

研究和技术简报

压电陶瓷钛酸钡矩形薄板轮廓模耦合振动的研究*

嵇国慶

(中国科学技术大学)

施仲坚

(中国科学院声学研究所)

引言

一定形状和大小的压电元件,有它特定的若干个不同的振动模,这些模往往不独立,而是彼此发生耦合的,这使振动特性变得相当复杂。为了探索耦合振动的机理,我们研究了压电陶瓷钛酸钡矩形薄板轮廓模耦合振动的特性。对于这个问题, Hayashi^[1] 和田中哲郎^[2] 等人曾作过研究,但他们的理论只能分析耦合共振频率,而不能分析耦合反共振频率和耦合导纳的频率响应特性。为此,在他们的工作基础上我们提出了一个新的等效电路,它不但可以分析耦合共振频率,而且可以分析耦合反共振频率和耦合导纳的频率响应特性。

一、理论

如图1所示的压电陶瓷矩形薄板,设它的长度为 a 和宽度为 b 都甚大于厚度 t 。今只考虑 a, b 轮廓模之间的耦合,而不考虑厚度振动的影响。设电极涂在 z 方向的两边板面上,进行极化。对于这样一个压电陶瓷矩形薄板的轮廓模之间耦合振动的特性,可以用图2的等效电路来描述。在这里没有考虑损耗。其中 L_a, L_b 为矩形薄板长宽两边等效动生电感; C_a, C_b 为矩形薄板长宽两边等效动生电容; L_m 为等效耦合

电感, C_0 为静电容。对于这个等效电路可以计算出策动点导纳为

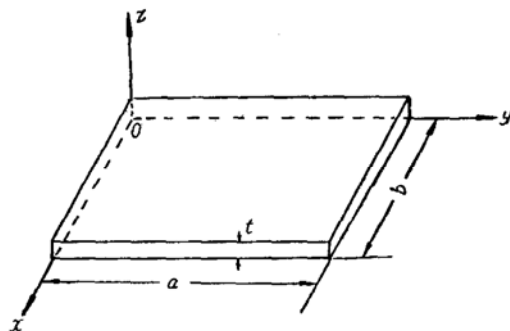


图1 压电陶瓷钛酸钡矩形薄板

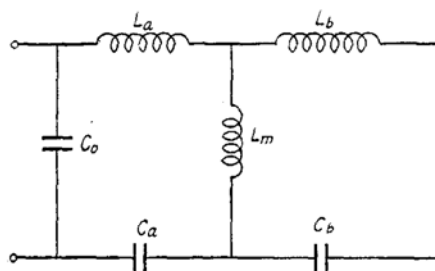


图2 压电陶瓷钛酸钡矩形薄板轮廓模耦合振动的等效电路(不考虑损耗)

$$Y = \frac{j\omega[\omega^4\sigma^2C_0 - C_0(\omega^2 - \omega_a^2)(\omega^2 - \omega_b^2) + C_a\omega_a^2(\omega^2 - \omega_b^2)]}{\omega^4\sigma^2 - (\omega^2 - \omega_a^2)(\omega^2 - \omega_b^2)} \quad (1)$$

当 $Y \rightarrow \infty$ 求得两个轮廓模耦合共振频率为

$$f_1 = f_a \sqrt{u_a} = f_b \sqrt{u_\beta} = f_a p \sqrt{u_\beta}, \quad (2)$$

$$f_2 = f_b \sqrt{u_\gamma} = f_a \sqrt{u_\delta} = f_b p^{-1} \sqrt{u_\delta}, \quad (3)$$

其中

$$u_a = [p^2 + 1 - \sqrt{(p^2 + 1)^2 - 4p^2(1 - \sigma^2)}]/2(1 - \sigma^2), \quad (4)$$

$$u_\beta = [p^2 + 1 - \sqrt{(p^2 + 1)^2 - 4p^2(1 - \sigma^2)}]/2p^2(1 - \sigma^2), \quad (5)$$

* 1965年3月12日收到。

$$u_r = [p^2 + 1 + \sqrt{(p^2 + 1)^2 - 4p^2(1 - \sigma^2)}] / 2p^2(1 - \sigma^2), \quad (6)$$

$$u_s = [p^2 + 1 + \sqrt{(p^2 + 1)^2 - 4p^2(1 - \sigma^2)}] / 2(1 - \sigma^2), \quad (7)$$

称为耦合共振函数,它们表示共振模之间的耦合特性.

当 $Y \rightarrow 0$ 求得两个轮廓模耦合反共振频率为

$$f'_1 = f_a \sqrt{u'_a} = f_b \sqrt{u'_b} = f_a p \sqrt{u'_b}, \quad (8)$$

$$f'_2 = f_b \sqrt{u'_r} = f_a \sqrt{u'_s} = f_b p^{-1} \sqrt{u'_s}, \quad (9)$$

其中

$$u'_a = [\gamma(p^2 + 1) + 1 - \sqrt{[\gamma(p^2 + 1) + 1]^2 - 4p^2\gamma(\gamma + 1)(1 - \sigma^2)}] / 2\gamma(1 - \sigma^2), \quad (10)$$

$$u'_b = [\gamma(p^2 + 1) + 1 - \sqrt{[\gamma(p^2 + 1) + 1]^2 - 4p^2\gamma(\gamma + 1)(1 - \sigma^2)}] / 2p^2\gamma(1 - \sigma^2), \quad (11)$$

$$u'_r = [\gamma(p^2 + 1) + 1 + \sqrt{[\gamma(p^2 + 1) + 1]^2 - 4p^2\gamma(\gamma + 1)(1 - \sigma^2)}] / 2p^2\gamma(1 - \sigma^2), \quad (12)$$

$$u'_s = [\gamma(p^2 + 1) + 1 + \sqrt{[\gamma(p^2 + 1) + 1]^2 - 4p^2\gamma(\gamma + 1)(1 - \sigma^2)}] / 2\gamma(1 - \sigma^2), \quad (13)$$

称为反共振耦合函数,它们表示反共振模之间的耦合特性.

为计算方便,耦合导纳可表示为如下形式:

$$|Y| = \frac{\omega C_0 [\omega^4 \sigma^2 - (\omega^2 - \omega_a^2)(\omega^2 - \omega_b^2) + \omega_a^2 \gamma^{-1}(\omega^2 - \omega_b^2)]}{\omega^4 \sigma^2 - (\omega^2 - \omega_a^2)(\omega^2 - \omega_b^2)}, \quad (14)$$

以上各式中的参数是:

$$\omega_a^2 = 1/(L_a + L_m)C_a = \pi^2 E/a^2 \rho, \quad (15)$$

$$\omega_b^2 = 1/(L_b + L_m)C_b = \pi^2 E/b^2 \rho, \quad (16)$$

$$\sigma^2 = k^2 = L_m^2/[(L_a + L_m)(L_b + L_m)]^{[2]}, \quad (17)$$

$$p = a/b; \quad \gamma = C_0/C_a = C_0/C_b = f_{r_0}/2\Delta f, \quad (18)$$

其中 ω_a 、 ω_b 分别为 a 、 b 方向不考虑耦合时的轮廓模共振角频率, p 为长度方向与宽度方向的尺寸比, γ 为电容比. 而式中 E 、 σ 和 ρ 分别为材料的弹性模量、泊松系数与密度. f_{r_0} 为圆片时的径向共振基频, Δf 为径向基频的反共振频率与共振频率之差. 当知道压电陶瓷矩形薄板的 E 、 ρ 、 σ 、 γ 、 p ; 便可求得理论上的耦合共振频率、耦合反共振频率和耦合导纳的频率响应特性.

二、实 验

根据本文的目的,实验要测量一系列不同尺寸比情况下的耦合共振频率和耦合反共振频率,以及测量不同尺寸比时电压频率响应曲线,间接地得到实验的耦合导纳频率响应曲线.

我们采用的矩形薄板由两种方法取得,一是从同一圆片上切取一系列不同比例的矩形薄板来分别进行测量频率,另是从一圆片上切一些较大的矩形薄板,不断研磨减小,逐次进行频率测量,而材料参数就用从圆片上测下来的数值. 所有参考数的测量都是按标准方法测试^[3],测量装置如图3所示. 不同尺寸比的矩形薄板的耦合共振频率和耦合反共振频率相应由最大最小传输频率测出. 耦合导纳频率响应曲线可以通过测量不同频率下传输器输出端及晶片两端的端电压求得.

其实验结果耦合共振函数和耦合共振频率随尺寸比的变化曲线分别如图4和图5所示. 图中实线为理论曲线,点为实验点. 可见实验结果与理论值符合得甚好. 其偏差以 u_a 、 u_b 较大,而且实验值偏高于理论值. 所以与耦合共振函数 u_a 、 u_b 相关的耦合共振频率 f_1 的实验值与理论值也偏差较大,同时实验值也偏高于理论值. 耦合共振函数 u_r 、 u_s 实验值与理论值符合得很好,所以与耦合共振函数 u_r 、 u_s 相关的耦合共振频率 f_2 的实验值与理论值符合得比较好.

对于耦合反共振函数与耦合反共振频率的结果分别如图6和图7表示. 它们的实验值与理论值偏差情况和耦合共振函数及耦合共振频率的偏差情况类同. 由于反共振的理论值与实验符合,证实了关于电容比的关系式(18)是合理的.

偏差的主要原因在于研磨的影响,我们在实验中发现研磨导致材料的 E 增加和 σ 减小. 如果考虑研磨的影响,对原来圆片测得的 E 和 σ 作适当的修正,便可使实验值与理论值更加符合.

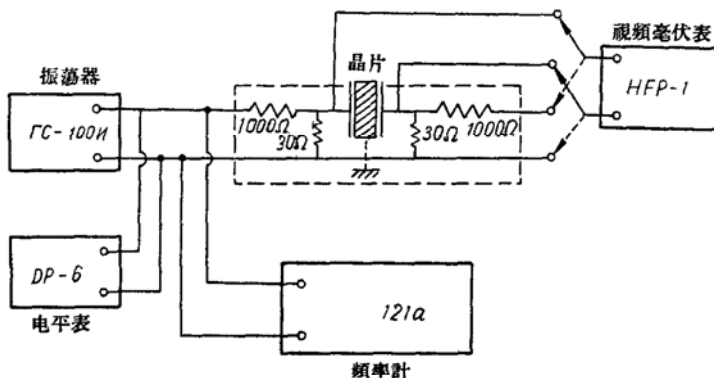


图3 实验测量装置

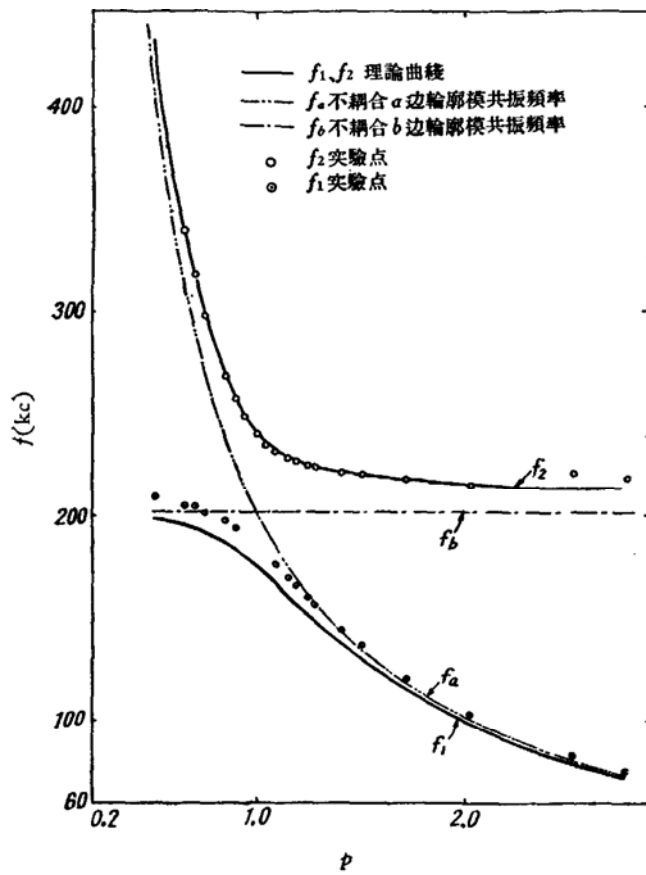
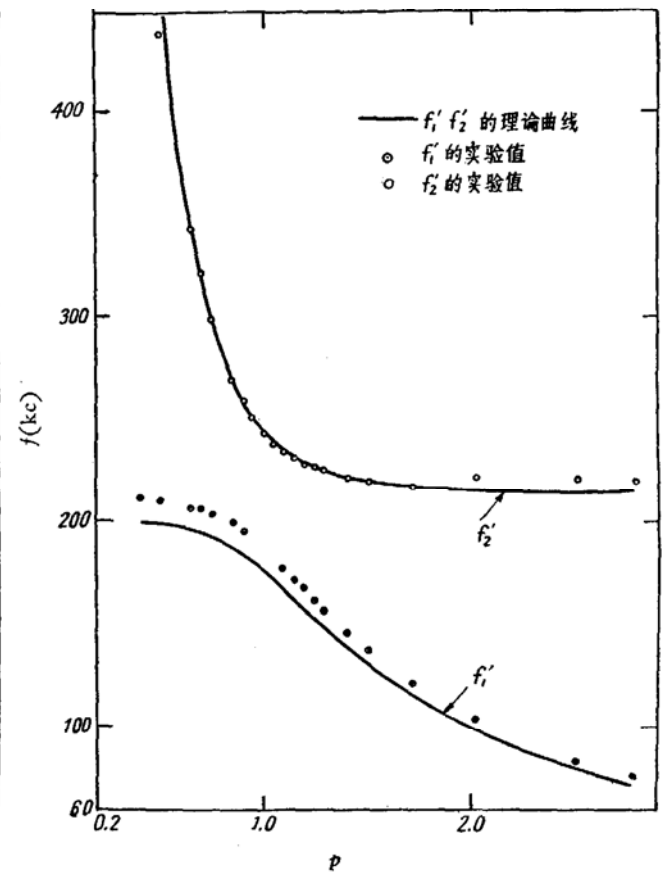
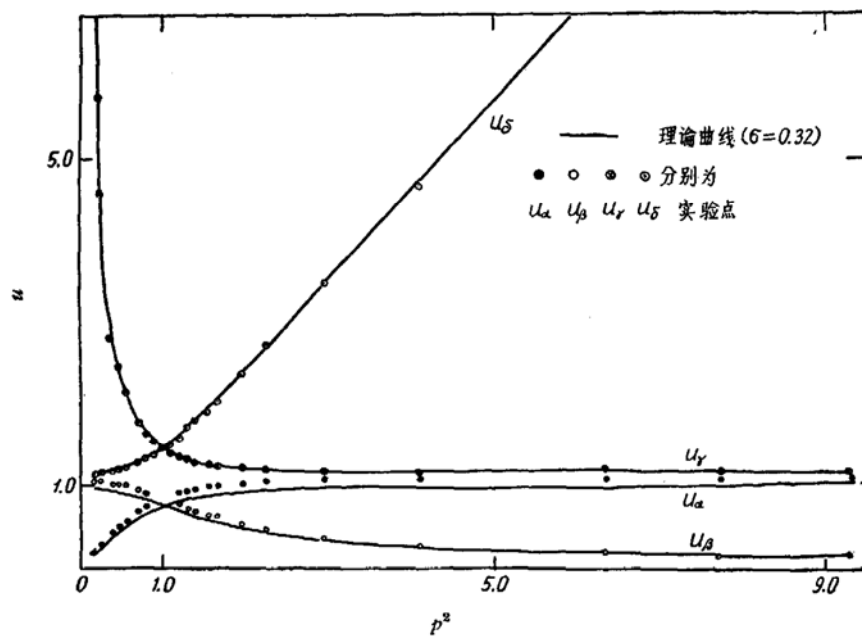
图 4 耦合共振频率 f_1 , f_2 随尺寸比的变化曲线图 6 耦合反共振频率 f'_1 , f'_2 随尺寸比变化曲线

图 5 耦合共振函数随尺寸比变化曲线

另外我们又测得了压电陶瓷矩形薄板耦合导纳的频率响应曲线, 其中一例如图 8 所示。图中细实线和粗实线分别是我们的理论曲线与实验曲线。由于理论上忽略了损耗, 理论的共振峰取无限值。理论值和实验值偏差较大, 但基本上是符合的。根据我们的这个结果, 可以对压电陶瓷钛酸钡换能器通常用传输器测得的电压频率响应曲线从理论上作一定解释。另外从实验曲线中还存在一些小峰, 这在理论上尚待进一步解决。

三、结 论

根据我们的理论和实验结果可以看出, 当压电陶瓷的矩形薄

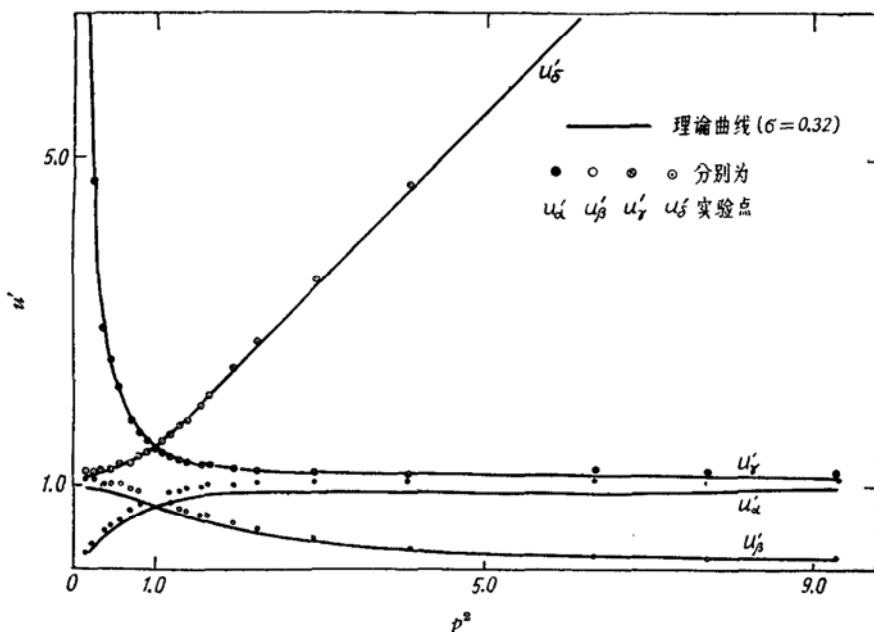


图 7 耦合反共振函数随尺寸比变化曲线

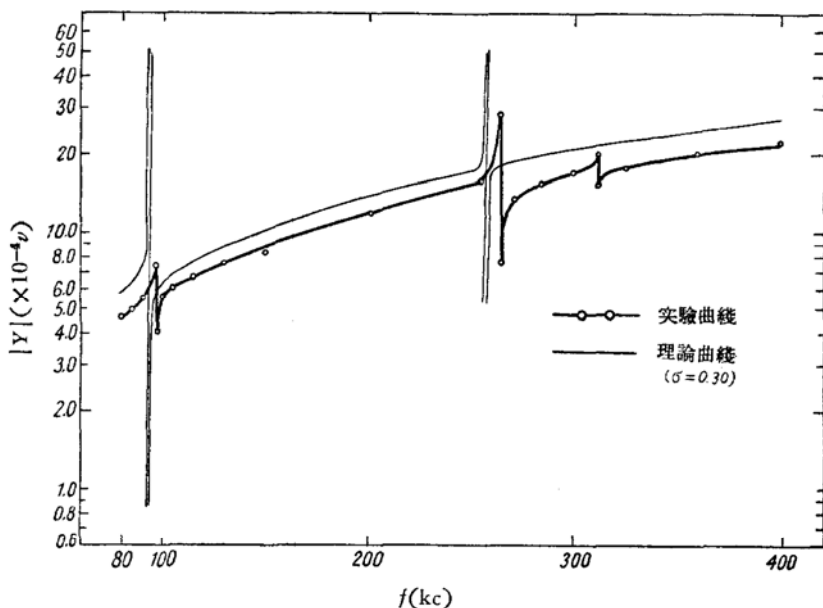


图 8 $p = 2.597$ 压电陶瓷矩形薄板耦合导纳频率特性曲线

板尺寸比在 $0.25 < p^2 < 4.0$ 之间, 所有耦合共振函数取有限值, 并且随 p^2 变化而变化。在此范围内, 轮廓模之间的耦合是比较强的, 耦合共振频率与不耦合的轮廓模的共振频率偏差最大。尤其在方板附近, 耦合最强, 且发生两个轮廓模之间耦合共振频率的简并现象。当 $p^2 < 0.25$ 或 $p^2 > 4.0$ 时, 所有耦合共振函数接近于 p^2 为零或 p^2 为无限大的极限值。这时轮廓模

之间的耦合非常弱, 甚至消失, 而耦合共振频率接近于不耦合的轮廓模的共振频率。

所以当压电陶瓷矩形薄板的长度大于宽度的二倍时, 轮廓模之间的耦合在一般情况下可以不考虑。对于尺寸比 $0.5 \leq p \leq 2.0$ 的压电陶瓷矩形薄板, 考虑轮廓模之间的耦合, 可以用本理论解决。鉴于理论与实验符合, 本文可用来对有耦合时的矩形板压电陶瓷元件的特性进行测试。更由于耦合机理的相同性^[4], 预期本文的处理方法可以用来分析二个模的其他类型的振动, 如短柱、圆管等等的耦合振动。

本文得到应崇福教授的亲切指导, 特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Hayashi S., K. U-O and Hoshino S., *ETJ of Japan*, **5** (1959), 46.
- [2] 田中哲郎, *チタン酸バソウムとその应用*, OHM 文库, 昭和 30 年.
- [3] Jaffe H., *P. IRE*, **49** (1961), 1161.
- [4] Onoe M., *IEEE, UE-10*, **1** (1963), 32.