

分层介质中的散射场*†

尙 尔 昌

(中国科学院声学研究所)

本文討論了分层介質波導中點源激發的，由局部起伏非均勻性引起的弱散射場。在微擾近似下，將散射場化為非齊次問題，通過格林公式求解散射場，並以簡正波理論討論了散射場的遠場性質。文中計算了表面聲道中由起伏表面所引起的反向散射場，計算結果表明：當起伏表面的相關函數為正態形式時，反向散射場平均強度依賴於傳播參數的關係為

$$I(t) \sim \frac{a^{8/3} k_0^{10/3} \rho_0^2 H_0^2 \tau}{t} \exp(-k_0^2 \rho_0^2 t)$$

其中, a 为垂直声速梯度; $k_0 = \omega/c_0$; ρ_0 为起伏表面的相关半径; H_0^2 为起伏表面的均方值; τ 为发射脉冲宽度; t 为时间。

引言

关于非均匀介质中的传播问题，过去主要是根据所研究问题的性质和目的，抽取两类基本的简化模型分别进行研究的。一类是只考虑介质的宏观有规非均匀性所产生的折射效应，在这类问题中特别发展了“分层介质”的传播理论。另一类问题则着眼于介质的局部起伏非均匀性所产生的散射效应以及相应的场的统计特性，但是忽略了有规非均匀性对波动的影响。然而实际的介质往往同时包括这两类非均匀性，而且在许多重要问题中（特别是远程问题），它们对场的影响是同时起作用的。毫无疑问，在波动问题中对这两类非均匀性统一考虑将是十分必要的，但也是十分繁难的课题。到目前为止，还只能限于用近似方法探讨一些简单的问题^[1-5]。本文在微扰近似下，用前人^[1]的方法将一次散射场化为非齐次问题，然后通过格林公式分别给出分层介质波导中点源激发的体积散射场及表面散射场的表达式，并以简正波理论讨论散射场的远场性质。文中讨论了一个具体的典型问题——表面声道中由起伏表面所引起的反向散射场，估计了相应模型下的远程混响级及衰减规律，并且和适用于近程范围的混响理论结果进行了比较，对本文的理论结果进行了分析。

一、散射场的表达式

在图 1 所示的分层介质波导中($0 \leq z \leq H$), 介质有宏观分层非均匀性 $c=c(z)$ (c 为声速),

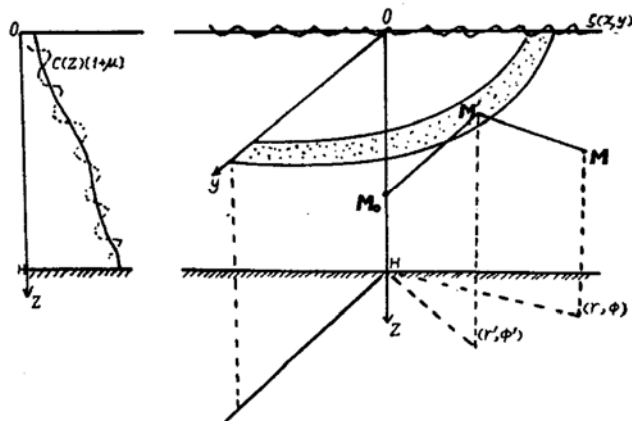


图1 分层介质波导中的坐标

同时又有围绕平均值起伏的局部非均匀性 $\mu = \Delta c/c$, 并满足 $|\mu| \ll 1$. 波导的上界面为围绕 $z = 0$ 的起伏软表面 $z = \zeta(x, y)$, 并满足 $|k_0 \zeta| \ll 1$. 设波导的下界面 $z = H$ 由不能形成全反射的第三类边界条件来描写. 我们知道, 当介质参数 $k(z) = w/c(z)$ 具有极大值或单调下降时, 只须辐射频率高于某一临界频率就有波导简正波存在, 对于这些简正波而言几

* 1964年6月8日收到。

† 本文主要内容曾在中国物理学会 1963 年年会上宣读过。

乎是不依赖于下边界的。因此, 当我们在问题中只考虑这些简正波时, 下边界的性质并不重要, 下面的讨论正是属于这种情况。

现在考虑在 $\mathbf{M}_0$ 点置一简谐球点源, 源强因子 q_0 , 时间因子 $e^{-i\omega t}$ 以后略去不写。所激发的声场势函数 $\phi(\mathbf{M}_0, \mathbf{M})$ 满足下列问题:

$$\left. \begin{aligned} (1) \text{ 波动方程, } \Delta\phi + k^2(z)[1 - 2\mu]\phi &= -4\pi q_0\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0), \\ (2) \text{ 边界条件, } \phi \Big|_{z=\zeta} &= 0, \\ \left[\alpha\phi + \beta \frac{\partial\phi}{\partial z} \right] \Big|_{z=H} &= 0, \\ (3) \text{ 辐射条件,} \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

在微扰情况下将 ϕ 按小参数的幂次展开, 取到一阶为止时, 则

$$\phi = \phi_0 + \phi_1, \quad (1.2)$$

其中 ϕ_0 所满足的问题为不存在微扰时点源所激发的场(入射场):

$$\left. \begin{aligned} (1) \Delta\phi_0 + k^2(z)\phi_0 &= -4\pi q_0\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0), \\ (2) \phi_0 \Big|_{z=0} &= 0, \\ \left[\alpha\phi_0 + \beta \frac{\partial\phi_0}{\partial z} \right] \Big|_{z=H} &= 0, \\ (3) \text{ 辐射条件,} \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

而一次散射场 ϕ_1 所满足的问题为

$$\left. \begin{aligned} (1) \Delta\phi_1 + k^2(z)\phi_1 &= 2k^2(z)\mu\phi_0, \\ (2) \phi_1 \Big|_{z=0} &= -\left(\frac{\partial\phi_0}{\partial z}\right)_0 \cdot \zeta, \\ \left[\alpha\phi_1 + \beta \frac{\partial\phi_1}{\partial z} \right] \Big|_{z=H} &= 0, \\ (3) \text{ 辐射条件,} \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

用格林公式求解散射场可得

$$\phi_1 = \phi_{1\text{体}} + \phi_{1\text{面}}. \quad (1.5)$$

其中体积散射场 $\phi_{1\text{体}}$ 与表面散射场 $\phi_{1\text{面}}$ 分别表为

$$\begin{aligned} \phi_{1\text{体}}(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}) &= \\ &= \frac{q_0}{2\pi} \iint_V k^2(z')\mu(\mathbf{M}')G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}')G(\mathbf{M}', \mathbf{M})d\nu', \end{aligned} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} \phi_{1\text{面}}(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}) &= \\ &= \frac{q_0}{4\pi} \iint_S \left[\zeta(x', y') \left(\frac{\partial}{\partial z'} G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}') \right) \right]_{z'=0} \times \end{aligned}$$

$$\times \left(\frac{\partial}{\partial z'} G(\mathbf{M}', \mathbf{M}) \right) \Big|_{z'=0} ds', \quad (1.7)$$

其中格林函数 $G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M})$ 满足下列问题:

$$\left. \begin{aligned} (1) \Delta G + k^2(z)G &= -4\pi\delta(\mathbf{M} - \mathbf{M}_0), \\ (2) G \Big|_{z=0} &= 0, \\ \left[\alpha G + \beta \frac{\partial G}{\partial z} \right] \Big|_{z=H} &= 0, \\ (3) \text{ 辐射条件,} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

借助于零阶 Hankel 积分变换可得 $G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M})$ 的积分表示如下:

$$\begin{aligned} G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[F_1(z) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z) \right] \left[F_1(z_0) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0) \right]}{W(F_1, F_2) \left[\frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right]} \times \\ &\quad \times H_0^{(1)}(\lambda|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \lambda d\lambda \\ &\quad \text{当 } (0 < z < z_0); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[F_1(z_0) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z_0) \right] \left[F_1(z) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z) \right]}{W(F_1, F_2) \left[\frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right]} \times \\ &\quad \times H_0^{(1)}(\lambda|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \lambda d\lambda \\ &\quad \text{当 } (z_0 < z < H), \end{aligned} \quad (1.9)$$

其中 $H_0^{(1)}$ 表示第一类零阶 Hankel 函数, $F_1(z)$ 与 $F_2(z)$ 为下列一维波动方程的一组线性独立解:

$$\frac{d^2 F}{dz^2} + [k^2(z) - \lambda^2]F = 0, \quad (1.10)$$

而

$$\begin{aligned} W(F_1, F_2) &\equiv [F_1(z_0)F_2'(z_0) - \\ &\quad - F_2(z_0)F_1'(z_0)], \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\frac{B_1}{A_1} \equiv -\frac{F_1(0, \lambda)}{F_2(0, \lambda)}, \quad (1.12)$$

$$\frac{B_2}{A_2} \equiv -\frac{\alpha F_1(H, \lambda) + \beta F_1'(H, \lambda)}{\alpha F_2(H, \lambda) + \beta F_2'(H, \lambda)}. \quad (1.13)$$

对于远场问题, 格林函数(1.9)可以近似表达为有限项简正波之求和:

$$G(\mathbf{M}_0, \mathbf{M}) \cong A_0 \sum_{l=1}^{l^*} B_l \psi_l(z) \psi_l(z_0) \frac{e^{i\lambda_l|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{\sqrt{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}, \quad (1.14)$$

其中

$$B_l \equiv \left\{ \frac{\sqrt{\lambda}}{W(F_1, F_2) \frac{\partial}{\partial \lambda} \left[\frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right]} \right\}_{\lambda_l}, \quad (1.15)$$

$$\psi_l(z) \equiv \left\{ F_1(z, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda) \right\}_{\lambda_l}, \quad (1.16)$$

λ_l 为频散方程的第 l 个根, 满足

$$\left\{ \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right\}_{\lambda_l} = 0, \quad (1.17)$$

$$A_0 \equiv \sqrt{8\pi} e^{\frac{i\pi}{4}}. \quad (1.18)$$

当发射点与接收点距散射区足够远时, 将(1.14)代入(1.6)与(1.7)中, 我们便得到由简正波表达的散射场的远场表达式

$$\phi_{1*} \cong \frac{q_0 A_0^2}{2\pi} \sum_l^* \sum_m^* B_l B_m \psi_l(z_0) \psi_m(z) K_{lm}^v, \quad (1.19)$$

$$\phi_{1\text{面}} \cong \frac{q_0 A_0^2}{4\pi} \sum_l^* \sum_m^* B_l B_m \psi_l(z_0) \psi_m(z) K_{lm}^s, \quad (1.20)$$

其中

$$K_{lm}^v \equiv \iiint_V k^2(z') \mu(\mathbf{M}') \psi_l(z') \psi_m(z') \times \\ \times \frac{e^{i\lambda_l |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|}}{\sqrt{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|}} \cdot \frac{e^{i\lambda_m |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}}{\sqrt{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}} dv', \quad (1.21)$$

$$K_{lm}^s \equiv \left(\frac{\partial \psi_l}{\partial z'} \right)_0 \left(\frac{\partial \psi_m}{\partial z'} \right)_0 \iint_S \zeta(x', y') \times \\ \times \frac{e^{i\lambda_l |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|}}{\sqrt{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'|}} \cdot \frac{e^{i\lambda_m |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}}{\sqrt{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}} ds'. \quad (1.22)$$

散射场表达式(1.19)及(1.20)可以理解为迭加了由点源 q_0 所激发的各号简正波(下角标 l)入射到散射体元 dv' 或散射面元 ds' 之后再辐射的各号简正波(下角标 m)的和。因此, 散射场的远场性质除了依赖于散射机构[起伏非均匀性 $\mu(\mathbf{M}')$ 及 $\zeta(x', y')$]以外, 还通过简正波的特性而依赖于宏观有规非均匀性(波导的性质)。由于介质分层非均匀性所产生的折射反射效应(波导), 使得声能量的传输方式完全不同于自由空间中的球面扩散过程, 对于远场问题, 波导有类似某种选通滤波器的功能, 波动传播过程

是由某些特定的简正方式来实现的。

二、表面声道中的表面散射场

反向散射是造成混响的原因, 关于海中混响早已建立了适用于近程范围的射线理论^[6]。但是关于远程混响问题目前似乎还没有成熟的理论。波导效应是远程问题中所必需考虑的一个问题。在过去的工作^[7]中, 曾使用平均偶极能量的概念由电子计算机来完成数值积分, 估算了均匀浅海或负梯度浅海的远程海底混响。如所熟知, 当介质的分层非均匀性呈现正折射现象时, 即形成表面声道。从射线图中可以看到射线都是向上弯的, 而波动理论也表明了对远场的主要贡献是由有限号不与底边界“相遇”的波导简正波完成的。因此, 在表面声道中, 考虑表面不平整性所引起的散射是有必要的。当然, 对于构成实际海中混响而言, 散射机构不是单一的, 然而在表面声道中, 起伏表面散射机构对远程混响的贡献显然是应该进行估计的因素之一, 特别是对于较低频段近表面层散射不显著时^[8]。以下, 我们将从理论上对它进行分析: (1) 依赖于传播参数的关系; (2) 衰减规律; (3) 估计平均混响级的量值。

考虑图2所示的表面声道, 分层不均匀性

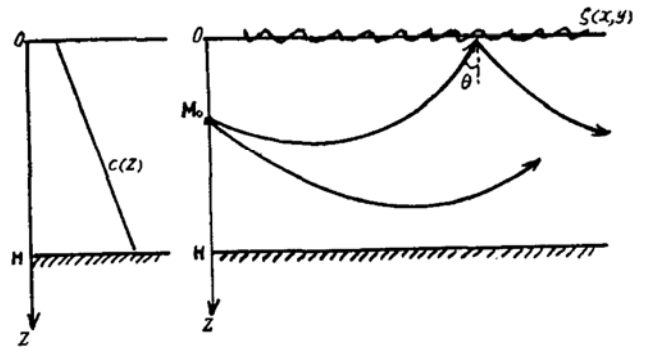


图2 表面声道示意图

为 $k^2(z) = k_0^2(1 - 2az)$, 在 $\mathbf{M}_0$ 点置点源 q_0 , 辐射有限宽度的准单频脉冲。我们来求接收点与发射点重合时的反向散射远场(以下取 $\mathbf{M} = \mathbf{M}_0$, $\mathbf{r}_0 = 0$)。在我们所讨论的表面声道情况下, 经过计算可以得到有关波导简正波的下列结果:

(1) 波导条件: $(ak_0^2)^{1/3}H \geq 2$; (2.1)

(2) 对于给定的 k_0, a, H , 则波导简正波的数目

$$l^* = \left[\frac{1}{4} + \frac{(8a^{1/2} H^{3/2})}{3\pi} k_0 \right]_{\text{整数部分}}; \quad (2.2)$$

$$(3) \frac{B_2}{A_2} \cong e^{-\frac{\pi}{3}i}, \quad \frac{B_1}{A_1} \cong -e^{2i(u_0 - \frac{5}{12}\pi)}, \quad (2.3)$$

其中

$$u \equiv \frac{1}{3ak_0^2} [k_0^2 - 2ak_0^2 z - \lambda^2]^{3/2}, \quad (2.4)$$

u_0 为在(2.4)中取 $z = 0$ 值;

$$(4) \text{ 近似频散方程: } u_0 = \left(l - \frac{1}{4} \right) \pi,$$

由此解出

$$\lambda_l = \sqrt{k_0^2 - \left[3ak_0^2 \left(l - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{2/3}} \quad (2.5)$$

$$l = 1, 2, 3, \dots, l^*;$$

$$(5) B_l \cong B_0 [a^2 k_0^2]^{1/6} / \left[\left(l - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3}$$

$$B_0 = \pi \frac{e^{-\frac{i\pi}{6}}}{8 \times 3^{3/2}}, \quad (2.6)$$

$$(6) \phi_l(z) = C_0 E(-t_{lx}), \quad (2.7)$$

其中 $E(x)$ 为艾利函数,

$$t_{lx} \equiv \left[\frac{3}{2} u_{lx} \right]^{2/3} = \left(\frac{1}{2ak_0^2} \right)^{2/3} [k_0^2 - 2ak_0^2 z - \lambda_l^2], \quad (2.8)$$

$$C_0 = 6e^{-\frac{i\pi}{3}} / \sqrt{3\pi} \left(\frac{3}{2} \right)^{1/3}; \quad (2.9)$$

$$(7) \left(\frac{\partial \phi_l}{\partial z} \right)_0 = C_0 \left[E'(-t_{lx}) \frac{\partial t_{lx}}{\partial z} \right]_0 = C_0 (2ak_0^2)^{1/3} E'(-t_{l0}), \quad (2.10)$$

其中

$$t_{l0} \equiv \left[\frac{3}{2} \left(l - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{2/3}. \quad (2.11)$$

将(2.1)–(2.11)代入(1.20)中, 我们便得到表面声道中表面散射的远场表示为

$$\begin{aligned} \phi_{1\infty} &= \phi_0 (a^4 k_0^5)^{1/3} \sum_l^{l^*} \sum_m^{l^*} \times \\ &\times \frac{E(-t_{lx0}) E(-t_{mx0}) E'(-t_{l0}) E'(-t_{m0})}{\left[\left(l - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3} \left[\left(m - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3}} g_{lm}^*, \end{aligned} \quad (2.12)$$

其中

$$\phi_0 \equiv (A_0 B_0 C_0^2)^2 (2)^{2/3} q_0 / 4\pi, \quad (2.13)$$

$$g_{lm}^* \equiv \iint \zeta(r', \phi') e^{i(\lambda_l + \lambda_m)r'} dr' d\phi'. \quad (2.14)$$

如果给出起伏表面的统计描写——相关函数, 则可以求出相应的散射场强度的统计平均值; 对于正态形式的相关函数:

$$\overline{\zeta(r_1, \phi_1) \zeta(r_2, \phi_2)} = H_0^2 e^{-\left(\frac{r_{12}}{\rho_0} \right)^2}, \quad (2.15)$$

其中 $r_{12}^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)$, ρ_0 为相关半径. 得到反向散射场强度之平均值为

$$\begin{aligned} I_{\mp} = \overline{\phi \phi^*} &= |\phi_0|^2 (a^4 k_0^5)^{2/3} \sum_l \sum_m \sum_p \sum_q \times \\ &\times \frac{\prod_{lm}^E \prod_{pq}^{E'}}{(1/3)} \frac{1}{g_{lm} g_{pq}^*}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

其中引用了下列记号:

$$\prod_{lm}^E \equiv E(-t_{lx0}) E(-t_{mx0}) E(-t_{px0}) \times E(-t_{qx0}), \quad (2.17)$$

$$\prod_{lm}^{E'} \equiv E'(-t_{l0}) E'(-t_{m0}) E'(-t_{p0}) \times E'(-t_{q0}), \quad (2.18)$$

$$\prod_{lm}^{(1/3)} \equiv \left[\left(l - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3} \left[\left(m - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3} \times \left[\left(p - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3} \left[\left(q - \frac{1}{4} \right) \pi \right]^{1/3}, \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} \overline{g_{lm} g_{pq}^*} &\equiv \iint_0^{2\pi} d\phi'_1 d\phi'_2 \iint_{r_1}^{r_2} H_0^2 e^{-\left(\frac{r_{12}}{\rho_0} \right)^2} \times \\ &\times e^{i[(\lambda_l + \lambda_m)r'_1 - (\lambda_p + \lambda_q)r'_2]} dr'_1 dr'_2. \end{aligned} \quad (2.20)$$

在脉冲发射情况下, t 时刻的散射场其贡献系来自 $r_1 = \frac{C_0 t}{2}$ 及 $r_2 = \frac{C_0(t + \tau)}{2}$ 的环形散射面积*, τ 为发射脉冲宽度. 令 $r_1 \equiv r - d/2$, $r_2 \equiv r + d/2$, 引入 $\phi' = \phi'_2 - \phi'_1$, 并在(2.20)中完成对 ϕ' 的积分, 则得到

$$\begin{aligned} \overline{g_{lm} g_{pq}^*} &= 4\pi^2 H_0^2 \int_{r-d/2}^{r+d/2} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i[(\lambda_l + \lambda_m)r'_1 - (\lambda_p + \lambda_q)r'_2] - \left(\frac{r_{12}^2}{\rho_0^2} \right)} \times \\ &\times I_0 \left(\frac{2r'_1 r'_2}{\rho_0^2} \right) dr'_1 dr'_2, \end{aligned} \quad (2.21)$$

* 这里我们忽略了各号简正波群速的微小差异.

其中 $I_0(x)$ 为零阶虚宗量贝塞耳函数。

在远场情况下, $2\left(r - \frac{d}{2}\right)^2 \gg \rho_0^2$, 虚宗量贝塞耳函数用其渐近式代替:

$$I_0\left(\frac{2r_1' r_2'}{\rho_0^2}\right) \cong \exp(2r_1' r_2' / \rho_0^2) / \sqrt{4\pi r_1' r_2' / \rho_0^2}. \quad (2.22)$$

考虑到 $d \gg \rho_0$, $\frac{d}{2} \ll r$, 在积分(2.21)中除指数上的积分变量外均近似有 $r_1' \approx r_2' \approx r$, 则有

$$\begin{aligned} \overline{g_{lm} g_{pq}^*} &\cong \frac{4\pi^2 H_0^2 \rho_0^2 d}{r} e^{i\Lambda_{lm-pq} r} \times \\ &\times \left[\frac{\sin\left(\Lambda_{lm-pq} \frac{d}{2}\right)}{\left(\Lambda_{lm-pq} \frac{d}{2}\right)} \right] e^{-(k_0 \rho_0)^2}, \quad (2.23) \end{aligned}$$

其中记号 $\Lambda_{lm-pq} \equiv (\lambda_l + \lambda_m) - (\lambda_p + \lambda_q)$ 。

将(2.23)代入(2.16)式, 即得反向散射场的统计平均值。如果取各简正波之非相干迭加部分(下角标 $l, m = p, q$) 作为场强随时间衰减的基本部分, 并以 LR 表示其分贝标度, 则有

$$LR = 10 \log [4\pi^2 |\phi_0|^2 (a^4 k_0^5)^{2/3} H_0^2 \rho_0^2 d e^{-(k_0 \rho_0)^2}] + 10 \log \sum F_{lm}(z_0) - 10 \log r, \quad (2.24)$$

其中

$$\begin{aligned} \sum F_{lm}(z_0) &\equiv \sum_l \sum_m \left(\frac{E(-t_{l0}) E'(-t_{l0})}{\left[\left(l - \frac{1}{4}\right)\pi\right]^{1/3}} \right)^2 \times \\ &\times \left(\frac{E(-t_{m0}) E'(-t_{m0})}{\left[\left(m - \frac{1}{4}\right)\pi\right]^{1/3}} \right)^2 \quad (2.25) \end{aligned}$$

当 z_0 不是很靠近表面时, (2.24) 中的第二项比其他两项小很多, 并随 z_0 有振幅不大的摆动。

考虑一个数值的例子: $q_0 = 1$, $k_0 = 2.0$ (500 赫), $H_0 = 0.2$, $\rho_0 = 2.0$, $H = 60$, $a = 10^{-4}$, $z_0 = 30$, $d = \frac{C_0 \tau}{2} = 150$, 则由(2.24)可得

$$LR = -134 - 2 - 10 \log r. \quad (2.26)$$

将他与适用于近程范围的表面混响公式^[8]作一比较:

$$R_s = 10 \log (2\pi d) + 10 \log S - 30 \log r. \quad (2.27)$$

将(2.26)及(2.27)所表示的混响级曲线绘于图3。在公式(2.27)中之 $10 \log S$ 取值于文献^[8]之图1(a)中所给出的风速为0—9节时各投射角的相应值。

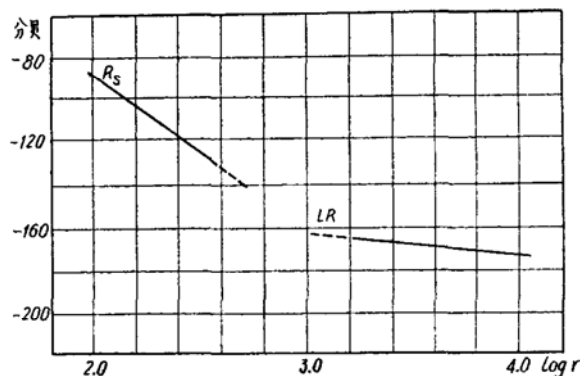


图 3

R_s 为按(2.27)式给出的近程表面混响强度预期值;
 LR 为按(2.26)式所给出的远程混响强度估计值

三、讨论和结论

1. 在分层介质波导中, 由点源所激发的, 局部起伏非均匀性所引起的一次散射场远场可以表为(1.19)及(1.20)的双重简正波迭加形式。这种近似要求: (1) 散射区距离发射接收点足够远; (2) 散射场是弱的 $|\phi_1| \ll |\phi_0|$; (3) 起伏非均匀性是弱的, 对于体积散射场 $\mu \ll I$, 即所谓 Born 近似, 对于表面散射场则要求 $k_0 \epsilon \ll I$ 才收敛较快。

2. 在表面声道中, 由空间相关函数为正态形式的起伏表面所引起的远程混响平均强度依赖于传播参数有如下关系:

$I_{\pi}(t) \sim (a^{8/3} k_0^{10/3} \rho_0^2 H_0^2 \tau) \exp(-k_0^2 \rho_0^2) / t$, 它不仅与辐射频率密切相关, 而且与局部起伏非均匀性 H_0 , ρ_0 及分层非均匀性 a 密切相关。在我们所讨论的情况下, 每一号简正波的激发幅度 B_l 正比于 $(a^{1/3} k_0^{1/6})$, 在 $I_{\pi} \sim a^{8/3} k_0^{10/3}$ 中, 由这一因素的贡献是 $(a^{1/3} k_0^{1/6})^4$, 而其余部分则来自 $\left(\frac{\partial \phi_l}{\partial z}\right)_0$, 由它所给出的因子 $(a k_0^2)^{1/3}$ 可以理解为是和简正波“入射”到散射面元(或由散射面元“出射”)的“方向余弦” $\cos \theta_l$ 有关的因子, 在频散方程(2.5)中, 令 $\lambda_l \equiv k_0 \sin \theta_l$ 则不难得到 $\cos \theta_l = \left[3 a k_0^2 \left(l - \frac{1}{4}\right) \pi\right]^{1/3}$, 因此这一因素的贡献为 $(a k_0^2)^{4/3}$ 。应当指出, 与近程几何理论不同, 这些“方向余弦”不再是距离的函数, 而与声速梯度及频率有关。对于小尺度非均匀性(即满足 $k_0 \rho_0 < 1$), 反向散射场强度的频率关

系接近于 3 次方；与 $\rho_0^2 H_0^2$ 成正比这一点，可以理解為散射本領与其“几何尺寸”有正变关系。

3. 与近程混响理論值对比，可以看出，当大于一定距离之后，波导效应不能不考虑，相应于我們的理論模型及参数值（只考虑海面混响），在 $\log r > 3.0$ 以后已经开始超过近程理論的預期值。由于分层不均匀性所产生的波导效应使得混响强度衰减变慢——反比于时间一次方（忽略了吸收，衰减），这也是与近場有显著不同的特征。

4. 在一般（声速非直线分布）的表面声道情况下，可以用 W , K , B 解求得近似的 $G(M_0, M)$ ，进行类似的計算和討論。此外，由于目前对实际起伏表面的空間相关函数的資料較少，同时为了計算上的方便，本文只計算了正态形式的情况。考虑較為复杂的，但更接近实际情况的某些相关函数形式（例如将某些已知的海浪的譜轉換为相关函数）进行散射場的計算也是有待进一步进行的工作。

本文是在汪德昭教授指导下完成的，工作

中关定华同志曾給予很多宝贵意見，作者謹向他們致以深切謝意。

参 考 文 献

- [1] Исакович М. А., “Рассеяние звуковых волн на малых неоднородностях в волноводе”, *Акуст. Ж.*, **3** (1957), 38.
- [2] Малюженец Г. Д., “О рассеянии звуке, вызываемом неровностями слоя скачка в море”, *Акуст. Ж.*, **5** (1959), 70.
- [3] Лысанов Ю. П., “О поле точечного излучателя в слоисто-неоднородной среде, Ограниченной неровной поверхностью”, *Акуст. Ж.*, **7** (1963), 320.
- [4] Samuels J. C., “On propagation of wave in slightly rough ducts”, *J. Acous. Soc. Am.*, **31** (1959), 319.
- [5] Carleton H. R., “Theoretical development of volume reverberation as a first-order scattering phenomenon”, *J. Acoust. Soc. Am.*, **33** (1961), 317.
- [6] Сухаревский Ю. М., “Теория реверберации моря, обусловленной рассеянием звука”, *ДАН СССР*, **55** (1947), 825.
- [7] Mackenzie K. V., “Long-range Shallow-water Bottom Reverberation”, *J. Acoust. Soc. Am.*, **34** (1962), 62.
- [8] Chapman R. R., Harris J. H., “Surface backscattering strengths measured with explosive sound sources”, *J. Acous. Soc. Am.*, **34** (1962), 1592.

К ТЕОРИИ РАССЕЯНИЯ ПОЛЯ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ

Шан Эр-чан

Рассмотрено поле рассеяния точечного излучателя в волноводе слоистых сред на локальных неоднородностях. Рассмотрен характер дальнего поля методом нормальных волн. Рассчитано обратное рассеянное поле, вызванное статистически-шероховатой поверхностью в “поверхностно канале”. Средняя интенсивность обратного рассеянного поля при функции корреляции неровности поверхности в форме нормальных будет:

$$I(t) \sim \frac{a^{8/3} k_0^{10/3} \rho_0^2 H_0^2 \tau}{t} \exp(-k_0^2 \rho_0^2)$$

где, a — вертикальный градиент скорости звука, k_0 — волновое число, ρ_0 — радиус корреляции поверхности, H_0^2 — среднее квадратичное значение поверхности, τ — длительность посылки, t — время.