

有流条件下环形管道中的声传播特性

王 佐 民

(同济大学声学研究所, 上海 200092)

1990年10月15日收到

摘要 本文从线性波动方程出发, 根据界面处声压连续和质点位移连续的条件, 导得有流条件下无限长环形吸声管道中声传播的特征方程, 并且具体分析了管道衰减系数与气流速度、壁面特性、截面几何尺寸和声波频率等参量的相互关系。研究表明, 管道衰减系数随着气流流速的增加, 管壁吸声系数的减小、管道截面几何尺寸的增加而减小。同时, 随着声波频率从低频到高频的变化, 衰减系数从小到大, 再从大到小地变化, 存在一个最佳峰值。

The sound propagation in an annular duct with a mean flow

WANG Zuomin

(Institute of Acoustics Tongji University)

Received October 15, 1990

Abstract In this paper, the characteristic equation of an annular absorption duct, has been derived, based on linear wave equation, and continuities of sound pressure and particle displacement across boundaries. Then the relationships between acoustic attenuation coefficient and some parameters were discussed. The acoustic attenuation coefficient will decrease with the increase of flow velocity, or with the decrease of absorption coefficient of boundary, or with the increase of section area of the duct. And an arched attenuation coefficient curve will be formed while the sound wave frequency changes from low to high.

对于声在管道中的传播问题, 长期以来国内外进行了许多研究工作^[1,2]。对于这项研究工作, 早期大都是根据一维近似理论来进行的。一维理论具有较大的局限性, 当壁面吸声系数较高或管道截面几何尺寸与波长相近似时, 一维理论不再适用。近期的工作大都是根据壁面边界条件对波动方程严格求解。当管道截面几何形状异奇, 或者管壁吸声系数分布复杂时, 也常采用有限元素法、差分法等数值计算方法来进行分析研究。随着研究工作的不断深入, 在管道声学研究中已经涉及气流、温度等参量对声传播特性的影响^[3,4]。其中, 有流条件下环形管道中的声传播特性是在设计大型风机消声器、航空发动机消声通道等工程项目时所必需加以研究的问题。本文准备从线性波动方程出发, 对此问题进行较为深入的讨论, 以便对实际工程设计有所启示。

一、波动方程的解

假设在无限长均匀环形管道内存在沿轴向 z 正方向流动的稳定均匀气流 U 。环形管道的内半径 r_1 , 外半径 r_2 。管道两侧壁满足局部反应的边界条件, 即壁面各处的法向声阻抗率仅与声波频率有关, 而与声波入射角无关。

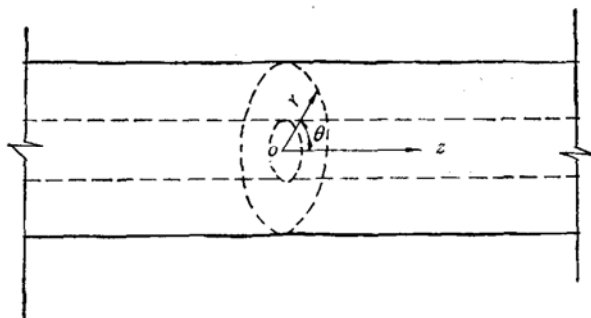


图1 环形有流管道

于是, 可列出柱坐标系中有流条件下的线性波动方程

$$\frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 p - \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right] = 0$$

和边界条件

$$\zeta = \zeta_1(\theta, \omega) \quad r = r_1$$

$$\zeta = \zeta_2(\theta, \omega) \quad r = r_2$$

其中, C 为声速, p 为声压, ζ 为相对法向声阻抗率。对于角频率为 ω 的简谐声波, 其波动方程是

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + (1 - M^2) \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{2iU}{C^2} \frac{\partial p}{\partial z} + k_0^2 p = 0 \quad (1)$$

其中, $k_0 = \omega/C$ 。

采用分离变量法求解波动方程 (1), 可得方程的通解

$$p(r, \theta, z) = \sum_{l=1}^{\infty} p_l \phi_l(r, \theta) \exp(i \lambda_l^{\pm} z) \quad (2)$$

其中

$$\phi_l(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \cdot [J_n(\alpha_l r) + N_n(\alpha_l r)]$$

$$\lambda_l^{\pm} = \frac{M\omega \pm \sqrt{M^2\omega^2 + (1 - M^2)C^2 k_z^2}}{(1 - M^2)C}$$

$$k_z^2 = k_0^2 - \alpha_l^2$$

对于轴对称情况, 管壁相对法向声阻抗率 ζ_1 和 ζ_2 与 θ 无关, 这时波动方程的解为

$$P(r, z) = \sum_{l=1}^{\infty} [A_l J_0(\alpha_l r) + B_l N_0(\alpha_l r)] \exp(i\lambda_l^\pm z)$$

这里, $J_n(z)$ 是 n 阶 Bessel 函数, $N_n(z)$ 是 n 阶 Neumann 函数, λ_l^- 表示声波沿气流运动的方向(即 z 正向)传播, λ_l^+ 表示声波沿气流运动的反方向传播。待定常数应由边界条件与初值条件确定。

关于边界条件, 必须注意, 当气流不存在时通常采用声压连续和法向质点振动速度连续的条件。但是, 当管道内存在均匀气流时, 声压连续的条件仍旧成立, 而质点振动速度连续的条件不再成立。这是因为用均匀气流代替管壁处流速为零的实际气流时, 使得管壁处的流速产生间断。这样, 法向质点振动速度不再能够连续。这时应该采用法向声位移连续的边界条件, 才能得出正确的结果^[2]。

记法向声位移为 η , 可得法向振动速度

$$v = \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z} \right) \eta \quad (3)$$

由运动方程得

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial z} \right) v = - \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4)$$

其中, ρ 为管道内气体密度。

把波动方程的解代入运动方程(4)中求出法向振动速度 v , 再代入(3)中求出法向声位移 η 。根据边界条件和初值条件即可求得计算待定常数的特征方程。

对于在轴对称环形有流管道中, 沿气流运动方向传播的声波, 有特征方程:

$$\begin{aligned} & [i\zeta_j \alpha_l k_0 J_1(\alpha_l r_j) + (k_0 + M\lambda_l^-)^2 J_0(\alpha_l r_j)] A_l + [i\zeta_j \alpha_l k_0 N_1(\alpha_l r_j) \\ & + (k_0 + M\lambda_l^-)^2 N_0(\alpha_l r_j)] B_l = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

$$j = 1, 2, l = 1, 2, 3, \dots$$

对于刚性壁面 $\zeta_j = \infty$, 这时特征方程退化为

$$A_l J_1(\alpha_l r_j) + B_l N_1(\alpha_l r_j) = 0 \quad (6)$$

显然, 首先需要确定 α_l 的特征值, 即先要求得使方程组(5)系数行列式等于零的 α_l 值。然后对应每一个 α_l 特征值, 求得相应待定系数 A_l 与 B_l 的比值。至于 A_l 与 B_l 的确切数值, 通常可由初值条件来确定。对于沿气流运动的反方向传播的声波, 其特征方程与(5)式完全相同, 仅需将式中的 λ_l^- 改为 λ_l^+ 就可以了。

二、实例验证

为了以实例验证上述分析, 测量了内半径 $r_1 = 2$ cm, 外半径 $r_2 = 8$ cm, 长度 $l = 180$ cm 环形消声管道在有流情况下的插入损失。消声管道两侧是置有网状护面层的容重 20 kg/M³ 超细玻璃棉。图2是测试装置框图。

若将测试声源看成恒速声源, 就可利用文献[2]介绍的公式

$$IL = 20 \lg \frac{|C\zeta_0 + D|}{|C'\zeta_0 + D'|} \quad (\text{dB})$$

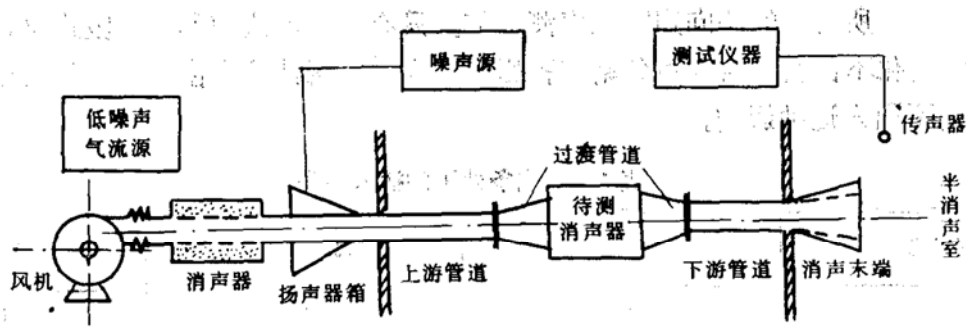


图2 测试装置框图

来计算环形消声管道的插入损失 IL 。这里, ζ_0 为管口声阻抗与主管道特性声阻抗的相对比值。 C' 、 D' 和 C 、 D 分别是安装替代管时管道系统传递矩阵和安装环形消声管道时管道系统传递矩阵的相应参量。管道系统输入端声压 P_0 、体积速度 U_0 和输出端声压 P 、体积速度 U 之间存在关系

$$\begin{bmatrix} P_0 \\ \frac{\rho c}{S_0} U_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \frac{\rho c}{S_0} U \end{bmatrix}$$

其中, A 、 B 、 C 、 D 为传递矩阵参数, ρc 为媒质特性阻抗, S_0 为主管道横截面积。整个管道系统的传递矩阵可用各相连单元传递矩阵的乘积来求得。文献[2]推导了存在气流时等截面管道的传递矩阵。利用类似的推导过程就可导出有流环形消声管道传递矩阵的参数公式

$$A = \frac{\lambda_l^-(k_0 + M\lambda_l^+) \exp(-i\lambda_l^- l) - \lambda_l^+(k_0 + M\lambda_l^-) \exp(-i\lambda_l^+ l)}{\lambda_l^-(k_0 + M\lambda_l^+) - \lambda_l^+(k_0 + M\lambda_l^-)}$$

$$B = \frac{\exp(-i\lambda_l^- l) - \exp(-i\lambda_l^+ l)}{\frac{\lambda_l^+}{k_0 + M\lambda_l^+} - \frac{\lambda_l^-}{k_0 + M\lambda_l^-}}$$

$$C = \frac{\lambda_l^- \lambda_l^+ [\exp(-i\lambda_l^- l) - \exp(-i\lambda_l^+ l)]}{\lambda_l^-(k_0 + M\lambda_l^+) - \lambda_l^+(k_0 + M\lambda_l^-)}$$

$$D = A$$

利用驻波管法测得壁面吸声材料的吸声系数和相对法向声阻抗率, 再从特征方程组系数行列式等于零的方程

$$\begin{vmatrix} i\zeta_1 \alpha_l k_0 J_1(\alpha_l r_1) + (k_0 + M\lambda_l^+)^2 J_0(\alpha_l r_1) & i\zeta_1 \alpha_l k_0 N_1(\alpha_l r_1) + (k_0 + M\lambda_l^+)^2 N_0(\alpha_l r_1) \\ i\zeta_2 \alpha_l k_0 J_1(\alpha_l r_2) + (k_0 + M\lambda_l^+)^2 J_0(\alpha_l r_2) & i\zeta_2 \alpha_l N_1(\alpha_l r_2) + (k_0 + M\lambda_l^+)^2 N_0(\alpha_l r_2) \end{vmatrix} = 0 \quad (7)$$

求得 α_l , 进而求得相应的 λ_l , 每个 α_l 值对应于沿管道传播的声波的不同简正模式。不同简正模式具有不同的相速度和不同的衰减系数。一般来说高次波比基波更易衰减。因此, 从声衰减的角度来看, 讨论基波的衰减特性更有意义。

另需指出, 虽然公式 (7) 中 ζ_1 和 ζ_2 是指内外壁面的法向声阻抗率。但是在有流情况下使用由驻波管方法测得的法向声阻抗率来进行计算时, 还需注意气流流速的多普勒效应, 即在计算公式 (7) 时不应直接应用在 ω 频率下测得的法向声阻抗率, 而是需要采用考虑多普勒效应

后的角频率 ω' 所对应的法向声阻抗率测量值。只有当气流流速不高或吸声材料法向声阻抗率随频率的变化不甚明显时才可忽略这种影响。在本实例计算中由于最大气流流速仅为 13.2 m/s 因此暂不引入这种影响。

表 1 不同条件下的插入损失

$f(\text{Hz})$	$v(\text{m/s})$	$IL_1(\text{dB})$	$IL_2(\text{dB})$
500	0	2	1.76
	4.0	2	1.62
	6.9	1.5	1.50
	10.0	1.5	1.34
	13.2	(3)	1.16
1K	0	43	48.3
	4.0	43	45.2
	6.9	42	43.1
	10.0	38	41.1
	13.2	32	39.2

表 1 给出上述环形消声管道在不同频率 f 、不同流速 v 时的插入损失实测值 IL_1 和计算值 IL_2 。两者基本一致。随着气流流速的增加、插入损失逐渐减小。分析产生 IL_1 和 IL_2 之间差异的原因,除测量 IL_1 时存在的测量误差外,主要是吸声材料法向声阻抗率数值的影响。实际计算表明,对于 1000 Hz 频率当吸声材料法向声阻抗率从 $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.24 - j$ (即吸声系数为 0.378) 改为 $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.26 - 1.15j$ (即吸声系数为 0.357) 时,计算所得的插入损失 IL_2 值将比表 1 中所列的数据小 7.7~10 dB (平均减小 8.8 dB)。因此尽管理论计算中采用的吸声材料法向声阻抗率是用驻波管法实测的。但是,在安装消声管道中的吸声材料时,由于挤压等原因会使吸声材料的容重及相应的法向声阻抗率有所变化,导致 IL_1 与 IL_2 之间的差异。此外实测插入损失是相对 1/3 倍频程进行的,而理论计算值是对应单频进行的,而两者之间也必然会存在一些差异的。

显然,对于沿无限长环形管道传播的声波来讲,更需关心的是声衰减系数 β 。下面具体讨论衰减系数与有关参量之间的关系。

三、衰减系数与各参量之间的关系

根据前述分析、具体讨论环形消声管道的声衰减系数与气流速度、壁面特性、截面几何尺寸和声波频率等参量之间的关系

表 2 衰减系数与气流速度的关系

v (m/s)	20	15	10	5	0	-5	-10	-15	-20
β	2.83	2.93	3.03	3.13	3.24	3.36	3.48	3.61	3.74

表 2 给出 $r_1 = 0.02\text{m}$, $r_2 = 0.08\text{m}$, 管壁吸声材料的吸声系数 $\alpha_r = 0.7$, 相对法向声阻

抗率 $|\zeta| = 3.20$, $\phi = -20^\circ$, 声波频率 $f = 1\text{kHz}$ 条件下, 环形消声管道的衰减系数 β 与管道内气流流速 v 间的关系。这里 $v > 0$ 表示流速与声波传播方向一致, 均为轴向坐标 z 的正方向; $v < 0$ 表示气流沿 z 负向流动。数据表明, 随着流速从负到正的逐渐增加, 衰减系数将逐渐减小。

这是因为由于流速的存在, 使管道内的声波传播速度由 C 变为 $C + v$ 。这样, 随着流速 v 的增加, 声波更易传播, 从而使得衰减系数减小。

表 3 衰减系数与壁面声学特性的关系

α_r		0.38	0.57	0.67	0.7	0.7
$ \zeta $		3.20	2.16	3.1	3.20	2.16
ϕ		-65.9°	-58.3°	-30.9°	-20°	-45°
β	$f = 250\text{Hz}$	0.923	1.63	2.13	2.36	2.25
	$f = 1\text{kHz}$	1.55	3.11	3.17	3.24	4.09

表 3 给出对于 $r_1 = 0.02\text{m}$, $r_2 = 0.08\text{m}$, $v = 0\text{m/s}$ 条件下, 不同管壁声学特性时环形消声管道的衰减系数。可见, 随着管壁吸声系数 α_r 的增加, 衰减系数一般也随之增加。但是还必须注意, 与吸声系数 α_r 相比, 在讨论衰减系数时材料相对法向声阻抗率 ζ 更能反映壁面的声学特性。表 3 中的数据表明, 对于 α_r 均等于 0.7 的两种吸声材料, 它们的相对法向声阻抗率不同, 则计算所得的衰减系数明显不同。

表 4 衰减系数与管道截面几何尺寸的关系

r_1 (m)	r_2 (m)	$v(\text{m/s})$	β	
			$f = 250\text{Hz}$	$f = 1\text{kHz}$
0.02	0.08	0	2.13	3.17
		5	2.04	3.05
		10	1.96	2.94
		15	1.88	2.84
		20	1.81	2.74
0.04	0.10	0	1.71	2.59
		5	1.64	2.49
		10	1.58	2.40
		15	1.52	2.31
		20	1.46	2.23
0.06	0.12	0	1.44	2.25
		5	1.38	2.16
		10	1.33	2.08
		15	1.28	2.00
		20	1.24	1.92

表 4 给出管壁吸声系数 $\alpha_r = 0.67$, 相对法向声阻抗率 $|\zeta| = 3.1$, $\phi = -30.9^\circ$ 时, 不同内外半径的环形消声管道的衰减系数计算值。这里是按照保持管道截面周长与截面面积之比恒定的原则来选取 r_1 和 r_2 的。在通常应用的设计阻性消声器的一维理论计算公式中, 只

要管道截面周长与截面面积之比保持恒定,则消声器的消声效果与管道截面的几何尺寸无关。但是,表 4 数据再次表明,尽管保持这个比值不变,当 r_1 和 r_2 增加时,在同样流速和声波频率情况下衰减系数都将明显减小。从而反映了一维理论的局限性。

表 5 衰减系数与声波频率的关系

$f(\text{Hz})$	250	500	1k	2k	3k	3.5k	4k
β	0.82	0.97	1.22	1.67	2.26	0.14	0.085

表 5 给出壁面恒为吸声系数 $\alpha_r = 0.7$ 、相对法向声阻抗率 $|\zeta| = 3.20$, $\phi = -20^\circ$, $r_1 = 0.1\text{m}$, $r_2 = 0.3\text{m}$ 时,所计算的衰减系数与频率的关系。十分明显,衰减系数随着频率的逐渐增加将从小到大,再从大到小地变化,存在一个最佳峰值。

从传播机理来分析,当管道壁面不是刚性壁面时,声波在传播过程中在壁面处存在吸收。壁面处被吸收的声由环形管道内部的声波扩散补充,然后再被吸收,达到某种动态平衡。因而,在环形消声通道中传播的声波不再是沿轴向传播的平面波,而是存在径向分量。随着声波频率的增加,或壁面吸收能力的增加,这部分径向分量所占的比重增加。于是声传播的衰减系数增大。

但是,当声波频率甚高、或壁面吸声能力甚强,或环形管道截面几何尺寸很大时,被壁面吸收的声就不能及时得到补充。这时声波将离开壁面集中在管道中部处传播,导致壁面的吸声作用不能充分发挥、衰减系数减小。基于这种传播机理,就能够很好地解释上述衰减系数与壁面特性、截面几何尺寸和声波频率等参量的依赖关系。

参 考 文 献

- [1] R. G. White, L. G. Walker, "Noise and Vibration", Ellis Horwood Limited, 1982.
- [2] 赵松龄编著,“噪声的降低与隔离”下册,同济大学出版社,1989.4.
- [3] 赵松龄,“存在高温气流时管道中的声传播”,同济大学学报, 17 (1989), No.3, 199—296, 1989.
- [4] Wang, K. S., Tszeng T.C., "Propagation and Radiation of Sound from Flanged Circular Ducts With Circumferentially Varying Wall Admittances I: Semi-Infinite Ducts", J. Sound and Vibration 92 (3), 321—340, 1984.