纪念王威琪院士诞辰 85 周年

正交匹配追踪优化稀疏频散 Radon 变换 多模式导波分离方法*

郑书航^{1,2} 陈洪磊^{3†} 凌非尧^{1,2} 许凯亮^{1,2,4†} 他得安^{1,2,4}

(1 复旦大学信息科学与工程学院生物医学工程系 上海 200438)
(2 复旦大学集成芯片与系统全国重点实验室 上海 201203)
(3 复旦大学义乌研究院 义乌 322000)
(4 复旦大学工程与应用技术研究院生物医学工程技术研究所 上海 200433)
2023 年 2 月 15 日 收到
2023 年 4 月 12 日定稿

摘要 原始频散 Radon 变换 (DRT) 方法中的有限孔径效应以及算子非正交性影响了 DRT 导波信号参数提取的精度,因此提出了一种稀疏频散 Radon 变换方法以实现更精确的导波混叠模式分离和参数估计。该方法基于导波信号的参数域稀疏性,引入正交匹配追踪算法构造代价函数,经多次迭代在频散 Radon 域中获得稀疏能量谱,可精确分离阵列导波信号中的混叠模式并去噪。对不同信噪比下各模式仿真信号,稀疏 DRT 方法的信号重建误差较原始频散 Radon 变换方法下降 51.1%。仿真和实验验证了所提算法在导波模式参数提取和混合模式分离方面的可靠性。 关键词 超声导波,模式分离,频散 Radon 变换,正交匹配追踪

PACS数 43.35, 43.60

DOI: 10.12395/0371-0025.2023017

Orthogonal matching pursuit optimized sparse dispersive Radon transform for ultrasonic guided mode separation

ZHENG Shuhang^{1,2} CHEN Honglei^{3†} LING Feiyao^{1,2} XU Kailiang^{1,2,4†} TA De'an^{1,2,4}

(1 Department of Biomedical Engineering, School of Information Science and Technology, Fudan University Shanghai 200438)

(2 State Key Laboratory of Integrated Chips and Systems, Fudan University Shanghai 201203)

(3 Yiwu Research Institute of Fudan University Yiwu 322000)

(4 Institute of Biomedical Engineering and Technology, Academy for Engineering and Technology, Fudan University Shanghai 200433)

Received Feb. 15, 2023

Revised Apr. 12, 2023

Abstract To overcome the limitations of finite aperture effect and operator non-orthogonality in the original dispersive Radon transform (DRT) method, a sparse dispersive Radon transform method is proposed to achieve more accurate guided wave mode separation and parameter estimation. Based on the sparsity of guided wave signal, the sparse DRT method introduces the orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm to construct the cost function, and obtains the sparse energy representation in the DRT domain through multiple iterations, accurately separating the aliasing mode and denoising. For simulated signals with different signal-to-noise ratio (SNR), the signal reconstruction error of sparse DRT method is reduced by 51.1% compared with the original DRT method. Simulation and experiment demonstrate the feasibility of the proposed sparse DRT method for multimode separation and parameter estimation.

Keywords Ultrasonic guided waves, Mode separation, Dispersive Radon transform, Orthogonal matching pursuit

^{*} 浙江省自然科学基金项目 (LY24A040007) 资助

[†] 通讯作者:陈洪磊, hongleichen@fudan.edu.cn; 许凯亮, xukl@fudan.edu.cn

引言

超声导波检测方法被广泛用于工业板材和长骨 结构的无损检测^[1-3]以及结构力学性质评估^[4-7]。近 年来,基于相控阵的导波检测方法获得了广泛关注^[8-10], 发展先进的阵列导波信号处理方法成为学界研究热 点^[11]。然而,导波多模式频散和衰减特性会导致检 测信号模式混合、信噪比低等^[1],增加了信号参数提 取的难度,进而影响了结构参数评估的精度^[12-13]。

2010年, Minonzio等^[14]采用奇异值分解 (SVD) 算法实现了多发多收相控阵列导波信号的降噪、弱 信号增强、多模式导波频散曲线提取。2016年, Xu 等^[15]结合稀疏优化策略和 SVD 分解提出了稀疏 SVD 方法, 实现了高分辨率宽带多模式导波频散曲 线提取。2018年, Chang等^[16]提出基于矩阵束方法 的阵列导波信号相速度和群速度频散曲线估计算 法。2021年, Li等^[6]提出了一种基于多尺度卷积神 经网络的阵列导波信号多参数同步提取方法。Chen 等^[17]提出了基于旋转不变技术的信号参数估计方 法 (ESPRIT), 实现复合板横观各向同性弹性参数反 演。2022年, Hu等^[18]基于频散曲线波数稀疏性、群 稀疏性和连续性特征构造代价函数, 实现了高衰减 复合板材的稀疏频散曲线提取和波导结构力学参数 评估。

2014年, Tran 等^[19-20]将 Radon 变换方法应用于 阵列导波信号分析,实现长骨厚度检测。相比于传 统二维傅里叶变换, Radon 变换建立了距离--时间域 到慢度-走时域的投影。该变换主要通过频率-波数 域中慢度射线积分算子实现,可将窄带低频散阵列 导波信号成分映射为稀疏的点状区域;但对于宽带 多模式频散导波信号而言, Radon 域中模式能量无法 聚焦,难以实现准确的宽带频散信号分离^[21]。就此, Xu 等^[22] 提出了频散 Radon 变换 (DRT) 方法, 通过 DRT 算子在频率-波数域沿不同参数下的频散曲线 组积分,建立了阵列信号从距离--时间域至参数--频 率域的投影,从而可实现高分辨率宽带频散导波模 式分离与波导参数反演。然而,受限于 DRT 算子的 非正交性,即正投影算子和反投影算子不构成可逆 变换对,降低了信号重建精度。此外,实际场景中有 限的探头尺寸和有限的接收阵元数目,即所谓的有 限孔径效应^[22],也限制了阵列导波信号投影在 DRT 参数域的分辨率。为此, Xu 等^[22] 提出了一种 基于稀疏惩罚的高分辨率 DRT 策略, 即通过约束 DRT 域信号能量范数, 在平衡信号重建误差的同时, 达到信号降噪与高分辨率 DRT 投影的效果。但是, 使用传统稀疏惩罚策略仍易受过稀疏或欠稀疏问题 的困扰;改进稀疏惩罚优化策略,从而提升 DRT 算 法在导波模式分离和信号降噪中的稳定性研究仍有 待深入。

压缩感知 (CS) 算法^[23-24] 基于信号的先验稀疏 性^[25] 进行信号分解, 克服有限孔径效应以实现频散 曲线的准确提取^[26-27]。正交匹配追踪 (OMP) 算法是 经典的压缩感知求解算法, 操作简单、执行效率高, 在信号稀疏重建中应用广泛^[28-29]。本文结合经典正 交匹配追踪算法和频散 Radon 变换方法提出了一种 稀疏频散 Radon 变换方法,即通过引入正交匹配追 踪算法改善频散 Radon 变换投影算子非正交性的不 足, 以增强频散 Radon 变换方法在导波模式分离 应用中的鲁棒性和信号重建精度。

1 基本原理

1.1 超声 Lamb 波理论

超声 Lamb 波是由上下表面横、纵体波多次叠 加耦合形成的一种具有多模式频散特征的弹性波。 依据上下板面振动位移的相位特征, Lamb 波分为对 称模式和反对称模式:对称模式记为 S0, S1, S2等, 上下表面质点位移的相位沿板中轴面对称;反对称 模式记为 A0, A1, A2等, 质点位移的相位沿板中轴 面反对称。频率-波数域 (ω-k) 上各模式导波的波 数是随频率变化,呈现为频散曲线。根据 Lamb 波频 散理论,研究人员通过频散曲线评估板结构的厚度 和弹性模量等结构力学性质^[30]。各向同性板中超声 Lamb 波频散方程如下^[31]:

对称模式:

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2pq}{(q^2 - k^2)^2},$$
 (1)

反对称模式:

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq},$$
(2)

其中, p和q定义为

$$p^{2} = \frac{\omega^{2}}{c_{\rm L}^{2}} - k^{2},$$
 (3)

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c_{\rm T}^2} - k^2, \qquad (4)$$

式中, h 为板厚度的一半; ω为角频率; k 为波数; 板 中纵波和横波的速度分别为

$$c_{\rm L} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{3K + 4\mu}{3\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1 - \nu}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)}}, \quad (5)$$

$$c_{\rm T} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot \frac{1}{2(1+\nu)}},\tag{6}$$

式中, K, µ, E, v分别为体积模量、切变模量(也称拉 梅第二参数)、杨氏模量和泊松比, λ为拉梅第一参 数。各模式导波频散曲线与板中纵波和横波波速、 弹性模量等参数密切相关。

1.2 频散 Radon 变换理论

频散 Radon 变换利用导波频散曲线信息, 建立 了阵列导波信号在距离-时间域(*x-t*)和参数-延时 域(*s*-τ)间的映射, 从而实现板材参数评价与多模 式成分分离。DRT 的反投影和正投影算子^[22]:

$$W(s,\omega) = \int G(x,\omega) e^{jk(s,\omega)x} dx,$$
 (7)

$$\widehat{G}(x,\omega) = \int W(s,\omega) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}k(s,\omega)x} \mathrm{d}s, \qquad (8)$$

其中, $W(s,\omega)$ 为距离-频率域信号 $G(x,\omega)$ 在参数-频 率域上的投影, x 为传播距离, $k(s,\omega)$ 为随参数 s 变化 的频散曲线组。由式 (1) 和式 (2) 可知, s 可为横波速 度、纵波速度、板厚和杨氏模量等参数。本文研究 中取 s 为板厚以简化分析。

对 $W(s,\omega)$ 沿频率域作傅里叶逆变换可得 $W(s,\tau)$, 其中 τ 为信号飞行时间;此时可通过 $W(s,\tau)$ 中能量最 大点坐标估计结构参数,板厚s。由式(8)获得 $\widehat{G}(x,\omega)$ 后,可通过傅里叶逆变换重建距离--时间域信 号 $\widehat{G}(x,t)$ 。

根据式 (7) 和式 (8), DRT 的离散形式为^[22]

$$W = L^{\rm H}G,\tag{9}$$

$$\widehat{G} = LW,\tag{10}$$

$$L = \begin{bmatrix} e^{-jk(s_1,\omega)x_1} & \cdots & e^{-jk(s_{N_x},\omega)x_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-jk(s_1,\omega)x_{N_x}} & \cdots & e^{-jk(s_{N_x},\omega)x_{N_x}} \end{bmatrix}_{N \times N}, \quad (11)$$

其中, L和 L^H分别为 DRT 正投影算子和 DRT 反投 影算子; H为复共轭转置运算符号, 需注意 L^HL并 非酉阵; N_x和 N_s分别为信号在距离域和参数域的 维度。

图 1 为 1~2 mm 厚板中的一组频散曲线,其中反 对称模式和对称模式分别由红色实线和蓝色虚线表 示,该图展示了 DRT 方法频率-波数域的积分路 径。图中频散曲线组的板厚间隔为 0.1 mm,该间隔 会影响 DRT 域参数轴分辨率和参数评估结果;在本





文信号处理时频散曲线组板厚间隔为 0.004 mm。此 外,使用 DRT 方法时,需预知被测板中的理论频散曲 线作为先验知识,参数不准确会导致误差,从而影响 参数估计和模式重建的精确性。

1.3 稀疏频散 Radon 变换方法

引入 OMP 算法增强稀疏 DRT 方法在参数域的 能量谱稀疏性,进而提升 DRT 方法的鲁棒性和信号 重建精度。DRT 方法中频率点ω下的 OMP 算法目 标泛函:

$$J = \arg\min \|G_{:,\omega} - LW_{:,\omega}\|_{2}^{2} \text{ s.t. } \|W_{:,\omega}\|_{0} \leq m.$$
(12)

图 2为 OMP 算法优化稀疏 DRT 方法流程图, 具体执行过程如下:

(1) 设置频率点并输入信号数据: 若输入信号离 散频率点为 $\omega = \omega_0, \dots, \omega_N$,则初始频率点设置为 $\omega_i = \omega_0$ 。输入信号数据包括由 DRT 正投影算子构 造的完备基集 $\Phi_{N_x \times N_i} = L$;频率 ω_i 下距离-频率域信 号矩阵列 $v_{N_x \times 1} = G_{:,\omega_i}$;代表稀疏基集中保留稀疏基 个数的稀疏度m。



图 2 正交匹配算法优化稀疏 DRT 方法计算流程图

(2) 初始化算法参数: ε₀ = ν, Λ₀ = Ø, t = 1, Φ₀ = []。
(3) 稀疏基集扩充与残差计算:

求解式(13)获得稀疏基索引:

$$\lambda_{t} = \arg \max_{i=1,\dots,N} \left| \left\langle \varepsilon_{t-1}, \varphi_{j} \right\rangle \right|, \tag{13}$$

其中, 完备基集 $\Phi = [\varphi_1, \cdots, \varphi_{N_s}]_{\circ}$

扩充稀疏基集及其索引: $\Phi_t = [\Phi_{t-1}\varphi_{\lambda t}], \Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{\lambda_t\}$ 。

求解式(14),获得本次迭代的新估计信号:

$$w_t = \arg\min \|v - \Phi_t w\|_2. \tag{14}$$

计算迭代残差: $\varepsilon_t = v - \Phi_t w_t$ 。

(4) 判断阈值: 若t < m, 则更新迭代次数t = t+1, 并重复步骤(3) 继续迭代; 否则输出该频率点估计列。

(5) 输出对应频率点估计列: 输出频率点 ω_i 下估 计信号 w_m。

(6) 判断计算结束: 若当前频率点 $\omega_i \neq \omega_N$,则更 新频率点为 ω_{i+1} ,完备基集 $\Phi_{N_x \times N_i} = L$,信号矩阵矢 量 $v_{N_x \times 1} = G_{::\omega_{i+1}}$,并返回步骤(2);否则,则输出结果。

(7)输出结果:输出频率-参数域稀疏能量谱 W^{sparse},其中频率点ω_i对应列W^{sparse}由相应估计信号 w_m按索引组成,并重建距离-时间域信号G。

因此, OMP 优化稀疏 DRT 方法表示为

$$W^{\text{sparse}} = \widehat{W}_{L}^{\text{OMG}}(G, m), \tag{15}$$

$$\widehat{G} = LW^{\text{sparse}}.$$
(16)

本文将稀疏度 m 设置为 4 以避免参数轴过稀疏 对算法分析的影响。基于导波信号先验稀疏性, 稀 疏 DRT 方法强制频散信号能量在 DRT 域局部聚焦, 从而克服模糊谱估计。由于稀疏表征时选择性地加强 了信号分量, 稀疏 DRT 算法可以滤除原信号中的噪声。

1.4 超声阵列导波信号仿真

已知频散曲线 $k(\omega)$,通过激励信号频谱 $F(\omega)$ 与相位谱延迟项 $e^{ik(\omega)x}$ 可以计算出传播距离 x 的导波信号^[22]。采用 ElasticMatrix 工具包计算不同厚度下铝板的频散曲线组,铝板密度为 2700 kg/m³,横波和纵波速度分别为 3100 m/s 和 6400 m/s^[32]。根据式 (17)计算得到 1.5 mm 厚铝板中 18 通道阵列 (阵元间距为 0.8 mm)的不同模式导波仿真信号,包括 A0, S0, A1 模式 (0 < $k \le 4$ rad/mm, 0 < $f \le 2$ MHz); 仿真激励信号的频谱 $F(\omega) = 0.5 \cdot [1 - \cos(\omega/\omega_0)]$, (0 < $\omega \le \omega_0$), $\omega_0 = 0.8$ MHz。

$$g(x,t) = \int F(\omega) e^{j(k(\omega)x - \omega t)} d\omega, \qquad (17)$$

其中,g(x,t)为距离--时间域导波信号。

2 阵列导波信号采集实验装置

图 3 是实验系统示意图。使用可编程超声多通 道研究平台 Verasonics (Vantage 128 or 256, Verasonics Inc, WA, USA) 系统进行阵列导波信号检测实验, 使 用 128 阵元超声阵列探头进行导波激励和接收, 其 中心频率为 1 MHz, 带宽为-3 dB (0.6~1.5 MHz), 阵 元间距为 0.675 mm。实验中阵列探头通过超声耦合 剂与 1.5 mm 厚度铝板耦合, 信号采样频率设置为 4 MHz。利用 1~20 阵元发射高斯窗调制正弦波信 号, 实现板中导波激励, 利用 95~112 阵元进行导波 信号接收。接收信号数据经总线传输到计算机。



图 3 阵列导波信号检测实验系统示意图

3 结果与分析

3.1 仿真结果

1.5 mm 厚度铝板中多模式阵列导波仿真信号及 其频率-波数域能量谱如图 4 所示。图 4(a-c) 给出 了 A0, S0, A1 模式距离-时间域 (x-t域) 仿真信号波 形。经二维傅里叶变换, 所得 A0, S0, A1 模式仿真信 号频率-波数域 (*f*-*k*域) 能量谱如图 4(d-f) 所示。

采用归一化均方根误差 (NRMSE) 量化信号重建 误差, 定量描述原始信号与重建信号之间的匹配度^[22]:

NRMSE
$$(g',g) = \frac{\sqrt{\sum_{x_i=1}^{N_x} \sum_{t_j=1}^{N_t} |g'(x_i,t_j) - g(x_i,t_j)|}}{\frac{N_x * N_t}{(g_{\max} - g_{\min})}},$$
 (18)

式中,g(x,t)为原始信号,g'(x,t)为重建信号。

图 5 是 DRT 方法对单模式仿真信号的参数提取和降噪结果。添加随机高斯白噪声到图 5(a) 仿真信号中,获得信噪比 (SNR) 为 5 dB 的含噪声信号,见图 5(b)。图 5(c)(e) 分别为对含噪信号使用 DRT 方法得到的参数--延时域能量谱和重建信号。同样地,稀

疏 DRT 方法所得能量谱和重建信号如图 5(d)(f) 所示。比较图 5(c)(d) 中红色虚线, 两种方法厚度估计 值均为 1.48 mm, 但稀疏 DRT 方法所得参数轴分辨 率明显更高。对比图 5(e)(f) 的重建信号, DRT 和稀 疏 DRT 重建信号与原信号间的 NRMSE 分别为 0.044 和 0.020, 即稀疏 DRT 方法更精确地重建了含噪声信 号, 去除了原信号中的噪声分量。

图 6 和图 7 为稀疏 DRT 方法对多模式噪声信号 的模式分离结果。图 6(a) 的多模混合信号 (A0, S0, A1 模式) 中加入高斯白噪声, 得到 SNR 为 5 dB 的多 模式混合信号 (图 6(b))。通过稀疏 DRT 分离对应信 号模式 (图 6(c)(d)(e)),各分离模式相对原始信号的 NRMSE 分别为 0.026, 0.027, 0.034。将 3 个分离模式 重建信号叠加,图 6(f)是对应多模式信号去噪结 果。图 7 为图 6 经二维傅里叶变换投影到频率--波 数域的能量谱,可见稀疏 DRT 方法较好地分离了多 模式混合信号,并去除了原信号中的噪声。

3.2 实验结果

图 8 是 1.5 mm 铝板的实验信号模式分离结



图 4 1.5 mm 厚铝板仿真信号 (SNR = ∞) (a) x-t 域, A0; (b) x-t 域, S0; (c) x-t 域, A1; (d) f-k 域, A0; (e) f-k 域, S0; (f) f-k 域, A1



图 5 S0 仿真信号重建分析 (a) 原始仿真信号; (b) 5 dB SNR 仿真信号; (c) DRT 方法所得能量谱; (d) 稀疏 DRT 方法所得能量谱; (e) DRT 重建信号; (f) 稀疏 DRT 方法重建信号

果。图 8(a)为超声阵列探头所接收到的距离--时间 域导波信号,图 8(c-e)为稀疏 DRT 方法从实验信号 分离的 A0, S0, A1 模式。A0, S0, A1 模式信号所估 计的铝板厚度分别为 1.56 mm, 1.48 mm, 1.61 mm,厚 度估计的平均误差为 12.7%。经二维傅里叶变换, 图 8(b)(f)(g)(h)分别为图 8(a)(c)(d)(e)对应频率--波数 域能量谱。可以发现信号中 S0 模式能量较强,而 A0, A1 模式较弱。以上结果初步表明,稀疏 DRT 方 法可有效分离实验信号中不同强弱的导波模式,保 留较弱导波模式信号成分。

4 讨论

针对探头阵元数目和尺寸引起的有效孔径效 应、DRT 算子非正交性对稀疏 DRT 变换导波参数提 取的影响问题,本文采用正交匹配追踪算法进行稀 疏 DRT 算法优化,实现了阵列导波信号的高分辨率 参数域能量谱提取和信号噪声分量滤除,提高了导 波模式分离的精度和结构参数评估的稳定性。

图 9为 DRT 方法和稀疏 DRT 方法对不同信噪



图 6 *x*-*t*域 A0, S0, A1 叠加仿真信号稀疏 DRT 重建分析 (a) 原始信号; (b) 5 dB SNR 信号; (c) A0 重建信号; (d) S0 重建信号; (e) A1 重建信号; (f) 多模式叠加信号重建结果



图 7 *f*-*k*域 A0, S0, A1 叠加仿真信号稀疏 DRT 重建分析 (a) 原始信号; (b) 5 dB SNR 信号; (c) A0 重建信号; (d) S0 重建信号; (e) A1 重建信号; (f) 多模式叠加信号重建结果



图 8 实验结果 (a) x-t 域实验信号; (b) f-k 域实验信号; (c) x-t 域重建 A0; (d) x-t 域重建 S0; (e) x-t 域重建 A1; (f) f-k 域重建 A0; (g) f-k 域重建 S0; (h) f-k 域重建 A1



图 9 信号重建误差比较 (a) 重建 A0 误差; (b) 重建 S0 误差; (c) 重建 A1 误差; (d) 多模信号重建误差

比仿真信号的重建误差对比结果。各模式稀疏 DRT方法单模式重建误差分别如图 9(a-c) 中绿点蓝 线所示 (DRT方法对比结果如红点黑线所示),误差 平均较 DRT方法减少了 46.3%,41.8%,65.2%,总体 减少了 51.1%。图 9(d) 中稀疏 DRT方法对多模式导 波信号的重建误差略大于单模式重建结果 (图 9(a-c)), 但均小于不同信噪比下原始 DRT方法分离多模式 信号的对应结果。上述结果表明,稀疏 DRT方法在 不同信噪比条件下提高了信号重建的准确度,且分 离了导波信号中的混叠模式。

图 10 为不同方法所得 DRT 域能量谱的稀疏程 度差异比较。受有限孔径效应的限制,高分辨率频 散曲线提取一直是导波信号解释的重难点。通过沿一组频散曲线积分, DRT 方法将导波信号投影到 DRT 域中,提取高分辨率的频散曲线等价于获得沿 参数轴稀疏的 DRT 域能量谱。图 10(a)(b) 分别是稀 疏度 *m* 为 4 和 8 时的稀疏 DRT 方法结果,图 10(c-e) 分别为 Cauchy、L1、L2 范数下的高分辨率 DRT 方 法结果^[22],图 10(f) 为原始 DRT 方法所得结果。不同 方法所得 DRT 域能量谱稀疏度明显不同,且稀疏 DRT 方法沿红色虚线获得了相对较高的分辨率。

图 11(a) 给出了不同方法下参数轴分辨率比较 结果。图 11(a) 中"OMP"代表基于 OMP 算法的稀疏 DRT 方法 (稀 疏 度 *m* 对 应 为 4); "Cauchy"、"L1"、



图 10 DRT 域能量谱对比 (a) 稀疏 DRT (*m* = 4); (b) 稀疏 DRT (*m* = 8); (c) 基于 Cauchy、L1、L2 范数的高分辨率 DRT; (d) 基于 L1 范数 的高分辨率 DRT; (e) 基于 L2 范数的高分辨率 DRT; (d) 原始 DRT



图 11 DRT 方法分辨率对比 (a) 不同方法处理结果对比; (b) 不同稀疏度 m 处理结果对比

"L2"分别代表基于各自范数的高分辨率 DRT 方法; "Normal"代表原始 DRT 方法。结果中稀疏 DRT 方 法的参数轴-3 dB 带宽约为 0.03 mm, 较其他方法更 稀疏。比较图 11(b) 中不同稀疏度 *m*下稀疏 DRT 方 法的参数轴分辨率结果, 可发现随稀疏度 *m*从 4 递 增到 12, 参数轴-3 dB 带宽从 0.03 mm (稀疏度 *m*对 应为 4) 递增到 0.08 mm (稀疏度 *m*对应为 12)。沿参 数轴稀疏的 DRT 域能量谱选择性加强了信号分量, 提高了稀疏 DRT 方法的降噪效果。通过稀疏度 *m* 直接控制结果的参数轴稀疏程度, 稀疏 DRT 方法在 实际应用中更具鲁棒性。

5 结论

为了克服频散 Radon 变换基底的非正交性和有 限孔径效应对频散 Radon 变换导波参数提取精度的 影响,本文采用正交匹配追踪方法提升频散 Radon 变换算子的求解效率,提出了一种正交匹配追踪算 法优化稀疏频散 Radon 变换方法。所提方法可以高 效分离不同信噪比下的多模式仿真信号,不同模式 信号重建误差平均较传统频散 Radon 变换方法减少 了 51.1%。仿真和实验结果表明,该方法不仅可以实 现阵列导波信号频散参数-延迟时间域 (DRT 域)的 稀疏能量表示,而且能精确分离混合模式、有效去噪 并保留较弱导波模式信号成分。本研究对于超声导 波信号处理与波导参数定征具有参考意义。后续研 究将围绕基于频散 Radon 变换的多参数联合估计和 频散 Radon 变换基底的非正交性补偿等方面展开, 推进多结构参数同步评价方法的研究。

参考文献

- 倪龙,陈晓.基于频散补偿和分数阶微分的多模式兰姆波分离. 物理学报,2018;67(20):406-415
- 2 焦敏品,李海平,何存富,等.基于反转路径差信号的兰姆波成 像方法.物理学报,2019;68(12):129-141
- 3 Ta D, Wang W Q, Wang Y Y, *et al.* Measurement of the dispersion and attenuation of cylindrical ultrasonic guided gaves in long bone. *Ultrasound Med. Biol.*, 2009; **35**(4): 641–652
- 4 Xu K L, Liu D, Ta D, *et al.* Quantification of guided mode propagation in fractured long bones. *Ultrasonics*, 2014; 54(5): 1210–1218
- 5 Bai L, Xu K L, Li D, *et al.* Fatigue evaluation of long cortical bone using ultrasonic guided waves. *J. Biomech.*, 2018; 77: 83–90
- 6 Li Y F, Xu K L, Li Y, et al. Deep learning analysis of ultrasonic guided waves for cortical bone characterization. *IEEE Trans. Ul*trason. Ferroelectr. Freq. Control, 2021; 68(4): 935–951
- 7 许凯亮,他得安,王威琪,等.骨折长骨中超声导波传播特性的 仿真研究.声学学报,2009;34(5):423-429
- 8 Chen H L, Liu Z H, Wu B, et al. A technique based on nonlinear

Hanning-windowed chirplet model and genetic algorithm for parameter estimation of Lamb wave signals. *Ultrasonics*, 2021; **111**(3): 106333

- 9 Bochud N, Laurent J, Bruno F, et al. Towards real-time assessment of anisotropic plate properties using elastic guided waves. J. Acoust. Soc. Am., 2018; 143(2): 1138–1147
- 10 Chen H L, Ling F Y, Zhu W J, et al. Waveform inversion for wavenumber extraction and waveguide characterization using ultrasonic Lamb waves. *Measurement*, 2023; 207(15): 112360
- 11 Drinkwater B W, Wilcox P D. Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation: A review. NDT& E. Int., 2006; 39(7): 525–541
- 张海燕,杨杰,范国鹏,等.基于模式分离的兰姆波逆时偏移成 像.物理学报,2017;66(21):324-334
- 13 Xu C B, Yang Z B, Qiao B J, *et al.* A parameter estimation based sparse representation approach for mode separation and dispersion compensation of Lamb waves in isotropic plate. *Smart. Mater. Struct.*, 2020; 29(3): 035020
- 14 Minonzio J G, Talmant M, Laugier P. Guided wave phase velocity measurement using multi-emitter and multi-receiver arrays in the axial transmission configuration. J. Acoust. Soc. Am., 2010; 127(5): 2913–2919
- 15 Xu K L, Minonzio J G, Ta D, *et al.* Sparse SVD method for highresolution extraction of the dispersion curves of ultrasonic guided waves. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2016; 63(10): 1514–1524
- 16 Chang C Y, Yuan F G. Extraction of guided wave dispersion curve in isotropic and anisotropic materials by Matrix Pencil method. *Ultrasonics*, 2018; 89: 143–154
- 17 Chen Q, Xu K L, Ta D. High-resolution Lamb waves dispersion curves estimation and elastic property inversion. *Ultrasonics*, 2021; 115: 106427
- 18 Hu Y, Cui F S, Li F C, et al. Sparse wavenumber analysis of guided wave based on hybrid Lasso regression in composite laminates. *Struct. Health. Monit.*, 2022; 21(4): 1367–1378
- 19 Tran T N H T, Nguyen K C T, Sacchi M D, et al. Imaging ultrasonic dispersive guided wave energy in long bones using linear radon transform. Ultrasound Med. Biol., 2014; 40(11): 2715– 2727
- 20 Tran T N H T, Le L H, Sacchi M D, et al. Multichannel filtering and reconstruction of ultrasonic guided wave fields using time intercept-slowness transform. J. Acoust. Soc. Am., 2014; 136(1): 248–259
- Xu K L, Ta D A, Cassereau D, *et al.* Multichannel processing for dispersion curves extraction of ultrasonic axial-transmission signals: Comparisons and case studies. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2016; 140(3): 1758–1770
- 22 Xu K L, Laugier P, Minonzio J G. Dispersive Radon transform. J. Acoust. Soc. Am., 2018; 143(5): 2729–2743
- 23 Wang J, Kwon S, Shim B. Generalized orthogonal matching pursuit. *IEEE Trans. Signal Process*, 2012; 60(12): 6202–6216
- 24 Donoho D L. For most large underdetermined systems of equations, the minimal *l*(1)-norm near-solution approximates the sparsest near-solution. *Commun. Pur. Appl. Math.*, 2006; **59**(7): 907–934
- 25 Donoho D L. Compressed sensing. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 2006; **52**(4): 1289–1306
- 26 Zhao W B, Li M, Harley J B, *et al.* Reconstruction of Lamb wave dispersion curves by sparse representation with continuity con-

straints. J. Acoust. Soc. Am., 2017; 141(2): 749-763

- 27 Gao F, Hua J D, Wang L F, *et al.* Local wavenumber method for delamination characterization in composites with sparse representation of Lamb waves. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, 2021; **68**(4): 1305–1313
- 28 Mallat S G, Zhang Z F. Matching pursuits with time-frequency dictionaries. *IEEE Trans. Signal Process*, 1993; **41**(12): 3397– 3415
- 29 Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Trans. Inf. Theory*,

2007; 53(12): 4655-4666

- 30 Brown J M. Determination of elastic moduli from measured acoustic velocities. *Ultrasonics*, 2018; 90(1): 23–31
- Su Z Q, Ye L, Lu Y. Guided Lamb waves for identification of damage in composite structures: A review. *J. Sound Vib.*, 2006; 295(3): 753–780
- 32 Ramasawmy D R, Cox B, Treeby B E. ElasticMatrix: A MAT-LAB toolbox for anisotropic elastic wave propagation in layered media. *SoftwareX*, 2020; 11: 100397