结果有效的前提。但从代价函数 E_2 值分布来看, 中心频率 1871 Hz 附近的反演结果都较为稳定, 随透射频率的变化较小, 说明本文方法允许透射频率存在一定的提取误差, 范围约为 30 Hz。这可为实际处理反射系数数据中的带宽平均提供参考, 避免由带宽平均淹没了较为明显的透射频率位置而

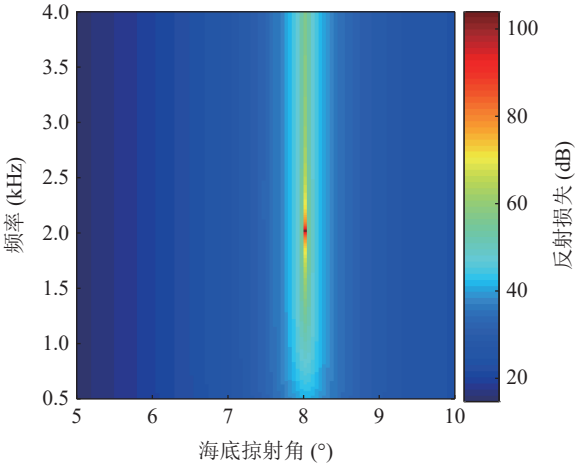

图 14　反演结果计算的海底反射损失

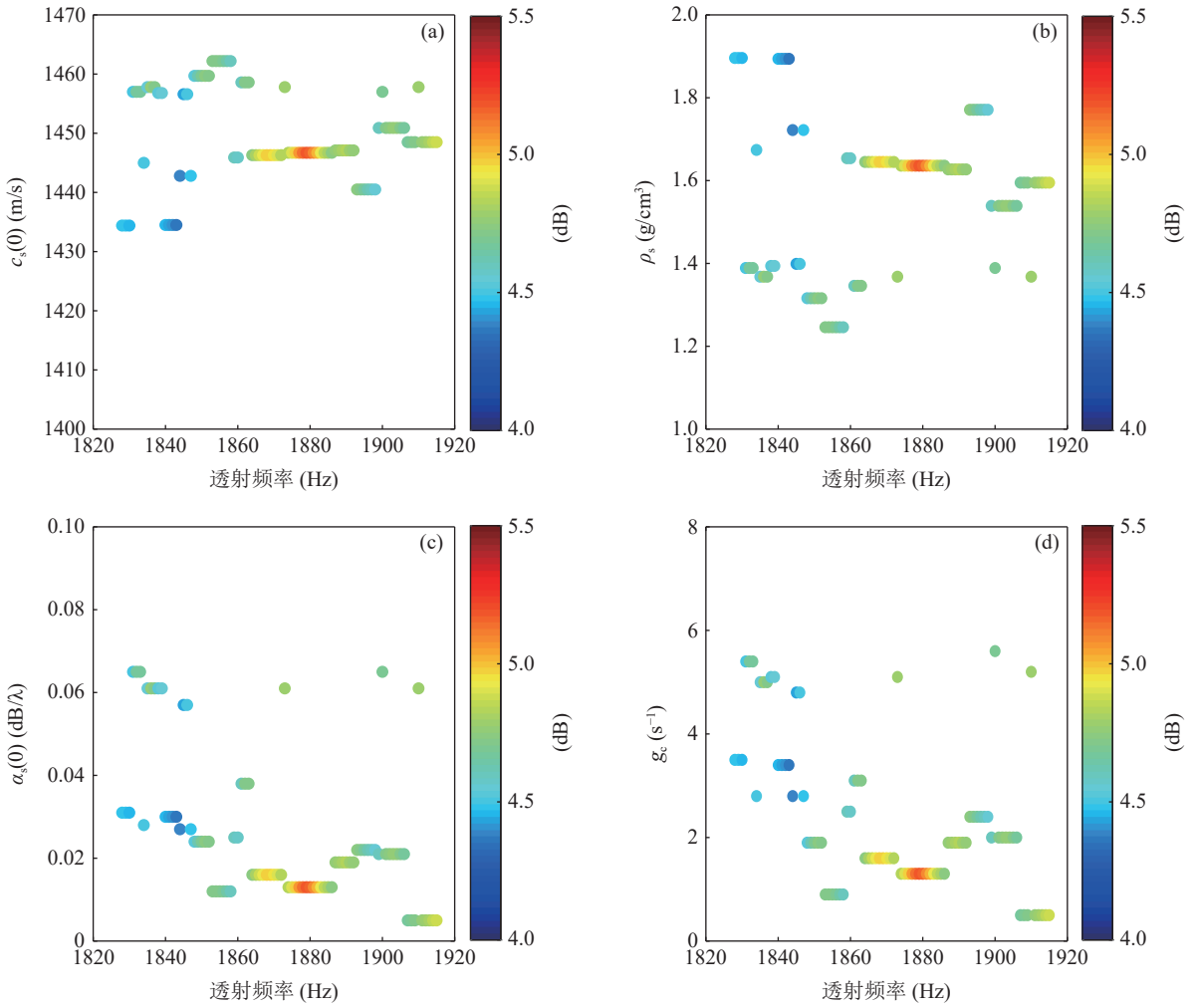

图 15　透射频率提取对反演结果的影响 (a) 声速; (b) 密度; (c) 吸收系数; (d) 声速梯度 (色条表示代价函数 E_2 对数值)

带来的较大反演误差。

3.5 吸收系数和声速梯度的耦合影响

为了说明直接从全透射角获取吸收系数对第 2 步声速梯度反演的影响, 下面给出了相关的反演结果, 如图 16 所示。声速剖面反演结果为: 声速比为 0.985, 密度比为 1.65, 沉积层吸收系数为 0.54 dB/λ, 转化为 0.3729 dB/(m·kHz), 声速梯度为 59 s^{-1}, 厚度为 2.50 m。第 1 步的反演结果都较为接近表 5 中 Holland 等[17] 基于全透射角的反演结果, 而得到的吸收系数都要高出一般泥质吸收系数一个数量级。Holland 等认为这并非底质的固有衰减所致, 而是微小分层或泥砂混杂对反射系数的微小但可察的影响所致[17]。而对于式 (25) 而言, 这是声速、密度、吸收系数之间耦合的结果。如图 16(a) 所示, 代价函数 E_1 由于吸收系数的不敏感而呈现较大振荡, 出现了数个与最优值接近的值, 这也说明了直接利用全透射角获取吸收系数并不可靠。

图 16(c)(d) 给出了不同 n 假设下的声速梯度以及厚度反演结果, 声速梯度由于吸收系数偏大而得到了较大的值, 这也与前文分析一致。而厚度的反演结果几乎不受吸收系数和声速梯度的结果影响。

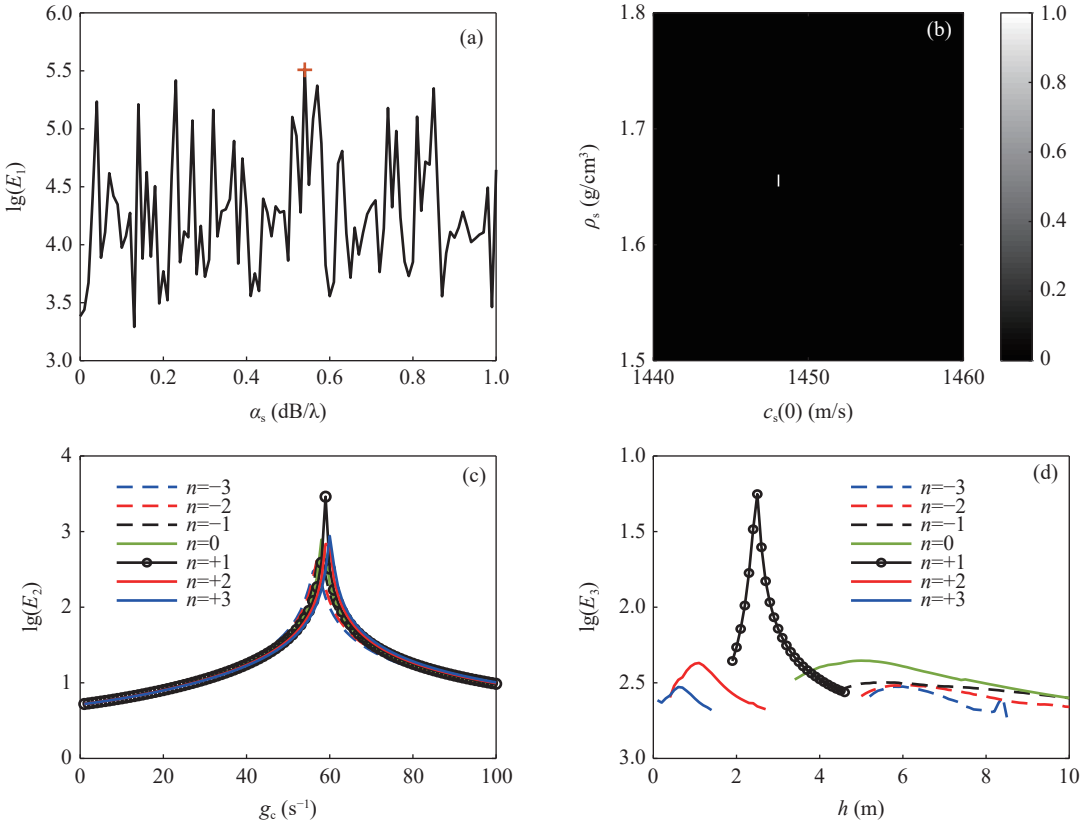

图 16 通过代价函数 E_1 直接获取吸收系数后的反演结果 (a) 吸收系数; (b) 声速和密度; (c) 不同 n 下的声速梯度; (d) 不同 n 下的厚度

4 结论

本文从类线性声速剖面的两层海底平面波反射系数出发, 分析了全透射角及全透射角下最大反射损失、干涉条纹等反射特性与各地声参数的关系, 并据此提出了一种利用全透射特性获取低声速沉积层声速剖面的分步反演方法。利用 SWAMI 实验的部分海底反射损失数据反演了沉积层表层的声速、密度和吸收系数以及声速梯度和厚度等参数, 结果表明通过将密度作为中间变量参与分步反演, 有效规避了全透射角下声速、密度及吸收系数之间的耦合, 以及全透射角下最大反射损失这一特性下声速梯度和吸收系数之间的耦合, 且通过干涉条纹匹配获得的厚度结果可给出决定声速剖面形状的幂次项最佳估计。与 SWAMI 实验相关地声反演研究文献的结果对比, 本文反演方法得到的地声参数结果与部分跨维反演结果基本一致。

参 考 文 献

1 Chapman N R, Shang E C. Review of Geoacoustic inversion in underwater acoustics. *J. Theor. Comput. Acoust.*, 2021; **29**(3): 2130004

2 Quijano J E, Dosso S E, Dettmer J, *et al*. Geoacoustic inversion for the seabed transition layer using a Bernstein polynomial model. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2016; **140**(6): 4073−4084

3 李赫. 利用海洋环境噪声空间特性被动提取浅海海底声学参数. 博士学位论文, 北京: 中国科学院大学, 2021

4 Bonnel J, Dosso S E, Eleftherakis D, *et al*. Trans-dimensional inversion of modal dispersion data on the New England Mud Patch. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2020; **45**(1): 116−130

5 祝捍皓, 薛洋洋, 崔智强, 等. 舰船辐射噪声贝叶斯方法反演浅海底层结构及地声参数. 声学学报, 2022; **47**(6): 765−776

6 Dosso S E, Bonnel J. Hybrid seabed parameterization to investigate geoacoustic gradients at the New England Mud Patch. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2022; **47**(3): 620−634

7 Bonnel J, Dosso S E, Goff J A, *et al*. Transdimensional geoacoustic inversion using prior information on range-dependent seabed layering. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2022; **47**(3): 594−606

8 张学磊, 李整林, 黄晓砥. 一种地声参数的联合反演方法. 声学学报, 2009; **34**(1): 54−59

9 Belcourt J, Holland C W, Dosso S E, *et al*. Depth-dependent Geoacoustic inferences with dispersion at the New England Mud Patch via reflection coefficient inversion. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2020; **45**(1): 69−91

10 薄连坤, 罗来源, 熊瑾煜. 利用拖船辐射噪声的深海声学参数近场匹配场反演方法. 声学学报, 2018; **43**(6): 915−924

11 Wan L, Badiey M, Knobles D P, *et al*. Estimates of low-frequency sound speed and attenuation in a surface mud layer using low-order modes. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2020; **45**(1): 201−211

12 Uzhansky E, Gadol O, Lang G, *et al*. Geoacoustic estimation of the seafloor sound speed profile in deep passive margin setting using standard multichannel seismic data. *J. Mar. Sci. Eng.*, 2021; **9**(12): 1423

13 Barclay D R, Bevans D A, Buckingham M J. Estimation of the geoacoustic properties of the New England Mud Patch from the vertical coherence of the ambient noise in the water column. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2020; **45**(1): 51−59

14 Bonnel J, Ying-Tsong L, Dimitrios E, *et al*. Geoacoustic inversion on the New England Mud Patch using warping and dispersion curves of high-order modes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2018; **143**(5): EL405−EL411

15 Rajan S D, Wan L, Badiey M, *et al*. Seabed characterization experiment: Analysis of broadband data. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2022; **47**(3): 531−540

16 Holland C W. Sound speed gradients in mud. *JASA Express Lett.*, 2021; **1**(6): 066001

17 Holland C W, Smith C M, Lowe Z, *et al*. Seabed observations at the New England Mud Patch: Reflection and scattering measurements and direct geoacoustic information. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2022; **47**(3): 578−593

18 Robins A J. Exact solutions of the Helmholtz equation for plane wave propagation in a medium with variable density and sound speed. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1993; **93**(3): 1347−1352

19 Ainslie M A. Reflection and transmission coefficients for a layered fluid sediment overlying a uniform solid substrate. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1996; **99**(2): 893−902

20 Robins A J. Reflection of a plane wave from a fluid layer with continuously varying density and sound speed. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1991; **89**(4): 1686−1696

21 Buckingham M J. On acoustic reflection from a seabed exhibiting a non-uniform sound speed profile, with relevance to fine-grained sediments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2022; **151**(5): 3535−3546

22 李风华, 张仁和. 由脉冲波形与传播损失反演海底声速与衰减系数. 声学学报, 2000; **25**(4): 297−302

23 李梦竹, 李整林, 周纪浔, 等. 一种低声速沉积层海底参数声学反演方法. 物理学报, 2019; **68**(9): 094301

24 Li Z L, Hu C Q, Zhao M. Inversion of sound speed and thickness of high-speed sediment using interference structure in shadow zone. *Appl. Sci.*, 2022; **12**(10): 5077

25 Holland C W, Dosso S E. On compressional wave attenuation in muddy marine sediments. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2021; **149**(5): 3674−3674

26 Knobles D P, Wilson P S, Goff J A, *et al*. Maximum entropy derived statistics of sound-speed structure in a fine-grained sediment inferred from sparse broadband acoustic measurements on the New England continental shelf. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2020; **45**(1): 161−173

27 Lin Y T, Bonnel J, Knobles D P, *et al*. Broadband waveform geoacoustic inversions with absolute travel time. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2020; **45**(1): 174−188

28 Wan L, Badiey M, Knobles D P, *et al*. The airy phase of explosive sounds in shallow water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2018; **143**(3): EL199−EL205

29 Chaytor J D, Ballard M S, Buczkowski B J, *et al*. Measurements of geologic characteristics and geophysical properties of sediments from the New England Mud Patch. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 2022; **47**(3): 503−530