

浅海声场的角度分布

朱 柏 贤 (ZHU BAI-XIAN)

中国科学院声学研究所 (Institute of Acoustics, Academia Sinica)

1983年8月18日收到 (Received August 18, 1983)

摘要 分层介质中简谐点源的声场具有确定的角度分布。应用射线理论虽然也可计算给定接收点声场的角度分布,但是它不能反映重要的信号参数——频率对声场角度分布的影响,此外射线理论还无法计算影区中的声场。本文应用简正波理论讨论分层介质中声场的角度分布,获得了声场角度分布的一般表达式,以及定向接收时的声场衰减规律。所得结果可以应用到射线声学影区,并且反映了声场随频率的变化。当研究水声信道和信号在其中的检测效果时,利用本文的结果可以选择最佳的接收方向。对于选取的介质模型进行了数值计算,分析和讨论了所得结果。

ANGULAR DISTRIBUTION OF THE SOUND FIELD IN SHALLOW WATER

Abstract The field of a harmonic point source in layered media has certain angular distribution. Although by ray theory the angular distribution of sound field can be calculated for given receiving point, but the effect of the frequency on the angular distribution function and the sound field in shadow zone can not be calculated. In this paper, by the normal-mode theory the angular distribution of the sound field in layered media is discussed, the general expression of angular distribution function and attenuation law for directional reception are obtained. The results given above can be used for calculation of the sound field in shadow zone and they represent the influence of the frequency on the sound field. Investigating the channel of the underwater sound and the effect of the signal detection in it, by utilizing the obtained results, the optimum receiving direction can be chosen. For given medium model the numerical calculations are produced, and analysis and discussion are conducted.

一、引 言

为了研究水声信道及信号在其中的检测效果,在实际工作中广泛地使用具有指向性的声辐射器和声接收器。一些年来,人们对具有尖锐指向性的参量声辐射阵、参量声接收阵和窄波束基阵等在理论和实验上进行了研究^[1-5],其研究成果在许多方面已经得到实际应用。

关于分层介质中声场的角度分布已进行过研究^[6]。但文献[6]采用射线理论作计算,因此,其结果不能反映重要的信号参数——频率对声场角度分布的影响。此外,射线理论还无法计算影区内的声场。为了解决这一问题,本文应用简正波理论讨论分层介质中指向接收时的声场,得到声场角度分布和定向接收时的声场衰减规律。所得结果可以应用到射线声学影区,并且反映了指向接收时声场随频率的变化。当研究水声信道及信号在其中的检测效果时,利用

上述结果可以选择最佳接收方向。最后对于选取的介质模型应用微计算机进行了数值计算, 分析和讨论了所得的计算结果。

二、理论计算

在分层介质中由于界面的影响, 观察点接收到的声波来自各个可能的传播方向。若采用“点”接收器, 则所接收到的信号为各个方向声压的总和。若采用一个具有尖锐指向性的接收器, 则就接收到某一特定方向的声压, 这就相当于对声场进行了角度过滤。由此可见, 分层介质中的声场不仅与源和接收器的空间位置有关, 而且对于任一给定的观察点, 声场还具有确定的角度分布。研究声场的角度分布不仅具有理论意义, 而且在实际上可以为水下信号的检测选取最佳方向, 即最大信-噪比的传播方向, 或者为了研究介质的统计特性, 选取最优的传播方向。

假设一个无指向性的简谐点源位于 (x_1, y_1, z_1) , 而接收器为具有指向性函数 $D(\alpha)$ 的接收阵。根据分层介质中单频指向性辐射器声场的简正波理论^[4], 利用声场的互易性, 将场点坐标与源点坐标作互换, 就得到指向接收时声场的简正波表式(省略时间因子)

$$p = \sum_l \mathcal{D}(\alpha_l, \varphi, \bar{z}_2) p_l(z_1, \bar{z}_2, r) \quad (1)$$

其中 $p_l(z_1, \bar{z}_2, r)$ 是简正波, $\mathcal{D}(\alpha_l, \varphi, \bar{z}_2)$ 是指向性激发函数。它们分别等于

$$p_l(z_1, \bar{z}_2, r) = \frac{1}{S_l} \sqrt{\frac{8\pi\mu_l}{r}} q(z_1, \nu_l) q(\bar{z}_2, \nu_l) \sin \left[\int_{\xi_l}^{z_1} \sqrt{k^2(y) - \nu_l^2} dy + \Theta \right] \\ \times \exp \left[i \left(\mu_l r + \frac{\pi}{4} \right) - \beta_l r \right] \quad (2)$$

$$\mathcal{D}(\alpha_l, \varphi, \bar{z}_2) = i \left[D(\alpha_l, \varphi) \exp \left(-i \int_{\xi_l}^{\bar{z}_2} \sqrt{k^2(y) - \nu_l^2} dy - i\Theta \right) \right. \\ \left. - D(-\alpha_l, \varphi) \exp \left(i \int_{\xi_l}^{\bar{z}_2} \sqrt{k^2(y) - \nu_l^2} dy + i\Theta \right) \right] \quad (3)$$

其中 $k(z) = c_0/c(z)$, $c(z)$ 是介质的声速, $\nu_l = \mu_l + i\beta_l$ 是简正波的本征值, $\mu_l = k(\bar{z}_2) \cos \alpha_l$, S_l 是本征射线的跨距, $q(z, \nu_l)$ 与简正波的本征函数有关, $r = \sqrt{(\bar{x}_2 - x_1)^2 + (\bar{y}_2 - y_1)^2}$, $(\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$ 是接收阵的声学中心, α 是源点与阵声学中心的连线同水平面的夹角, 向下为正, φ 是上述连线在水平面的投影与 ξ 轴的夹角, 顺时针方向为正。

假定接收阵在水平面内无指向性, 即指向性函数 D 与角度 φ 无关, 而只依赖于角度 α 。此外, 在许多情况下函数 $D(\alpha)$ 是 α 的偶函数。令接收阵主瓣轴线与水平面成某一角度 θ_0 , 注意到 $D(-\alpha) = D(\alpha)$, (3) 式可改写成

$$\mathcal{D}(\alpha_l, \bar{z}_2) = i [D(\alpha_l - \theta_0) e^{-i\phi_l} - D(\alpha_l + \theta_0) e^{i\phi_l}] \quad (4)$$

此处

$$\phi_l = \int_{\xi_l}^{\bar{z}_2} \sqrt{k^2(y) - \nu_l^2} dy + \Theta \quad (5)$$

取接收阵的指向性函数为

$$D(\alpha \pm \theta_0) = \left\{ 1 + \left[\frac{\sin[(\alpha \pm \theta_0)/2]}{B} \right]^4 \right\}^{-1/2} \quad (6)$$

其中 B 为正常数, 其数值越小, 则函数 $D(\alpha)$ 的图形就越窄. θ_0 是一个常数, 当 $\alpha = \pm \theta_0$ 时, 函数 D 取极大值. 图 1 给出了 θ_0 等于零时不同 B 值函数 $D(\alpha)$ 的图形. 可以看到 $D(\alpha)$ 的图形随 B 值的减小而变窄, 当 $B = 8.366 \times 10^{-3}$ 时, $D(\alpha)$ 的有效宽度约为 1 度.

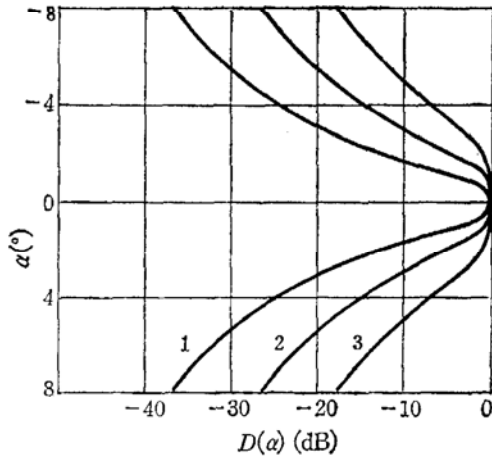


图 1 函数 $D(\alpha)$ 的形状

Shape of the function $D(\alpha)$

1. $B = 8.366 \times 10^{-3}$, 2. $B = 0.015$,
3. $B = 0.025$

当采用确定的接收阵在不同方向对声场进行角度过滤时, 就得到声压随方向角 θ_0 的变化规律 $G(\theta_0)$, 我们称函数 $G(\theta_0)$ 为声场的角度分布, 由公式(1)可得

$$G(\theta_0) = \text{Re} \sum_l \mathcal{D}(\theta_0, \alpha_l, \bar{z}_2) p_l(z_1, \bar{z}_2, r) \quad (7)$$

可以看到, 对于给定的声源频率和接收阵, 声场角度分布 $G(\theta_0)$ 依赖于角度 θ_0 , 以及源和接收阵的空间位置.

现在选择一个具体的介质模型, 对声场角度分布作进一步计算. 作为典型的浅海模型, 介质的折射率 $n(z)$ 和比密度 $m(z)$ 分别可取

$$n(z) = \frac{c_0}{c(z)} = \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq H \\ n(1 + iA), & z > H \end{cases}$$

$$m(z) = \frac{\rho(z)}{\rho_0} = \begin{cases} 1, & 0 \leq z \leq H \\ m, & z > H \end{cases}$$

此处 n 、 A 和 m 为常数, H 为海深. 这时 $\zeta_l = 0$, $\Theta = 0$, 而函数

$$\left. \begin{aligned} q(z, \nu_l) &= (k_0 \sin \alpha_l)^{-1/2} \\ \sin \left[\int_0^z \sqrt{k_0^2 - \nu_l^2} dy \right] &= \sin(k_0 z \sin \alpha_l) \\ \beta_l &= -\ln |V(\alpha_l)| / S_l \\ S_l &= 2H / \tan \alpha_l \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

本征值 α_l 满足频散方程式

$$2k_0 H \sin \alpha_l - \phi = (2l + 1)\pi \quad (9)$$

这里 $k_0 = 2\pi f / c_0$, $\phi = -\arg V$, V 为界面反射系数, 对于上述介质模型, 它等于

$$V = \frac{m \sin \alpha - \sqrt{n^2(1 + iA)^2 - \cos^2 \alpha}}{m \sin \alpha + \sqrt{n^2(1 + iA)^2 - \cos^2 \alpha}} \quad (10)$$

把(8)式代入(2)和(4), 得到

$$p_l(z_1, \bar{z}_2, r) = \frac{1}{H} \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 r \cos \alpha_l}} \sin(k_0 z_1 \sin \alpha_l) e^{i\mu_l r - \beta_l r} \quad (11)$$

$$\mathcal{D}(\theta_0, \alpha_l, \bar{z}_2) = i[D(\alpha_l - \theta_0)e^{-ik_0 \bar{z}_2 \sin \alpha_l} - D(\alpha_l + \theta_0)e^{ik_0 \bar{z}_2 \sin \alpha_l}] \quad (12)$$

再把公式(11)和(12)代入(7), 经计算最后得到浅海声场的角度分布为

$$G(\theta_0) = \sum_l \frac{1}{H} \sqrt{\frac{2\pi}{k_0 r \cos \alpha_l}} \sin(k_0 z_1 \sin \alpha_l) e^{-\beta_l r} \\ \times \left[D(\alpha_l - \theta_0) \cos\left(\mu_l r + \frac{3\pi}{4} - k_0 \bar{z}_2 \sin \alpha_l\right) \right. \\ \left. - D(\alpha_l + \theta_0) \cos\left(\mu_l r + \frac{3\pi}{4} + k_0 \bar{z}_2 \sin \alpha_l\right) \right]. \quad (13)$$

由公式(13)可以看出, 浅海声场角度分布 $G(\theta_0)$ 不仅随 θ_0 以及源和接收器的空间位置而变化, 而且还依赖于信号的频率. 射线理论不能给出声场角度分布随频率的依赖关系^[6].

三、数值结果和讨论

以上我们根据分层介质中声传播的简正波理论, 给出了浅海声场角度分布的一般表式. 根据上述介质模型, 现在取下列参数作数值计算: $H=40\text{m}$, $n=0.92007$, $A=0.015$ 及 $m=1.787$, 频率 f 分别取 500、700、1000 和 1500 Hz. 把上列数据代入公式(9)和公式(10), 并求频散方程(9)的数值解, 得到表 1 所列各频率的前 15 个本征值. 从该表可以看出, 对于同一号码的简正波, 本征值 α_l 随频率的增大而减小, 简正波号码越大, 本征值随频率减小的速度越快.

表 1 前 15 个简正波的本征值
Eigen values of the first fifteen normal modes

l	频率 frequency (Hz)			
	500	700	1000	1500
0	2.07	1.53	1.06	0.72
1	4.15	3.01	2.13	1.43
2	6.25	4.52	3.20	2.15
3	8.35	6.03	4.26	2.87
4	10.47	7.55	5.33	3.58
5	12.62	9.08	6.41	4.30
6	14.79	10.62	7.48	5.02
7	16.98	12.17	8.56	5.74
8	19.20	13.73	9.65	6.46
9	21.45	15.30	10.73	7.19
10	23.73	16.89	11.83	7.91
11	26.10	18.48	12.92	8.63
12	28.55	20.10	14.03	9.36
13	31.06	21.72	15.14	10.09
14	33.64	23.37	16.25	10.82

在公式(6)中取 $B = 8.366 \times 10^{-3}$. 对于给定的信号频率, 声源和接收器位置, 利用公式(6)、(13)和表 1 作数值计算, 得到声场角度分布和指向接收时的声场衰减规律, 结果分别画在图 2—图 5 中.

图 2 给出频率为 500 Hz, $z_1 = \bar{z}_2 = H/2$, $|\theta_0| \leq 8^\circ$, 只取一个简正波 ($l = 0$) 时, 在

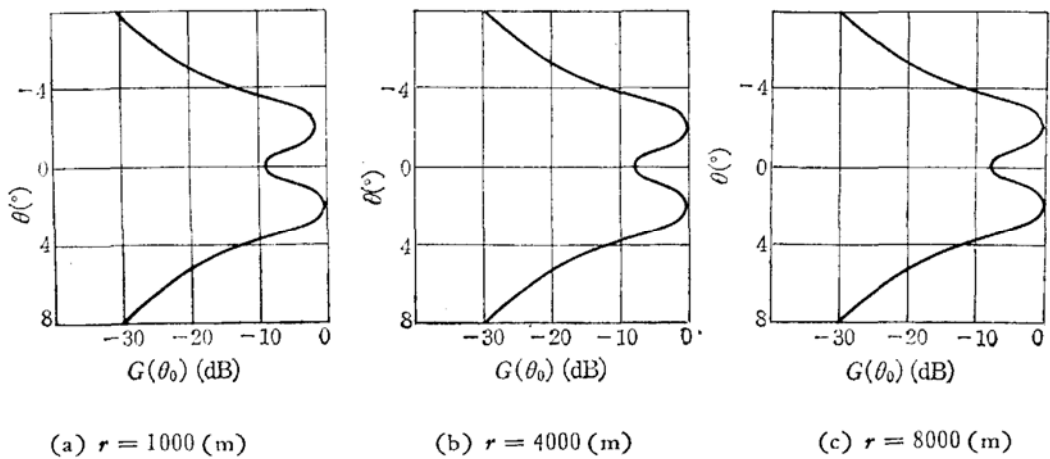


图 2 单个简正波的声场角度分布

Angular distribution of the sound field for individual mode
 $f = 500 \text{ (Hz)}$, $z_1 = \bar{z}_2 = H/2$, $l = 0$

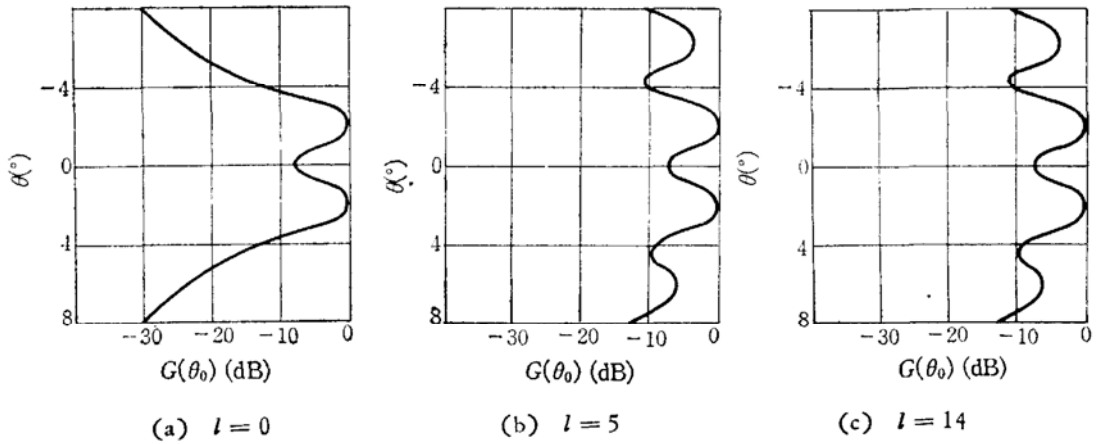


图 3 多个简正波叠加的声场角度分布

Angular distribution of the superimposed field of many normal modes
 $f = 500 \text{ (Hz)}$, $z_1 = \bar{z}_2 = H/2$, $r = 4000 \text{ (m)}$

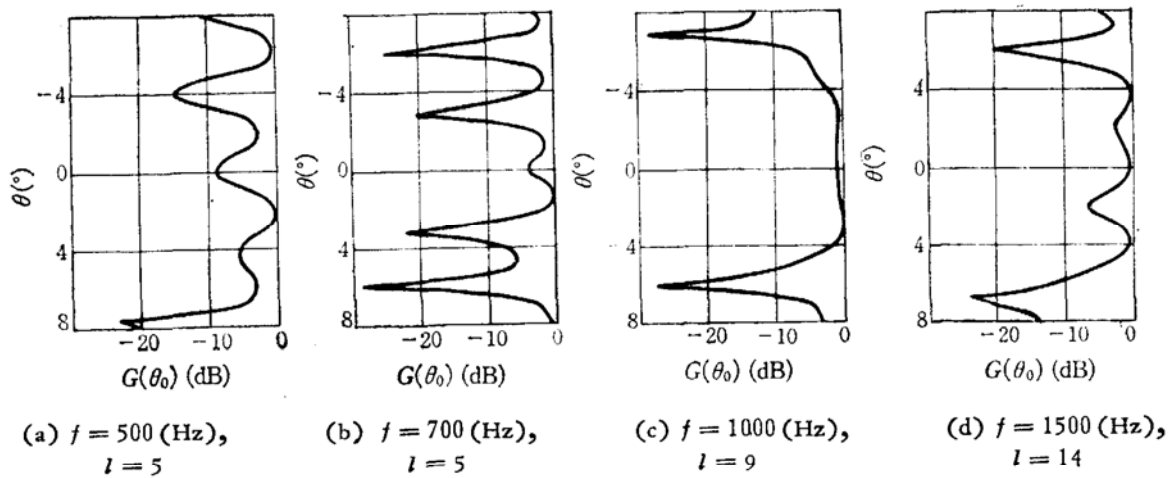


图 4 不同频率的声场角度分布

Angular distribution of the sound field for various frequencies
 $r = 1000 \text{ (m)}$, $z_1 = \bar{z}_2 = H/2$

三个不同距离上声场的相对角度分布, 纵坐标为 θ_0 , 横坐标为声场相对角度分布, 它等于 $20 \log(G/G_{\max})$ 。可以看到, 当接收阵的方向对准简正波的本征方向时, 函数取极大值。由于只取一个简正波, 故简正波间的相互干涉不出现, 因而, 分布函数的形状在不同距离上没有很大的差别。

图 3 是频率为 500 Hz, $r = 4000$ m, $z_1 = \bar{z}_2 = H/2$, l 分别取零、5 和 14 时, 声场的相对角度分布。可以看到, 图 3(a) 的曲线形状不同于图 3(b) 和图 3(c) 的曲线形状, 而图 3(b) 和图 3(c) 的曲线形状则相同。这可以从表 1 找到解释。因为, 当 $|\theta_0| \leq 8$ 时, 只有前四号简正波对声场有贡献。

图 4 是信号频率为 500、700、1000 和 1500 Hz 的声场相对角度分布, $r = 1000$ m, $z_1 = \bar{z}_2 = H/2$ 。根据表 1 所列不同频率的本征值, 在 $-8 \leq \theta_0 \leq 8$ 范围内, 对于前二个频率, 取 6 个简正波进行计算, 对于后二个频率, 分别取 10 个和 15 个简正波进行计算。从图可以看到, 声场角

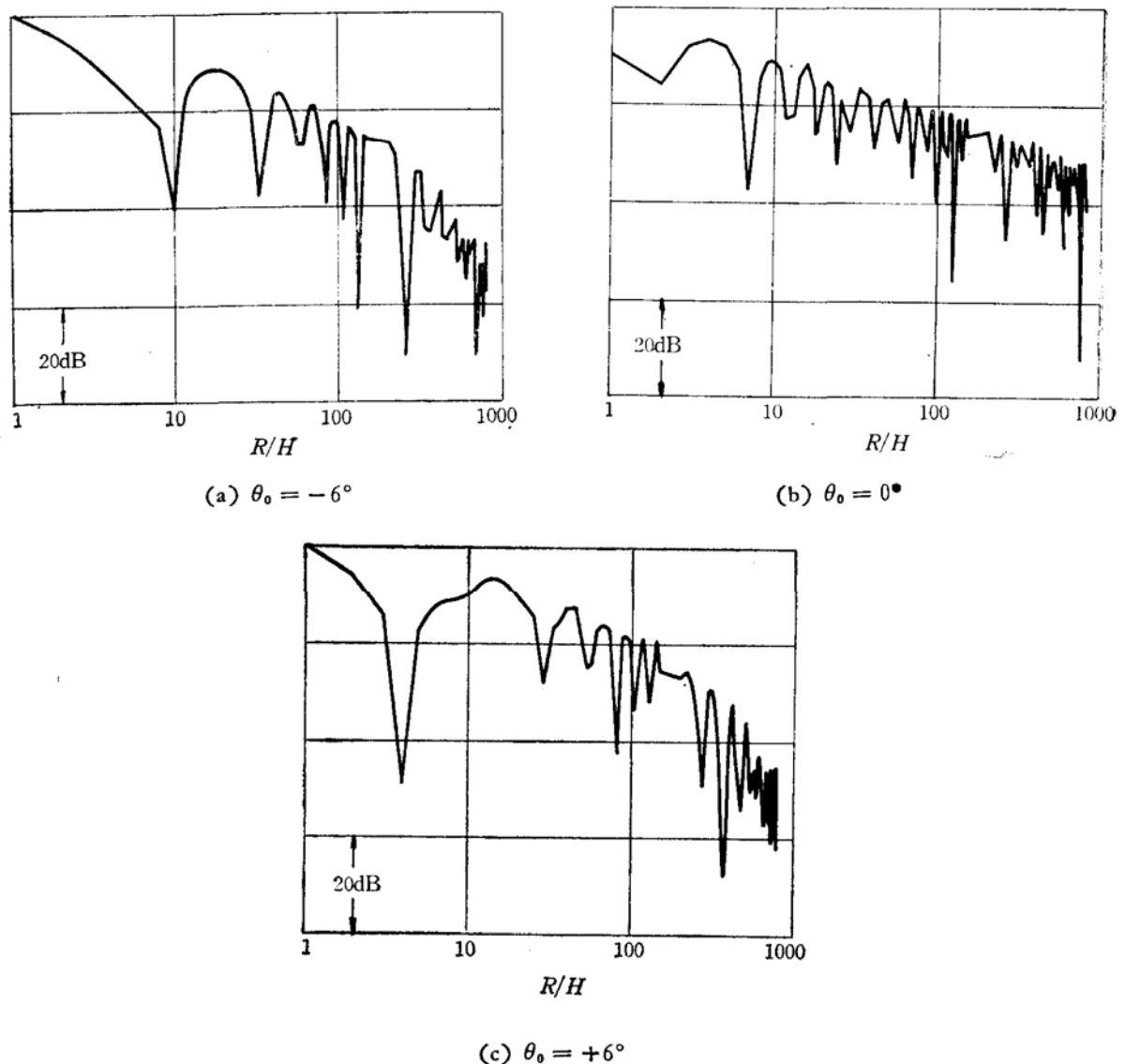


图 5 不同接收方向声强随距离的衰减

Attenuation of the sound intensity with the distance for various receiving directions

$$f = 500(\text{Hz}), z_1 = \bar{z}_2 = H/2, l = 5$$

度分布随频率的变化是比较复杂的。

图 5 是指向接收时,声强随距离的衰减规律,纵坐标为 $20 \log (G(r)/G(H))$, 横坐标为 r/H , θ_0 分别选取 -6° , 0° 和 $+6^\circ$ 。很明显, θ_0 等于 $\pm 6^\circ$ 度时,声强随距离的衰减规律比 θ_0 等于零度时要快得多,前者声强近似地按 r^{-2} 衰减,而后者则按 r^{-1} 衰减。一般而言,随着 $|\theta_0|$ 的增大,声强衰减规律将变快。

若声源为非点源,而是具有指向性的任意辐射源,则只要对公式 (7) 作适当的修改,就可以得到这一问题的解。

参 考 文 献

- [1] Muir, T. G. and Willette, J. G., "Parametric Acoustic Transmitting Arrays", *J. Acoust. Soc. Am.*, **52**(1972), 1481—1486.
- [2] Truchard, J. J., "Parametric Acoustic Array. I and II", *J. Acoust. Soc. Am.*, **58**(1975), 1141—1150.
- [3] Urick, R. J., "Principles of Underwater Sound", (McGraw-Hill, New York, 1975), 49—56.
- [4] 张仁和和朱柏贤, "指向性辐射器的简正波声场", *物理学报*, **32**(1983), 490—496.
- [5] Muir, T. G. and Clynch, J. R., "Propagation of Parametric Wave in Shallow Water", *Proc. Inst. of Acoust.*, Underwater Acoustics Group Meeting. AUWE, England, (1976).
- [6] Cole, B. F. and Podeszwa, E. M., "Shallow-water Propagation under Downward-Refraction Conditions". *J. Acoust. Soc. Am.*, **41** (1967), 1479—1484.