

纪念马大猷先生诞辰 110 周年

混合前馈有源噪声控制系统中正弦噪声抵消器 对降噪性能的影响*

曹晟楠^{1,2} 孙红灵^{1,2†} 王 晗¹

(1 中国科学院噪声与振动重点实验室(声学研究所) 北京 100190)

(2 中国科学院大学 北京 100049)

2024 年 1 月 30 日收到

2024 年 4 月 7 日定稿

摘要 混合前馈有源噪声控制系统中, 正弦噪声抵消器产生宽带参考信号, 影响有源噪声控制效果。为了给混合前馈有源噪声控制系统中正弦噪声抵消器的选择和优化提供理论支撑, 研究了正弦噪声抵消器对混合前馈有源噪声控制系统的收敛和降噪性能的影响。首先, 对比了常用的正弦噪声抵消器, 并提出了一种基于级联二阶无限脉冲响应陷波滤波器组的正弦噪声抵消器。其次, 推导控制滤波器系数误差均值迭代公式, 研究正弦噪声抵消器对宽带和窄带控制器的收敛以及耦合的影响。最后, 分析正弦噪声抵消器的收敛速度和带宽对混合前馈有源噪声控制系统瞬态和稳态降噪性能的影响。仿真和实验结果证明了所提理论和正弦噪声抵消器的有效性。

关键词 复合噪声, 有源噪声控制, 噪声抵消器, 收敛行为, 降噪性能

PACS: 43.50, 43.60

DOI: 10.12395/0371-0025.2024043

CSTR: 32049.14.11-2065.2024043

The influence of sinusoidal noise canceller on noise reduction performance in feedforward hybrid active noise control system

CAO Shengnan^{1,2} SUN Hongling^{1,2†} WANG Han¹

(1 Key Laboratory of Noise and Vibration Research, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences Beijing 100190)

(2 University of Chinese Academy of Sciences Beijing 100049)

Received Jan. 30, 2024

Revised Apr. 7, 2024

Abstract The performance of the feedforward hybrid active noise control is influenced by the sinusoidal noise canceller which generates the broadband reference signal. In order to provide a theoretical basis for the selection and optimization of the sinusoidal noise canceller in the feedforward hybrid active noise control system, the effects of the sinusoidal noise canceller on the convergence and noise reduction performance are investigated in this work. First, the existing sinusoidal noise cancellers are compared, and a sinusoidal noise canceller based on the cascade second-order infinite impulse response notch filter bank is proposed. By deriving iterative equations of mean weight errors, the effects of the sinusoidal noise canceller on the convergence and coupling of controllers are then analyzed. Finally, the influence of the convergence rate and bandwidth of the sinusoidal noise canceller on both the transient and steady-state noise reduction performance is discussed. Extensive simulations and experiments are conducted to validate the proposed theory.

Keywords Mixed noise, Active noise control, Noise canceller, Convergence behavior, Noise reduction performance

* 国家自然科学基金项目(12004412, 12304525)资助

† 通讯作者: 孙红灵, hlsun@mail.ioa.ac.cn

引言

广泛存在的噪声会对人类活动产生不利的影响。基于声波反相叠加原理的有源噪声控制(ANC)技术对低频噪声控制效果好^[1-5]。有源噪声控制领域中最经典的算法是结构简单、计算量小、性能优异的滤波-x 最小均方(FxLMS)算法^[6-8]。但是,无论理论分析还是实验结果都表明,基于 FxLMS 算法的宽带有源噪声控制(BANC)技术在参考信号自相关矩阵特征值扩散度较大,即参考信号能量集中在某些频率时,收敛速度和降噪效果欠佳^[1,9]。为了更好地控制低频线谱噪声,Widrow 等提出了窄带有源噪声控制(NANC)算法^[10]。由于不需要参考传声器且计算复杂度低,NANC 算法成为有源噪声控制领域的研究热点^[11-14]。然而,由于 NANC 算法使用内部生成的同步信号作为参考信号,其对目标频率之外的噪声没有任何控制能力。

实际的噪声通常既含有频率范围宽的宽带成分,又含有能量集中的窄带成分,如风机或泵产生的噪声。对于这种复合噪声,使用 BANC 和 NANC 技术都不能取得理想的降噪效果。为了解决这一问题,Xiao 等提出了混合前馈有源噪声控制(FFHANC)技术^[15],其核心思想是采用一个正弦噪声抵消器(SNC)将参考信号中的宽带和窄带成分分离,随后使用并行的 BANC 和 NANC 子系统分别抵消初级噪声中的宽带和窄带成分,其中产生宽带参考信号的 SNC 是 FFHANC 系统的重要组成部分。因此,近年来有许多针对 SNC 的研究,如 Xiao 等提出了使用无限脉冲响应(IIR)陷波器分离参考信号的方法^[16,17],黄博妍和 Chen 等在 SNC 上应用了自适应方法^[18,19],Zhu 等改进了基于离散傅里叶系数(DFC)分析器的 SNC 的结构^[20]。

许多关于 FFHANC 系统的研究使用 DFC 分析器^[15,18-23]实现参考信号的分离。DFC 分析器可看作是一种基于最小均方(LMS)算法的陷波器,其结构简单,方便并行连接以同时除去多个线谱^[24]。IIR 陷波器也可以作为 SNC^[16,17],其优点是可以方便地使用自适应陷波技术追踪窄带噪声的频率,以解决实际应用中可能出现的频偏问题^[25-27]。此外,线性预测也可用于分离复合噪声中的宽带和窄带成分^[28]。仿真和实验结果显示,在 FFHANC 系统中,上述方法都能够实现参考信号分离这一目标。

近年来,针对 FFHANC 系统的研究很多,包括

SNC 子系统的设计、基于控制滤波器更新方式的性能优化等。然而,与直接影响系统降噪性能的 SNC 子系统相关的两个问题还没有得到解决:1) 没有关于 SNC 参考信号分离性能的分析;2) 没有关于 SNC 对 FFHANC 系统性能影响的讨论。为解决这些问题,本文对 FFHANC 系统中的正弦噪声抵消器进行了系统研究。首先,对比了各种正弦噪声抵消器的信号分离性能,并提出了一种基于级联二阶 IIR 陷波器组的正弦噪声抵消器。其次,推导控制滤波器系数误差在均值意义下的迭代方程,分析了 SNC 的收敛对控制滤波器收敛行为的影响。最后,讨论了正弦噪声抵消器对 FFHANC 系统的瞬态和稳态降噪性能的影响。

1 混合前馈有源噪声控制系统

1.1 有源噪声控制算法

图 1 是 FFHANC 系统的示意图,此系统是针对待消除的噪声中同时存在宽带和窄带成分的情况设计的。图 1 中由传感器采集到的参考信号 $x(n)$ 可以表示为宽带噪声和窄带噪声之和,有

$$x(n) = x_b(n) + x_n(n) = x_b(n) + \sum_{k=1}^q [a_k \cos(\omega_k n) + b_k \sin(\omega_k n)], \quad (1)$$

其中, $x_b(n)$ 为宽带噪声, $x_n(n)$ 为包含 q 个频率分量的窄带噪声。各窄带噪声分量对应的圆频率为 ω_k , 每个频率分量的 DFC 分别为 a_k 和 b_k , 其中 $k = 1, \dots, q$ 。与传统的有源噪声控制方法不同,FFHANC 系统首先利用 SNC 子系统除去参考信号 $x(n)$ 中的窄带成分,得到宽带噪声的估计 $x'_b(n)$,并将其作为 BANC 子系统的参考信号。误差信号中的窄带噪声则由 NANC 子系统处理,作为窄带参考信号的内部同步信号可以表示为 $x_{1k} = \cos(\omega_k n)$ 和 $x_{2k} = \sin(\omega_k n)$ 。

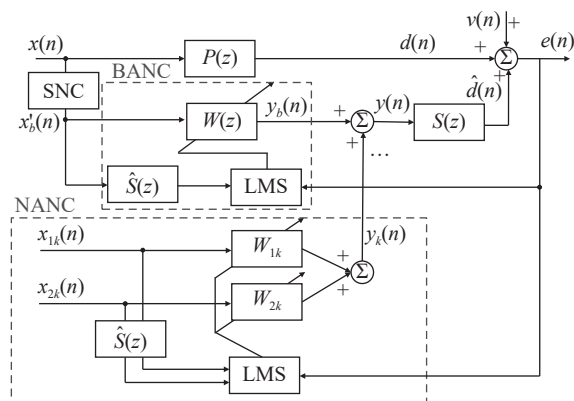


图 1 混合前馈有源噪声控制系统框图

图 1 中的 $S(z)$ 是从次级声源到误差传感器的次级通道, 可以用一个 L 阶的 FIR 滤波器表示为 $s(n) = [s_0, s_1, \dots, s_{L-1}]^T$ 。 $\widehat{S}(z)$ 是次级通道的估计, 可以使用 $\widehat{L}$ 阶的滤波器表示为 $\widehat{s}(n) = [\widehat{s}_0, \widehat{s}_1, \dots, \widehat{s}_{\widehat{L}-1}]^T$ 。 $W(z)$ 是 N 阶宽带控制滤波器, 其系数向量为 $w(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$ 。第 k 个频率的窄带控制滤波器为 $w_{1k}(n)$ 和 $w_{2k}(n)$ 。

根据慢收敛假设^[1], 交换次级通道和控制滤波器的时序, 误差点处的次级噪声可以表示为

$$\widehat{d}(n) = r_b^T(n)w(n) + \sum_{k=1}^q [r_{1k}(n)w_{1k}(n) + r_{2k}(n)w_{2k}(n)], \quad (2)$$

其中, $r_b^T(n)$, $r_{1k}(n)$, $r_{2k}(n)$ 分别为宽带和各窄带参考信号与真实次级通道 $S(z)$ 卷积形成的滤波参考信号:

$$r_b'(n) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i x_b'(n-i), \quad (3)$$

$$r_{1k}(n) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i x_{1k}(n-i), \quad (4)$$

$$r_{2k}(n) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i x_{2k}(n-i), \quad (5)$$

其中, $x_b'(n) = [x_b'(n), x_b'(n-1), \dots, x_b'(n-N+1)]^T$ 为宽带参考信号向量。图 1 中的误差信号 $e(n)$ 可以表示为

$$e(n) = d(n) + \widehat{d}(n) + v(n), \quad (6)$$

其中, $d(n)$ 为初级噪声, $v(n)$ 为不相关的测量噪声。

在 FFHANC 系统中, 基于 FxLMS 算法的滤波器系数更新公式为^[15]

$$w(n+1) = w(n) - \mu \widehat{r}_b(n)e(n), \quad (7)$$

$$w_{1k}(n+1) = w_{1k}(n) - \mu_k \widehat{r}_{1k}(n)e(n), \quad (8)$$

$$w_{2k}(n+1) = w_{2k}(n) - \mu_k \widehat{r}_{2k}(n)e(n), \quad (9)$$

其中, μ 为宽带步长, μ_k 为第 k 个频率的窄带步长。 $\widehat{r}_b(n)$, $\widehat{r}_{1k}(n)$, $\widehat{r}_{2k}(n)$ 为估计的滤波参考信号, 可以通过将式 (3)—式 (5) 中的 s_i 换成 $\widehat{s}_i$ 获得。

式 (7)—式 (9) 描述了 FFHANC 系统的控制滤波器更新方式, 从中可以看出本算法与传统的 ANC 算法的区别主要有两点。第一, 在 FFHANC 系统中, 存在两个并行的 ANC 模块, 算法的总体降噪效果是 BANC 子系统和 NANC 子系统共同作用的结果。第二, 在 FFHANC 系统中, 宽带参考信号 $x_b(n)$ 是 SNC 子系统的输出信号, 它是对传声器采集到的参考信号 $x(n)$ 中宽带部分 $x_b(n)$ 的估计。而传统的 BANC 系统使用传声器采集到的信号作为参考信号。由于参

考信号与初级噪声的相关性是决定有源噪声控制效果的重要因素, SNC 的分离性能直接影响 FFHANC 的降噪性能。

1.2 正弦噪声抵消器

IIR 陷波器和 DFC 分析器是 FFHANC 系统中常用的信号参考分离方法。FFHANC 系统中常用的二阶 IIR 陷波器的传递函数为^[16]

$$H(z) = \frac{1 - 2\cos(\omega_o)z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2r\cos(\omega_o)z^{-1} + r^2z^{-2}} = \frac{(z - e^{j\omega_o})(z - e^{-j\omega_o})}{(z - re^{j\omega_o})(z - re^{-j\omega_o})}, \quad (10)$$

其中, ω_o 是陷波器的目标圆频率。 r 是极点距离原点的距离, 为了保证陷波器的稳定性, 需要满足 $0 < r < 1$ 。根据传递函数可以看出, 二阶 IIR 陷波器仅影响目标频率附近的幅度和相位, 且极径 r 与陷波带宽成反比。根据式 (10), 二阶 IIR 陷波器单元在每个采样间隔需要执行三次乘法。

基于 LMS 算法的 DFC 分析器的更新公式为^[15]

$$\widehat{a}(n+1) = \widehat{a}(n) + \mu_{DFC} e_{DFC}(n)x_1(n), \quad (11)$$

$$\widehat{b}(n+1) = \widehat{b}(n) + \mu_{DFC} e_{DFC}(n)x_2(n), \quad (12)$$

其中, $\widehat{a}(n)$ 和 $\widehat{b}(n)$ 为估计的 DFC, $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 为窄带正弦和余弦参考信号。DFC 分析器的误差信号为

$$e_{DFC}(n) = x(n) - [x_1(n)\widehat{a}(n) + x_2(n)\widehat{b}(n)]. \quad (13)$$

当自适应步长较小时, DFC 分析器可以视为极径为 $1 - \mu_{DFC}/2$ 的 IIR 陷波器^[24]。根据式 (13), DFC 分析器单元完成一次迭代需要进行 6 次乘法。

基于 LMS 算法的线性预测方法也可以被用于分离参考信号的宽带和窄带成分^[28], 其中滤波器的更新公式为

$$w_{LP}(n+1) = w_{LP}(n) + \mu_{LP} x(n-1)x_B(n), \quad (14)$$

$$x_B(n) = x(n) - w_{LP}^T(n)x(n-1). \quad (15)$$

由于输入信号中的宽带成分会干扰滤波器的收敛过程, 基于线性预测方法的 SNC 可能需要较高的滤波器阶数和较长的收敛时间才能取得好的分离效果。增大收敛步长 μ_{LP} 可以加速收敛, 但也会降低信号分离的精度。

宽窄带复合噪声中的窄带成分通常包含多个频率的噪声, 因此 FFHANC 系统中的 SNC 需要同时除去多个频率的窄带噪声。线性预测方法的输入信号中存在所有窄带成分, 因此使用一个滤波器就可以消除所有的窄带噪声, 且无需预先识别窄带频率。而其余两种信号分离方法则需要组合使用多个

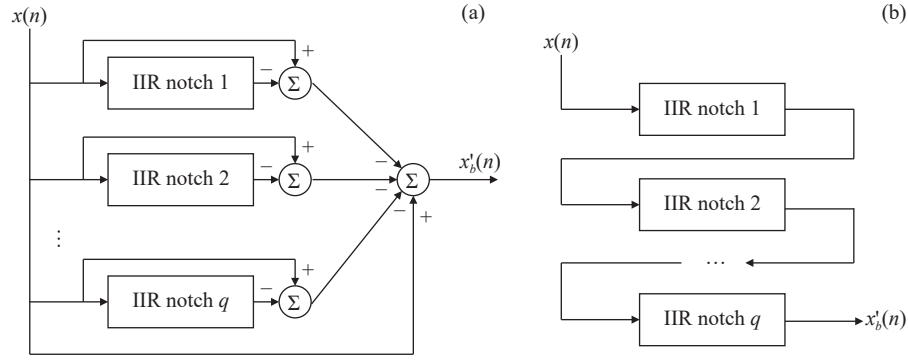


图2 基于二阶 IIR 陷波器的正弦噪声抵消器 (a) 并联型; (b) 级联型

SNC 单元。对于 DFC 分析器, 可以方便地并联多个单元消除复数频率的窄带噪声, 而 IIR 陷波器单元则无法直接并联使用。现有的方法是利用 IIR 陷波器单元的输出来计算所有窄带噪声, 再从复合噪声中减去所有窄带成分, 如图 2(a) 所示^[16]。然而, 这种 SNC 中存在 $2q$ 次的减法, 其中的误差可能影响信号分离的精度。因此, 本文提出了一种基于级联二阶 IIR 陷波器组的 SNC, 如图 2(b) 所示。不含任何减法环节的所提方法简化了 SNC 的结构, 能够提升信号分离的精度。值得注意的是, 级联结构会导致各 IIR 陷波器单元的延迟累积。二阶 IIR 陷波器单元的相位延迟仅存在于目标频率附近, 且存在延迟的范围与极径 r 成反比。因此, 为了满足前馈宽带 ANC 子系统的因果性约束, 可以使用极径 r 较大的陷波器, 以防止不同 IIR 陷波器单元陷波带宽重叠导致的相位延迟累积现象。

2 理论分析

FFHANC 系统中 SNC 的输出信号是宽带控制滤波器的参考信号, 因此 SNC 直接影响 FFHANC 系统的收敛过程和降噪性能。在有源控制开始的阶段, SNC 的输出是非稳态的, 这给统计分析带来困难。通过忽略 SNC 的收敛过程可以进行初步分析^[29]。然而, 在实际应用中, 为了保证宽带性能, 通常会令 SNC 的带宽较小, 导致其需要较长时间才能达到稳定。这种情况下忽略 SNC 的收敛过程会给分析带来误差。为了理论分析的准确性, 需要考虑 SNC 收敛过程的影响。在有源控制开始的阶段, SNC 处于收敛状态。此时, SNC 还不能完全除去复合噪声中的窄带成分, 宽带和窄带参考信号之间将存在相关性。而 SNC 到达稳定状态后, 宽带参考信号可以被看作不包含任何窄带成分。本节研究这两种情况下 SNC 对 FFHANC 系统的收敛和降噪性能的影响。

2.1 SNC 对控制器收敛的影响

在收敛状态下, SNC 输出的宽带参考信号中存在窄带成分。因此宽带参考信号 $x'_b(n)$ 可以重写为

$$x'_b(n) = x_b(n) + \sum_{k=1}^q [a'_k \cos(\omega_k n) + b'_k \sin(\omega_k n)], \quad (16)$$

其中, a'_k 和 b'_k 为残余窄带成分的 DFC。此时, 式 (3) 中的宽带参考信号向量可以重写为

$$\mathbf{r}'_b(n) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i \mathbf{x}'_b(n-i) = \mathbf{r}_b(n) + \sum_{k=1}^q [a'_k \mathbf{r}_{1k}(n) + b'_k \mathbf{r}_{2k}(n)], \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{r}_b(n) = \sum_{i=0}^{L-1} s_i \mathbf{x}_b(n-i). \quad (18)$$

此外, $\hat{\mathbf{r}}'_b(n)$ 和 $\hat{\mathbf{r}}_b(n)$ 也可以通过将式 (17) 和式 (18) 中的真实次级通道替换估计次级通道获得。

利用式 (2) 和式 (6), 将宽带滤波器系数 $w(n)$ 和窄带滤波器系数 $w_{1k}(n)$, $w_{2k}(n)$ 都替换为定值, 并忽略控制滤波器和参考信号之间的相关性^[30], FFHANC 系统的均方误差 (MSE) 可以表示为

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] = & \sigma_d^2 + \sigma_v^2 + \mathbf{w}^T \mathbf{R}_{r'_b, r'_b} \mathbf{w} + 2\mathbf{p}_{d, r'_b} \mathbf{w} + \\ & \sum_{k=1}^q (\mathbf{R}_{r_{1k}, r_{1k}} w_{1k}^2 + \mathbf{R}_{r_{2k}, r_{2k}} w_{2k}^2 + 2\mathbf{p}_{d, r_{1k}} w_{1k} + 2\mathbf{p}_{d, r_{2k}} w_{2k} + \\ & 2w_{1k} \mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b} \mathbf{w} + 2w_{2k} \mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b} \mathbf{w}), \end{aligned} \quad (19)$$

其中, σ_d^2 和 σ_v^2 分别为初级噪声 $d(n)$ 和背景噪声 $v(n)$ 的方差。表 1 给出式 (19) 中的相关项的定义, $\mathbf{R}$ 代表相关矩阵, $\mathbf{p}$ 代表相关向量, R 代表相关系数, 计算相关的信号由下标表示。下文的其余符号也采用此定义方式。

令 MSE 对 w , w_{1k} , w_{2k} 的偏导数为 0, 可得

$$\mathbf{R}_{r'_b, r'_b} \mathbf{w} + \mathbf{p}_{d, r'_b} + \sum_{k=1}^q (w_{1k} \mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b} + w_{2k} \mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}) = 0, \quad (20)$$

表 1 式 (19) 中符号的定义

符号	定义
$\mathbf{R}_{r'_b, r'_b}$	$\mathbf{r}'_b(n)$ 的自相关矩阵
$\mathbf{p}_{d, r'_b}$	$\mathbf{r}'_b(n)$ 和 $d(n)$ 互相关向量
$\mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b}$	$\mathbf{r}'_b(n)$ 和 $r_{1k}(n)$ 互相关向量
$\mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}$	$\mathbf{r}'_b(n)$ 和 $r_{2k}(n)$ 互相关向量
$\mathbf{p}_{d, r_{1k}}$	$d(n)$ 和 $r_{1k}(n)$ 互相关
$\mathbf{p}_{d, r_{2k}}$	$d(n)$ 和 $r_{2k}(n)$ 互相关
$R_{r_{1k}, r_{1k}}$	$r_{1k}(n)$ 的自相关系数
$R_{r_{2k}, r_{2k}}$	$r_{2k}(n)$ 的自相关系数

$$\mathbf{R}_{r_{1k}, r_{1k}} \mathbf{w}_{1k} + \mathbf{p}_{d, r_{1k}} + \mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b}^T \mathbf{w} = 0, \quad (21)$$

$$\mathbf{R}_{r_{2k}, r_{2k}} \mathbf{w}_{2k} + \mathbf{p}_{d, r_{2k}} + \mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}^T \mathbf{w} = 0. \quad (22)$$

求解式 (20)—式 (22) 组成的方程组, 可以得到 SNC 处于收敛状态下 FFHANC 系统的最优解为

$$\mathbf{w}_o = \left[\mathbf{R}_{r'_b, r'_b} - \sum_{k=1}^q \left(\frac{\mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b} \mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b}^T}{R_{r_{1k}, r_{1k}}} + \frac{\mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b} \mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}^T}{R_{r_{2k}, r_{2k}}} \right) \right]^{-1} \cdot \left[-\mathbf{p}_{d, r'_b} + \sum_{k=1}^q \left(\frac{\mathbf{p}_{d, r_{1k}} \mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b}}{R_{r_{1k}, r_{1k}}} + \frac{\mathbf{p}_{d, r_{2k}} \mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}}{R_{r_{2k}, r_{2k}}} \right) \right], \quad (23)$$

$$\mathbf{w}_{1k, o} = -\frac{\mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b}^T \mathbf{w}_o + \mathbf{p}_{d, r_{1k}}}{R_{r_{1k}, r_{1k}}}, \quad (24)$$

$$\mathbf{w}_{2k, o} = -\frac{\mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}^T \mathbf{w}_o + \mathbf{p}_{d, r_{2k}}}{R_{r_{2k}, r_{2k}}}. \quad (25)$$

从式 (23)—式 (25) 可以看出, 由于宽带参考信号中存在残余的窄带噪声, 宽带和窄带控制滤波器的最优解之间存在耦合。随着 a'_k 和 b'_k 逐渐减小到 0, 耦合项 $\mathbf{p}_{r_{1k}, r'_b}$ 和 $\mathbf{p}_{r_{2k}, r'_b}$ 趋于零。因此, FFHANC 系统的最优滤波器在 SNC 达到稳态之前是时变的。

为了分析 SNC 对 FFHANC 系统中控制滤波器收敛的影响, 定义宽带和窄带控制滤波器的系数与最优解之间的系数误差为 $\boldsymbol{\varepsilon}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_o$, $\varepsilon_{1k}(n) = w_{1k}(n) - w_{1k, o}$ 和 $\varepsilon_{2k}(n) = w_{2k}(n) - w_{2k, o}$ 。则根据式 (2) 和式 (6), FFHANC 系统的误差信号可以重写为

$$e(n) = e_o(n) + \mathbf{r}_b^T(n) \boldsymbol{\varepsilon}(n) + \sum_{k=1}^q [r_{1k}(n) \varepsilon_{1k}(n) + r_{2k}(n) \varepsilon_{2k}(n)], \quad (26)$$

其中, $e_o(n)$ 是使用最优解产生的估计误差。根据维纳滤波的正交性^[9], 最优估计误差 $e_o(n)$ 与滤波参考信号 $\mathbf{r}'_b(n)$, $r_{1k}(n)$, $r_{2k}(n)$ 都无关。此外, 由于窄带控制器的最优解总是可以除去误差信号中的所有窄带噪声成分, 因此有 $E[e_o(n) \widehat{r}_{1k}(n)] = 0$, $E[e_o(n) \widehat{r}_{2k}(n)] = 0$ 。

将式 (26) 代入式 (7) 并求数学期望, 可得宽带滤波器系数误差向量的均值迭代公式为

$$E[\boldsymbol{\varepsilon}(n+1)] = (\mathbf{I} - \mu \mathbf{R}_{\widehat{r}_b, r'_b}) E[\boldsymbol{\varepsilon}(n)] - \mu \mathbf{p}_{e_o, \widehat{r}_b} - \mu \sum_{k=1}^q [\mathbf{p}_{r_{1k}, \widehat{r}_b} \varepsilon_{1k}(n) + \mathbf{p}_{r_{2k}, \widehat{r}_b} \varepsilon_{2k}(n)]. \quad (27)$$

同理可得窄带滤波器系数误差 $\varepsilon_{1k}(n)$ 和 $\varepsilon_{2k}(n)$ 的均值迭代公式为

$$E[\varepsilon_{1k}(n+1)] = (1 - \mu_k \mathbf{p}_{\widehat{r}_{1k}, r_{1k}}) E[\varepsilon_{1k}(n)] - \mu_k \mathbf{p}_{\widehat{r}_{1k}, r_{2k}} E[\varepsilon_{2k}(n)] - \mu_k \mathbf{p}_{\widehat{r}_{1k}, \widehat{r}_b} E[\boldsymbol{\varepsilon}(n)], \quad (28)$$

$$E[\varepsilon_{2k}(n+1)] = (1 - \mu_k \mathbf{p}_{\widehat{r}_{2k}, r_{2k}}) E[\varepsilon_{2k}(n)] - \mu_k \mathbf{p}_{\widehat{r}_{2k}, r_{1k}} E[\varepsilon_{1k}(n)] - \mu_k \mathbf{p}_{\widehat{r}_{2k}, \widehat{r}_b} E[\boldsymbol{\varepsilon}(n)]. \quad (29)$$

式 (27)—式 (29) 描述了 SNC 在收敛状态时 FFHANC 系统的均值收敛过程。其中, 导致宽带和窄带滤波器之间产生耦合的项为 $\mathbf{p}_{r_{1k}, \widehat{r}_b}$, $\mathbf{p}_{r_{2k}, \widehat{r}_b}$, $\mathbf{p}_{\widehat{r}_{1k}, \widehat{r}_b}$, $\mathbf{p}_{\widehat{r}_{2k}, \widehat{r}_b}$ 。由于宽带参考信号中存在残留的窄带噪声, 耦合项不为 0。随着式 (16) 中的 a'_k 和 b'_k 逐渐降低, 宽带和窄带控制器之间的相互影响减弱, 直到解耦。耦合导致窄带控制器的收敛速度减慢。式 (28) 和式 (29) 中的耦合项 $\mathbf{p}_{\widehat{r}_{1k}, \widehat{r}_b}$ 和 $\mathbf{p}_{\widehat{r}_{2k}, \widehat{r}_b}$ 不为 0 时, 只有在宽带系数误差 $E[\boldsymbol{\varepsilon}(n)]$ 完成收敛后, 窄带滤波器才能达到稳态。然而, 由于 NANC 算法的特点, 窄带滤波器本来能够以更快地速度达到稳态。此外, 从式 (27)—式 (29) 中可以看到, 减小控制滤波器的更新步长 μ 和 μ_k 或提高参考信号分离的速度能够减弱耦合项对滤波器收敛的影响。

SNC 达到稳态后, 其输出信号在目标频率 ω_k 处的能量极低, 因此可以认为宽带参考信号 $x'_b(n)$ 中不含任何窄带噪声成分。将此时的宽带参考信号表示为 $x_b^*(n)$ 。需要注意的是 $x_b^*(n)$ 和初级噪声中的宽带部分 $x(n)$ 可能存在差异。这是因为 SNC 在除去窄带噪声之外, 还可能降低目标频率附近的宽带噪声。尽管如此, 由于 $x_b^*(n)$ 与窄带参考信号无关, 通过将式 (23)—式 (25) 和式 (27)—式 (29) 中的 $x_b(n)$ 用 $x_b^*(n)$ 代替并令耦合项为 0, 可以直接得到 SNC 达到稳态后的公式。此时系统的最优解和系数误差均值迭代公式除了宽带参考信号被 $x_b^*(n)$ 代替之外, 与传统的 BANC 和 NANC 系统的完全相同^[1,29]。因此, 从均值意义上来说, SNC 在稳定状态时, FFHANC 系统中的宽带和窄带控制器是相互独立的。

2.2 SNC 对降噪性能的影响

通过影响控制器滤波器的收敛, SNC 会影响 FFHANC 系统的瞬态降噪性能。基于前文的分析, 可以将 FFHANC 系统中控制滤波器的收敛过程分为两个阶段。阶段 1: 在有源控制开始的阶段, SNC 还未收敛到稳态。由于宽带参考信号 $x'_b(n)$ 中存在窄带

成分, 宽带和窄带控制器的收敛耦合在一起。此时, 控制器的收敛速度由子系统中收敛速度更慢的一方决定, 通常情况下是宽带子系统。在此过程中, 只要 SNC 还未达到稳态, 窄带控制器就无法收敛到最优解, 因此窄带噪声不能被很好地消除。阶段 2: 随着宽带参考信号中窄带分量的 DFC 减小, SNC 从收敛状态过渡到稳定状态。当 $x_b^*(n)$ 中的窄带成分足够小以至于可以忽略时, 式 (27)~式 (29) 中的耦合项变为 0, 宽带和窄带控制器相互独立地进行收敛。因此, 快速收敛的窄带控制器可以迅速降低复合噪声中的窄带成分。窄带控制器和 SNC 的收敛速度决定了这两个阶段在收敛过程中的占比。窄带控制器的收敛速度比 SNC 的收敛速度快时, 窄带噪声的收敛过程主要表现为阶段 1。相反, 当窄带控制器收敛速度相对较慢时, 阶段 2 成为主要表现形式。在步长不变的情况下, SNC 到达稳态的时间越短, FFHANC 系统中窄带噪声的收敛速度越快。需要注意的是, FFHANC 系统中包含宽带和窄带两个部分, 因此误差信号总能量的收敛主要取决于复合噪声中能量更强的部分。

SNC 还会影响 FFHANC 系统的稳态降噪性能。SNC 在除去参考信号中的窄带成分时, 还会降低目标频率附近的宽带噪声。SNC 的带宽越大, 稳定后的宽带参考信号 $x_b^*(n)$ 中目标频率附近的宽带成分越弱, 则 FFHANC 系统的宽带降噪性能越差。而 SNC 的带宽越窄, 到达稳态所需的时间越长。因此 FFHANC 系统的收敛速度和稳态降噪性能之间存在矛盾。

通过调整 SNC 的带宽可以在 FFHANC 系统的宽带和窄带降噪性能之间进行取舍。一方面, 当初级噪声中宽带部分能量较强时, 为了保证目标频率附近的宽带降噪性能, 可以选择小带宽的 SNC。此时 SNC 需要更长时间除去参考信号中的窄带成分。根据上文的分析, 这将减慢 FFHANC 系统中窄带噪

声收敛速度。由于初级噪声中窄带能量占比不大, 因此这种牺牲是可以接受的。另一方面, 当初级噪声中窄带部分能量较高时, 快速降低误差点处的窄带噪声是优先需求。因此需要令参考信号宽带和窄带成分快速分离, 以防止宽带控制器影响窄带控制器的收敛。此时, 牺牲窄带频率附近宽带降噪性能的大带宽 SNC 是更合适的选择。由于初级噪声能量以窄带部分为主, 这种牺牲也不会对整体的降噪效果产生很大的影响。因此, 在 FFHANC 系统的应用中, 可以根据初级噪声中宽带和窄带成分能量占比和实际的降噪指标要求, 选择合适的 SNC。

3 计算机仿真与分析

3.1 SNC 的瞬态和稳态性能

根据理论分析, SNC 的稳定时间和带宽会影响 FFHANC 系统的降噪性能。本节对比了不同 SNC 的信号分离能力。只要不发散, 稳定后的 IIR 陷波器和 DFC 分析器都能够完全消除输入信号中的窄带成分^[24]。图 3(a) 给出了 DFC 分析器与 IIR 陷波器的 3 dB 带宽和稳定时间随极径 r 变化的情况, 其中 DFC 分析器的步长通过公式 $r = 1 - \mu_{\text{DFC}/2}$ 换算成等效极径。不失一般性地, 在本仿真中, 方差为 1 的高斯白噪声和方差为 0.5 的正弦信号分别作为复合噪声的宽带和窄带成分。从图 3(a) 可以看出, 在极径相同时, 两种参考信号分离方法的稳定时间相同。然而, IIR 陷波器的信号分离带宽小于 DFC 分析器, 且极径越小, 差距越明显。

与基于 IIR 陷波器和 DFC 分析器的 SNC 不同, 线性预测方法包含滤波器阶数和步长两个参数。众所周知, 迭代步长决定收敛速度, 需要注意的是步长过大会导致稳态误差增加。在线性预测方法中, 线性预测滤波器的阶数是影响分离性能的主要因素。图 3(b) 显示了带宽和窄带噪声衰减量随着滤波器阶

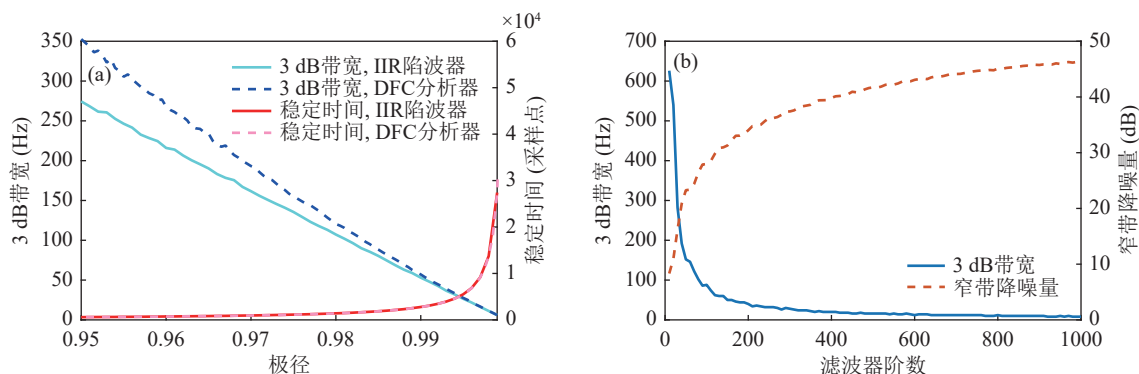


图3 基于不同原理的正弦噪声抵消器的信号分离性能 (a) IIR 陷波器和 DFC 分析器; (b) 线性预测

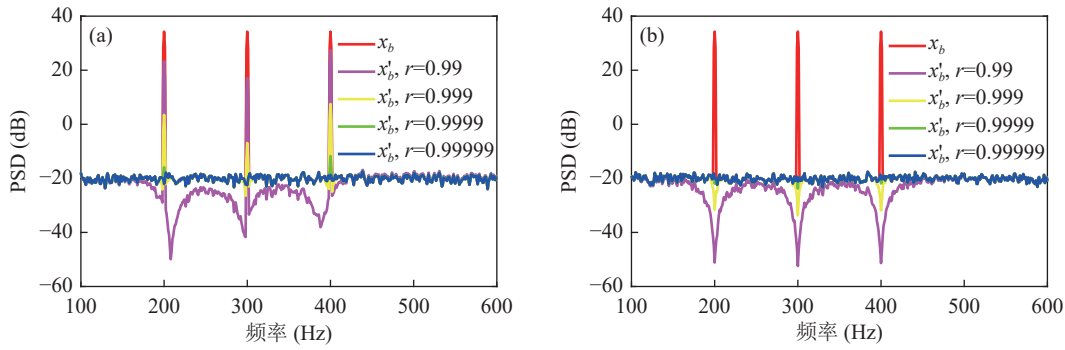


图4 基于二阶 IIR 陷波器组的 SNC 输出信号的稳态功率谱密度 (a) 并联型; (b) 级联型

数变化的情况。基于线性预测的 SNC 需要使用上百阶的滤波器才能实现信号分离,其计算量远大于另外两种方法。因此,对于能够识别出窄带噪声频率,且频率数目较低的情况,基于线性预测的 SNC 的信号分离性能比另外两种方法差。

基于分析和仿真结果,考虑到消耗的计算资源和分离性能,可认为 IIR 陷波器是更佳的信号分离方法。对于复合噪声中存在多个频率窄带噪声的情况,需组合使用多个 IIR 陷波器单元完成参考信号的分离。当复合噪声包含高斯白噪声和 200 Hz, 300 Hz, 400 Hz 的窄带噪声时,图 4 给出了图 2 中基于并联和级联 IIR 陷波器组的 SNC 的输出信号稳态功率谱密度 (PSD)。由图 4(a) 可见,当极径 r 较小时,由于分析中提到的减法误差,并联性 IIR 陷波器组的输出信号中还残留大量的窄带噪声。然而,由于不存在减法环节,图 4(b) 中的级联 IIR 陷波器组的信号分离效果明显更好。因此,本文提出的基于级联 IIR 陷波器组的 SNC 是一种更佳的参考信号分离方法。

3.2 SNC 对 FFHANC 系统控制器收敛行为的影响

基于式 (27)~式 (29),本节研究 SNC 对 FFHANC 系统控制滤波器收敛的影响。初级噪声的宽带部分是方差为 1 的高斯白噪声,窄带部分包含方差为 0.5 的 200 Hz, 300 Hz, 400 Hz 的余弦信号。仿真中选择的宽带和窄带步长为 $\mu = 0.0001$ 和 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0.001$,以确保滤波器能快速收敛且不会发散。初级通道和次级通道分别为 $P(z) = 1.5 + z^{-1} - 0.7z^{-2}$, $S(z) = 0.2 + 0.8z^{-1}$, $\widehat{S}(z) = 0.4 + 0.9z^{-1}$ 。 $P(z)$ 和 $S(z)$ 是在文献中多次被使用的通道^[8,29,30]。次级通道 $S(z)$ 是非最小相位系统,且不完美建模。鉴于初级和次级通道的阶数较低,仿真中使用 5 阶 FIR 滤波器作为宽带控制器。在仿真中,所有滤波器的初始值都为 0。根据图 3 和图 4,极径 $r = 0.999$ 的级联二阶 IIR 陷波器组被用作 FFHANC 系统的 SNC 以保证参考信号分离的效果。采样率都为 16 kHz。参考传声器处的信噪

比设置为 30 dB。仿真结果都是由 500 次独立运行的结果取平均获得。

简洁起见,图 5 给出定义为 $A = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} \{E[\epsilon_i(n)]\}^2}$, $A_1 = \sqrt{\sum_{k=1}^q \{E[\epsilon_{1k}(n)]\}^2}$ 和 $A_2 = \sqrt{\sum_{k=1}^q \{E[\epsilon_{2k}(n)]\}^2}$ 的滤波器系数误差均值的二范数。图 5(a)(b)(c) 展示 SNC 处于收敛状态,即信号分离未完成时,FFHANC 系统中控制滤波器的收敛行为,而图 5(d)(e)(f) 中 SNC 已完全去除了参考信号中的窄带成分。图 5 显示,基于式 (27)~式 (29) 预测的学习曲线与仿真结果吻合得很好。对比图 5(a)(b)(c) 和图 5(d)(e)(f) 可见, SNC 的状态主要影响窄带控制器的收敛。根据式 (27),宽带噪声能量较强时耦合项的影响相对较弱,因此图 5(a) 和图 5(d) 中 SNC 处于收敛状态和稳定状态下的宽带系数误差收敛曲线几乎相同。由图 5(a) 和图 5(c) 可见,参考信号分离未完成时,窄带滤波器的收敛受到宽带滤波器的制约。在 30000 次迭代后,宽带曲线趋近于 0 时,窄带滤波器的系数误差才能逐渐收敛。而图 5(f) 则显示 SNC 处于稳定状态时,窄带控制器独立于宽带控制器快速收敛。因此,如果 FFHANC 系统中 SNC 的收敛速度太慢,会导致窄带滤波器收敛速度减慢,从而影响窄带降噪效果。图 5 所示耦合与解耦现象与本文的分析吻合。

3.3 SNC 对 FFHANC 系统降噪性能的影响

本节研究 SNC 对 FFHANC 系统瞬态和稳态性能的影响。为了模拟真实的情况,本仿真中使用了真实管道中测量的初级和次级通道,如图 6 所示。图 6(c) 中的估计次级通道是由真实次级通道在 80 阶截断形成的,用于模拟次级通道存在建模误差的情况。本仿真中的宽带滤波器阶数为 100 阶。在仿真中测试了不同的 SNC。复合噪声由方差为 1 的高斯白噪声和余弦信号组成,100 Hz, 200 Hz, 300 Hz 的余弦信号的方差分别为 1.125, 0.5, 0.125。由于通道的幅度响应较大,为了在不发散的前提下提高滤

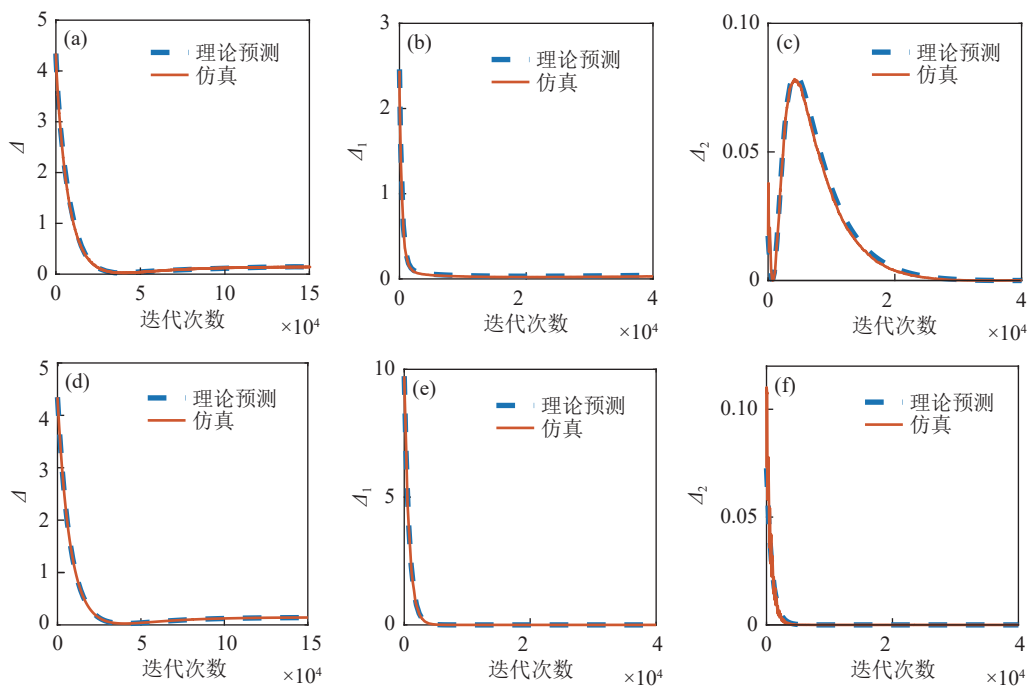


图5 SNC处于不同状态下控制滤波器系数误差的均值收敛曲线 (a)(b)(c) SNC处于收敛状态下的 Δ , Δ_1 , Δ_2 ; (d)(e)(f) SNC处于稳定状态下的 Δ , Δ_1 , Δ_2

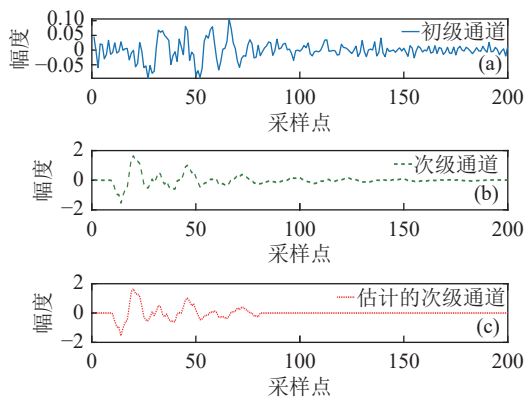


图6 真实管道中的初级通道和次级通道

波器的收敛速度, 使用试错法确定了宽带步长 $\mu = 0.00001$ 和窄带步长 $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0.0001$ 。

为了展示 FFHANC 系统的整体和窄带降噪性能, 图 7(a) 和图 7(b) 分别给出了使用不同 r 的级联二

阶 IIR 陷波器作为 SNC 时, 误差信号的 MSE 和 100 Hz 处 PSD 随时间变化的曲线。图 7 中 $r = 0.9$ 和 $r = 0.99$ 的曲线在收敛阶段几乎是重合的。这是因为 r 较小时, SNC 在极短的时间内达到稳定状态, 如图 3(a) 所示。SNC 稳定后, 控制器滤波器之间相互独立, 相同的步长导致了相同的收敛速度。 $r = 0.999$ 和 $r = 0.9999$ 的曲线在收敛初期下降速度很快是因为 SNC 达到稳态前, 宽带控制器和窄带控制器共同控制窄带噪声, 相当于增大了迭代步长从而提高收敛速度。

然而, $r = 0.999$ 和 $r = 0.9999$ 的曲线在收敛过程中有明显的抬升。根据图 5(c) 中相似的现象, 这是因为 SNC 处于收敛状态时, 控制器之间的耦合导致窄带控制器向逆梯度方向收敛。根据图 3(a), 极径 r 与稳定时间成正比。因此, 图 7(b) 中 $r = 0.9999$ 的

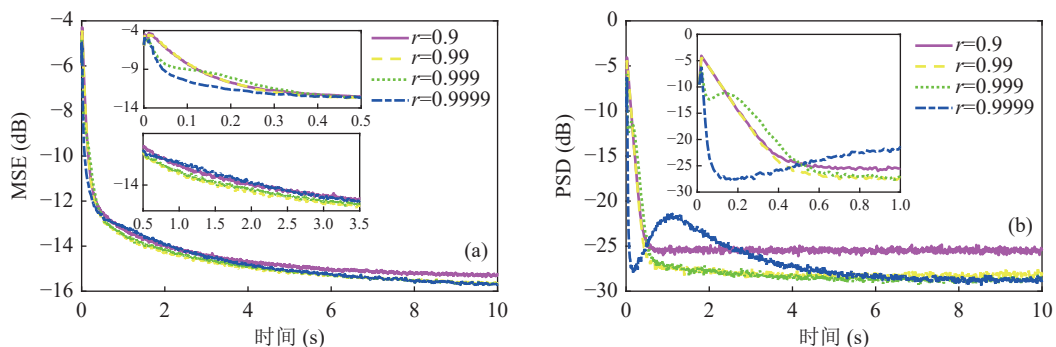


图7 FFHANC 系统误差信号的收敛曲线 (a) 均方误差; (b) 100 Hz 处的功率谱密度

PSD 曲线在 0.5 ~ 2.5 s 内高于其余曲线。此外,对比图 7(a) 和图 7(b) 可见, SNC 对误差信号总能量的影响没有对窄带能量的影响明显。这是由于 8000 Hz 以下的频率范围内, 复合噪声中窄带噪声的能量占比仅为 22.8%。如图 5(a)(d) 所示, 相似的宽带滤波器收敛曲线导致了图 7(a) 中相似 MSE 曲线。

除了瞬态性能之外, SNC 还会影响 FFHANC 系统的稳态性能。图 8 是同一仿真中误差信号的稳态 PSD。各系统的总降噪量和窄带降噪量如表 2 所示。在图 8 中, 由于 SNC 的带宽过大, $r=0.9$ 时 400 Hz 以下的宽带噪声没有降低。随着 SNC 带宽的减小, 目标频率附近的宽带降噪效果提升。各系统都能很好地降低窄带噪声, 其中 $r=0.9999$ 时稳态窄带降噪量最高。总而言之, FFHANC 系统中 SNC 的带宽越小, 稳态降噪性能越好。然而, 如表 2 所示, 较小的带宽会增加 SNC 的收敛时间, 从而减慢 FFHANC 系统的收敛速度。

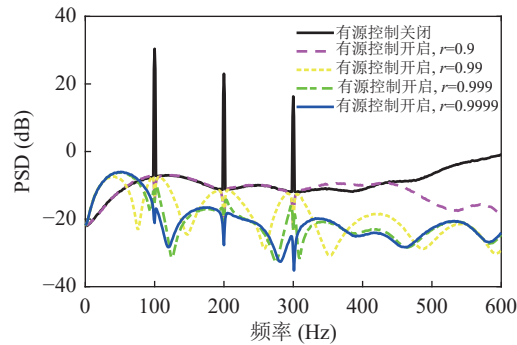


图 8 SNC 带宽不同的 FFHANC 系统误差信号的稳态 PSD

表 2 SNC 不同的 FFHANC 系统的降噪量

	SNC收敛时间 (采样点)	总降噪量 (dB)	100 Hz处 降噪量 (dB)	200 Hz处 降噪量 (dB)	300 Hz处 降噪量 (dB)
$r=0.9$	328	11.6	44.9	45.6	39.5
$r=0.99$	2776	11.9	45.1	45.6	39.5
$r=0.999$	27420	12.0	45.6	46.0	40.0
$r=0.9999$	271115	12.0	51.5	50.1	47.5

以上分析表明 SNC 直接影响 FFHANC 系统的瞬态和稳态降噪性能。图 9 显示了使用级联 IIR 陷波器组, 并联 IIR 陷波器组, 和 DFC 分析器分别作为 SNC 的 FFHANC 系统的降噪效果。极径和等效极径均为 0.99。由于线性预测方法与其他方法的性能差距较大, 在此不做讨论。仿真中初级噪声的宽带部分为 1000 Hz 以下高斯白噪声。初级噪声的窄带部分包含 150 Hz, 200 Hz, 350 Hz, 420 Hz 的余弦信号。方差分别为 1.125, 1.125, 0.5, 0.5, 其余参数与上

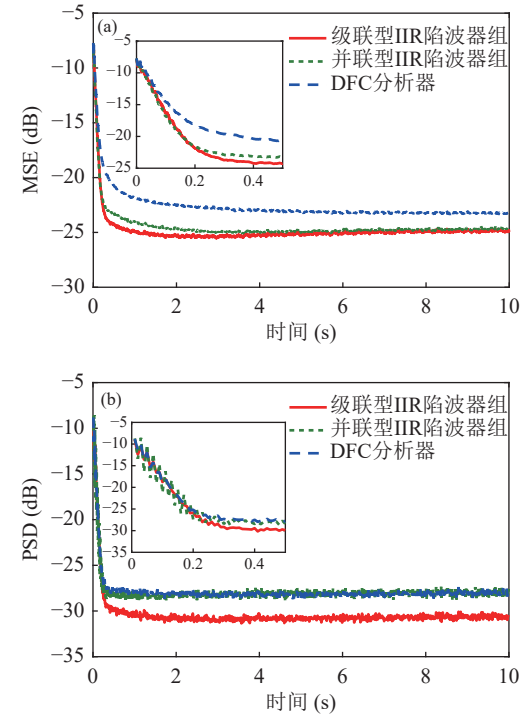


图 9 FFHANC 系统误差信号收敛曲线 (a) 均方误差; (b) 200 Hz 处功率谱密度

文仿真中相同。图 9(a) 和图 9(b) 分别给出了误差信号的 MSE 和 200 Hz 处 PSD 的收敛曲线, 以展示宽带和窄带降噪效果的变化。从图 9(a) 可以发现, 使用 DFC 分析器的 FFHANC 系统有最差的降噪性能。根据前文的分析, 这是由于 DFC 分析器的大带宽导致的宽带降噪量降低。复合噪声中窄带噪声频率附近宽带噪声能量占比越大, 降噪量差距越明显。使用提出的级联 IIR 陷波器组作为 SNC 的系统表现出高降噪量和快收敛率。仿真与分析结果表明了所提 SNC 的优越性。

4 实验及结果分析

实验在图 10(a) 所示的空气管道 ANC 系统中进行。系统的最左端为产生初级噪声的初级噪声源, 最右端为有源无源复合消声器, 两者之间用一个长 500 mm 的圆柱形钢制管道相连。管道系统内径均为 100 mm, 对应的管内截止频率为 $f_c=1.84c_0/(2\pi a)\approx 1992$ Hz。在有源噪声控制研究的低频范围内, 可以认为管道内传播的初级噪声为平面波。有源无源复合消声器内径为 100 mm, 外径为 300 mm, 其内部结构如图 10(b) 所示, 消声器内壁为穿孔结构, 内部填充了吸声材料以实现无源降噪。参考传声器、次级声源和误差传声器的位置如图 10(b) 所示, 参考和误

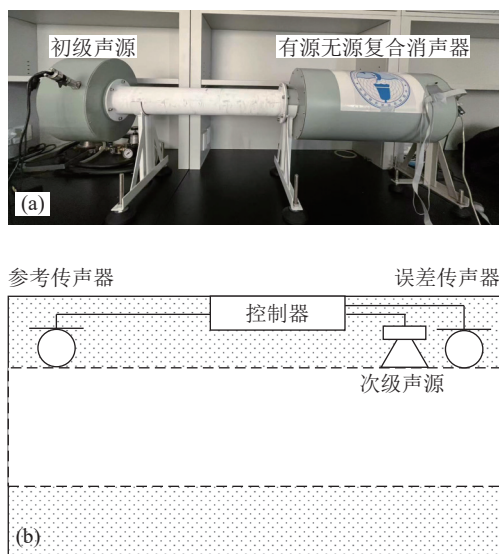


图 10 空气管道有源噪声控制系统 (a) 实验装置; (b) 有源无源复合消声器内部构造示意图

差传声器为电容式驻极体传声器, 初级和次级声源是惠威 M4N 扬声器单元。有源噪声控制的信号处理是基于 TI 公司的 TMS32C6747 核心实现的。声反馈问题使用反馈中和法解决。

实验中使用的 FFHANC 系统如图 1 所示, SNC 的结构为图 2(b) 所示的级联二阶 IIR 陷波器组。实验还测试了 BANC 和 NANC 系统以进行对比。实验系统的次级通道和反馈通道都使用离线的建模方法获得, 其中次级通道与 3.3 节中的相同, 而反馈通道的阶数是 300 阶。实验系统声学通道的频率响应如图 11 所示。宽带控制滤波器的长度为 400。在本实验中, 窄带噪声的频率是 170 Hz 和 260 Hz, 宽带噪声为高斯白噪声。通过预实验确定的宽带步长和窄带步长分别为 $\mu = 0.0001$, $\mu_1 = \mu_2 = 0.0007$ 。

图 12 展示了各 ANC 系统误差信号 MSE 的收敛曲线。由于选择了合适的步长, 各 ANC 系统的收敛速度几乎相同。从图 12 可以看到, SNC 带宽最宽的 $r = 0.9$ 的 FFHANC 系统收敛速度略微快于其余系统。在 NANC 系统达到稳态后, 其余系统的 MSE 曲线由于宽带噪声的降低而继续下降。 $r = 0.999$ 的 FFHANC 系统与 BANC 系统的稳态降噪量最大。图 13 的稳态 PSD 可以帮助进一步分析各系统的稳态降噪性能。很明显 BANC 系统的窄带降噪效果最差。从局部放大图中可以看到, FFHANC 系统和 NANC 系统在 260 Hz 处的窄带降噪量比 BANC 系统高约 15 dB。在宽带降噪效果方面, NANC 系统无法控制宽带噪声。由于 SNC 的带宽过宽, $r = 0.9$ 的 FFHANC 系统在窄带频率附近的宽带降噪效果不

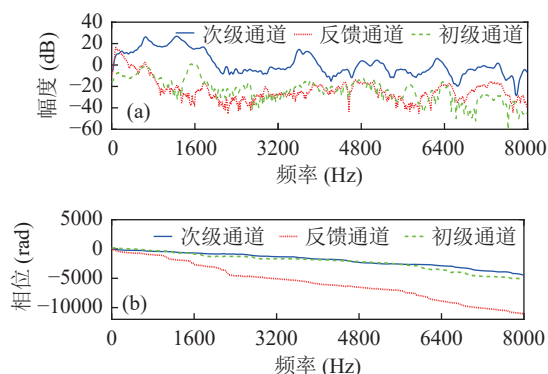


图 11 实验系统声学通道频率响应 (a) 幅频响应; (b) 相频响应

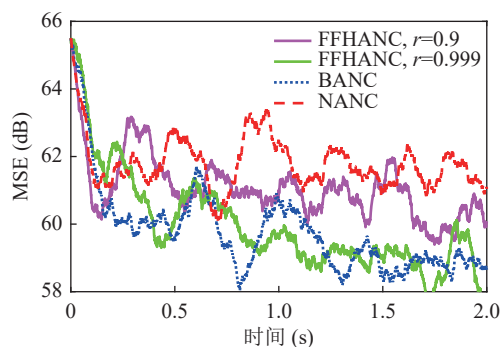


图 12 各 ANC 系统误差信号的均方误差收敛曲线

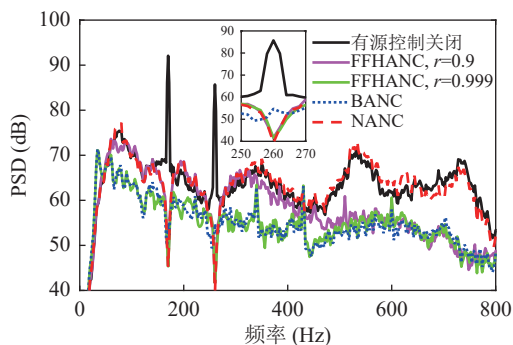


图 13 各 ANC 系统误差信号的稳态功率谱密度

好。因此, 如 3.2 节的分析, 通过牺牲收敛速度, 使用较大极径 SNC 的 FFHANC 系统有最佳的降噪性能。根据本文理论选择合适的 SNC, 可以充分发挥 FFHANC 系统在控制宽窄带复合噪声方面的潜力。

5 结论

本工作详细研究了混合前馈有源噪声控制系统中的正弦噪声抵消器, 讨论了现有正弦噪声抵消器的特点, 并提出了一种基于级联 IIR 陷波器组的正弦噪声抵消器。利用推导的系数误差均值迭代方程, 研究了正弦噪声抵消器导致的耦合与解耦对混合前馈有源噪声控制系统中控制滤波器收敛的影响, 并进一步分析了系统的降噪性能。正弦噪声抵消器的

稳定时间直接影响混合前馈有源噪声控制系统的瞬态性能。当正弦噪声抵消器达到稳定的速度比窄带控制器的收敛速度慢时,可能会导致窄带噪声在收敛过程中增强。此外,正弦噪声抵消器的带宽过宽会导致窄带噪声附近的宽带降噪效果不佳。正弦噪声抵消器的收敛速度和带宽之间的矛盾,导致需要在混合前馈有源噪声控制系统的宽带和窄带性能之间进行取舍。本工作有助于解决混合前馈有源噪声控制系统实际应用中遇到的正弦噪声抵消器设计问题,以发挥混合前馈有源噪声控制系统在控制复合噪声方面的优势。本文理论部分主要关注系统均值收敛行为,未来可进一步研究均方收敛行为。

参 考 文 献

- Elliott S. Signal processing for active control. New York: Academic Press, 2000
- Lu L, Yin K L, De Lamare R C, *et al.* A survey on active noise control in the past decade—Part I: Linear systems. *Signal Process.*, 2021; **183**: 108039
- 李毅民. 有源噪声控制技术. *声学学报*, 1988; **13**(5): 336–342
- 陈克安. 有源噪声控制. 第2版. 北京: 国防工业出版社, 2014
- 邹海山, 邱小军. 复杂声学环境中人耳附近空间有源降噪研究综述. *物理学报*, 2019; **68**(5): 1–12
- Morgan D R. An analysis of multiple correlation cancellation loops with a filter in the auxiliary path. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.*, 1980; **28**(4): 454–467
- 刘锋, 吴鸣, 杨军. 量产车型噪声主动控制系统性能实测与分析. *汽车工程*, 2017; **41**(6): 676–681
- 马进, 邹海山, 邱小军. 存在声反馈的前馈有源噪声控制系统性能分析. *声学学报*, 2016; **41**(5): 686–693
- Haykin S. Adaptive filter theory. Hoboken, NJ: Prentice-Hall, 1996
- Widrow B, Glover J R, McCool J M, *et al.* Adaptive noise canceling: Principles and applications. *Pro. IEEE*, 1975; **63**(12): 1692–1716
- Xiao Y, Ikuta A, Ma L, *et al.* Stochastic analysis of the FXLMS-based narrowband active noise control system. *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, 2008; **16**(5): 1000–1014
- Huang B, Xiao Y, Sun J, *et al.* A variable step-size FXLMS algorithm for narrowband active noise control. *IEEE Trans. Audio Speech Lang. Process.*, 2013; **21**(2): 301–312
- Wang H, Sun H, Sun Y, *et al.* A narrowband active noise control system with a frequency estimation algorithm based on parallel adaptive notch filter. *Signal Process.*, 2019; **154**: 108–119
- 孙运平, 孙红灵, 张维, 等. 充液管路系统流体声与结构声的复合有源控制. *声学学报*, 2019; **44**(4): 780–787
- Xiao Y, Wang J. A new feedforward hybrid active noise control system. *IEEE Signal Process. Lett.*, 2011; **18**(10): 591–594
- Xiao Y, Doi K. A robust hybrid active noise control system using IIR notch filters. *Int. J. Adv. Mechatron. Syst.*, 2013; **5**(1): 69–77
- Xiao Y, Wang J, Wei H. A new hybrid active noise control system in the presence of wideband and narrowband noise components. The 2011 International Conference on Advanced Mechatronic Systems, IEEE, Zhengzhou, China, 2011: 357–361
- 黄博妍. 管道宽窄带混合主动噪声控制系统的若干关键算法研究. 博士学位论文, 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2013
- Chen W, Lu C, Liu Z, *et al.* A novel feedforward hybrid active sound quality control algorithm for both narrowband and broadband sound-profiling. *Appl. Acoust.*, 2021; **180**: 108095
- Zhu W, Luo L, Christensen M G, *et al.* A new feedforward hybrid active control system for attenuating multi-frequency noise with bursty interference. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2020; **144**: 106859
- Jiang Y, Chen S, Gu F, *et al.* A modified feedforward hybrid active noise control system for vehicle. *Appl. Acoust.*, 2021; **175**: 107816
- Chen W, Xie L, Guo J, *et al.* A computationally efficient feedforward time-frequency-domain hybrid active sound profiling algorithm for vehicle interior noise. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2023; **194**: 110279
- Ma Y, Xiao Y, Ma L, *et al.* A robust feedforward hybrid active noise control system with online secondary-path modelling. *IET Signal Process.*, 2023; **17**(1): e12183
- Xiao Y, Tadokoro Y. LMS-based notch filter for the estimation of sinusoidal signals in noise. *Signal Process.*, 1995; **46**(2): 223–231
- Kwan T, Martin K. Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filter. *IEEE Trans. Circuits. Syst.*, 1989; **36**(7): 937–947
- Cho N, Lee S. On the adaptive lattice notch filter for the detection of sinusoids. *IEEE Trans. Circuits. Syst. II: Analog Digital Signal Process.*, 1993; **40**(7): 405–416
- Kim S, Park Y. On-line fundamental frequency tracking method for harmonic signal and application to ANC. *J. Sound Vib.*, 2001; **241**(4): 681–691
- Zhang Z, Chen S, Zhou Z, *et al.* An active noise control system based on reference signal decomposition. *Digital Signal Process.*, 2022; **129**: 103676
- Cao S, Sun H, Wang H, *et al.* Theoretical convergence analysis of the FXLMS-based feedforward hybrid active noise control system. *Signal Process.*, 2024; **217**: 109320
- Tobias O J, Bermudez J C M, Bershad N J. Mean weight behavior of the filtered-X LMS algorithm. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2000; **48**(4): 1061–1075