

多途信道中卷积码的统计特性

朱 维 庆

(中国科学院声学研究所北京, 100080)

1990年12月21日收到

摘要 假设水声信道中存在界面的一次反射波,我们研究了卷积码的统计特性。结果表明,由于卷积码的解码是一解卷积运算,在某些情况下,解码时可以分辨多途信号,把它们对齐、叠加,改善了误差概率;在另外一些情况下,则达不到这种效果。卷积码抗多途干扰的作用,如同在信道中垂直布设的声呐阵,对多途信号进行过滤。相比之下,卷积码容易实现得多。卷积码是抗多途干扰的优良编码信号。

Statistical characteristics of convolutional codes in multipath channel

ZHU Weiqing

(Institute of Acoustics, Academia Sinica)

Received December 21, 1990

Abstract Supposing the existence of first reflected waves from the channel surface in underwater acoustic channel, we studied the statistical characteristics of convolutional codes. The results are that, since the decoding of convolutional codes is a deconvolutional operation, the multipath signals can be resolved by decoding, and can be aligned and superposed in some conditions, then the error probability is reduced; in other conditions, similar results can not be obtained. The capability of antimultipath interference of convolutional codes is similar to the resolution of vertical sonar array in channel, and the multipath signals can be filtered by the sonar array. But the convolutional code is the one easier to be used against the sonar array. Convolutional codes are good to resist the multipath interference.

一、引 言

水声信道是一多途、色散和时变的信道。对于水下声信息传输的情形,由于信号的起伏,多途效应的影响十分严重。通常把水声信道看成是瑞利或莱斯信道,研究编码信号在其中传播时的统计特性。文献中^[1,2]在此模型下研究了卷积码的统计特性,它是一性能优良的编码信号。

多途干扰中一般以海面 and 海底的一次反射信号最为重要,实验也证实了此点^[3,4]。为了简

化起见, 我们只考虑海面或海底的一次反射引起的干扰。对约束长度 $K=3$, 速率为 $n=1/2$ 的卷积码, 我先求其对误差概率, 再求其生成函数, 最后求得它的误差概率。由此可以看出卷积码的一些基本特性。

由本文的研究结果可以看出, 卷积码的抗多途效应的能力类似于空间垂直布置的声呐阵的角分辨率。在某些情况下, 卷积码的解码运算可以区分多途信号, 把它们对齐、叠加, 改善误差概率; 在另外一些情况下, 则达不到这种效果。

二、对误差概率

我们把多途干扰计入在信道的脉冲响应函数中, 这样就把问题模型化成求 AWGN 信道中卷积码的统计特性问题。编码时, 信道的输出为

$$X(t) = \sum_{k=-Nn}^{Nn-1} X_k h(t - kT) \quad (1)$$

其中 $1/n$ 是卷积码的速率, N 是信号不编码时信号元的个数, X_k 是 k 阶码符号, T 是码元间的时间间隔。设编码信号的先验概率相等, 在最大似然决策下, 则 m 事件变成 m' 事件的对误差概率为^[9]

$$P_E(m \rightarrow m') = Q\left(\frac{\|X - X'\|}{\sqrt{2N_0}}\right) < \exp\left\{-\frac{1}{2} \frac{\|X - X'\|^2}{2N_0}\right\} \quad (2)$$

其中 $Q(x)$ 是误差函数, N_0 是单边带噪声功率谱密度。利用 (1) 式, 则得

$$\|X - X'\|^2 = \sum_{k=-Nn}^{Nn-1} \sum_{i=-Nn}^{Nn-1} (X_k - X'_k)(X_i - X'_i) h_{k-i} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} h_{k-i} &= \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - kT) h(t - iT) dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2\pi} |H(\omega)|^2 \exp\{-i\omega T(k - i)\} d\omega = h_{i-k} \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $H(\omega)$ 是信道的传递函数, 它是信道脉冲响应的傅氏变换。 h_i 称为码间干扰系数。

一般码元信号取 $+1$ 或 -1 。定义误差信号为

$$\varepsilon_k = \frac{1}{2} (X_k - X'_k) = \begin{cases} 1 & X_k = 1, X'_k = -1 \\ 0 & X_k = X'_k \\ -1 & X_k = -1, X'_k = 1 \end{cases} \quad (5)$$

则 (3) 式变成下式

$$\|X - X'\|^2 = 4 \sum_{k=-Nn}^{Nn-1} \left(\varepsilon_k^2 h_0 + 2 \sum_{i=1}^{Nn-1} \varepsilon_k \varepsilon_{k-i} h_i \right) \quad (6)$$

在不编码的情形, ε_k 取三个可能值的概率是相等的^[9], (6) 式容易计算。对于编码信号, 情形复杂得多, 只能对某特定编码求其 ε_k 。 (6) 式代入 (2) 式, 则得对误差概率的表式为

$$P_E(\varepsilon) < \prod_{k=Nn}^{Nn-1} \exp\left\{-\frac{1}{N_0} \left(h_0 \varepsilon_k^2 + 2 \sum_{i=1}^{Nn-1} \varepsilon_k \varepsilon_{k-i} h_i \right)\right\} \quad (7)$$

三、码间干扰系数 h_i

本文忽略信道的起伏、时变和吸收等诸因素,只考虑信道的多途效应。为了简化问题,我们只考虑直达波和界面的第一次反射,或者是上界面,或者是下界面。因此(6)式中 $\mathcal{L} = 2$,即只考虑 h_0 和 h_1 。

设发射的声脉冲信号的幅度为 A_0 , 脉冲宽度为 b/c , 声源和接收点的直达距离为 R_0 , 经界面反射后的距离为 R_1 。对应于直达波和界面第一次反射波的信道的传递函数分别为^[6]

$$H_1(\omega) = \int_{R_0/c}^{R_0/c+b/c} \frac{A_0}{R_0} S\left(t - \frac{R_0}{c}\right) \exp\{-i\omega t\} dt \quad (8a)$$

$$H_2(\omega) = \int_{R_1/c}^{R_1/c+b/c} \frac{A_0\beta}{R_1} S\left(t - \frac{R_1}{c}\right) \exp\{-i\omega t\} dt \quad (8b)$$

其中 $S(t)$ 是脉冲波形, β 是界面反射系数。由上式得

$$H_1(\omega) = \frac{A_0}{R_0} \frac{b}{c} \frac{\sin(\omega b/2c)}{\omega b/2c} \exp\left\{-j\omega \left(\frac{R_0}{c} + \frac{b}{2c}\right)\right\} \quad (9a)$$

$$H_2(\omega) = \frac{A_0\beta}{R_1} \frac{b}{c} \frac{\sin(\omega b/2c)}{\omega b/2c} \exp\left\{-j\omega \left(\frac{R_1}{c} + \frac{b}{2c}\right)\right\} \quad (9b)$$

信道总的传递函数是上式两者之和

$$H(\omega) = H_1(\omega) + H_2(\omega) \quad (10)$$

将(10)式代入(4)式,则得

$$h_0 = S_0 \left[1 + \left(\frac{R_0}{R_1} \beta \right)^2 \right], \quad \frac{b}{c} < \frac{R_1 - R_0}{c} \quad (11a)$$

$$= S_0 \left[1 + \left(\frac{R_0}{R_1} \beta \right)^2 \right] + S_0 \frac{2R_0}{R_1} \beta \left(1 - \frac{R_1 - R_0}{b} \right), \quad \frac{b}{c} > \frac{R_1 - R_0}{c} \quad (11b)$$

$$h_1 = S_0 \frac{2R_0}{R_1} \beta \left(1 + \frac{Tc}{b} \right) \quad \frac{b}{c} < T, \quad \frac{b}{c} > \frac{|R_1 - R_0|}{c} - T \quad (12a)$$

$$= S_0 \left(1 - \frac{Tc}{b} \right) \left(1 + \frac{R_0}{R_1} \beta \right)^2 \quad \frac{b}{c} > T, \quad \frac{b}{c} > \frac{|R_1 - R_0|}{c} + T \quad (12b)$$

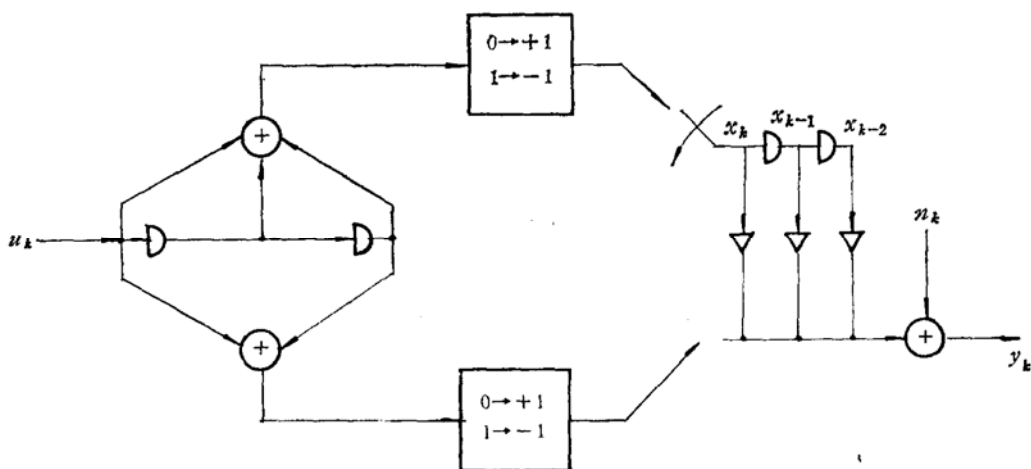
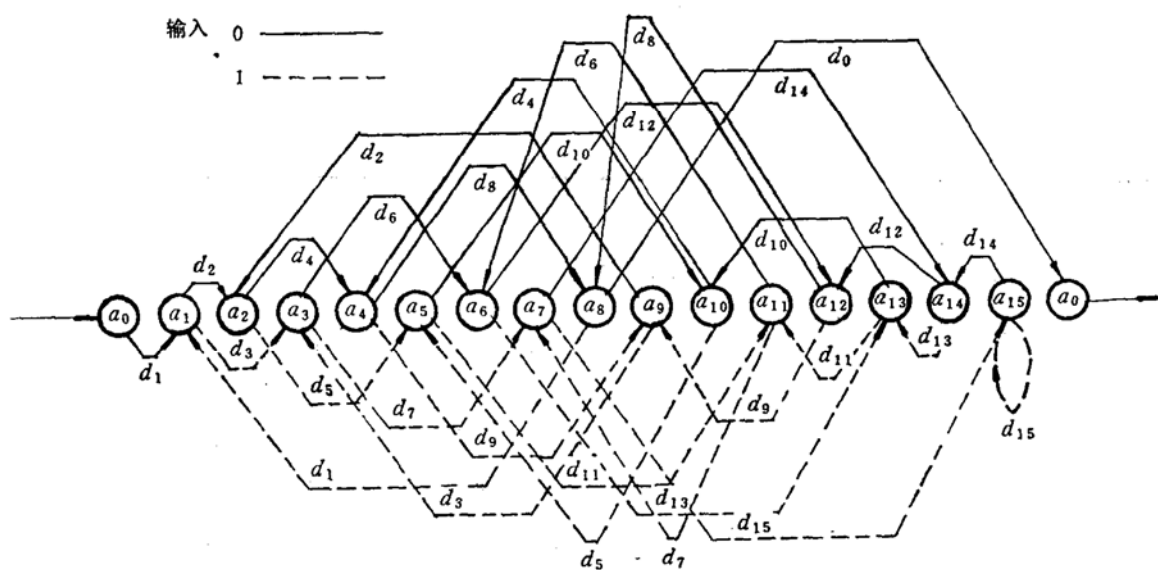
其中 $S_0 = \left(\frac{A_0 b}{R_0 c} \right)^2 \frac{c}{b}$ 是直达信号在接收点的功率。在(12)中我们只给出了 h_1 的两种表式,

就是脉冲宽度 b/c 相当小和相当大的情形。还有数种情形介于这两者之间,限于篇幅,不一列举。

四、卷积码的误差概率

卷积码在多途信道中的传播行为相当复杂。本文只讨论一种比较简单的卷积码,即 $K = 3$, $n = 1/2$ 。在只考虑一个多途时,其模型见图 1。

由图 1 的信号模型图,经过复杂的运算后,可求出对应的误差状态图,见图 2,图中 a_i 是

图1 $n = \frac{1}{2}$, $K = 3$, $L = 2$ 卷积码的信号模型图图2 $n = \frac{1}{2}$, $K = 3$, $L = 2$ 卷积码的误差状态图

状态图的节点。不失一般性,我们设 $U = \{0, 0, 0 \cdots 0\}$ 的码途为正确的码途,其它码途相对于它的距离定义为 d_i , 此 d_i 就是 (7) 式表示的对误差概率。图 2 中的 d_i 均为指数形式 $\exp\{-\alpha_i\}$, α_i 详见附表 1。

由图 2, 写出它的 16 个状态方程, 经过复杂的运算, 可求出相应的生成函数 $T(I)$

$$T(I) = O/R \quad (13a)$$

$$O = d_0(d_8d_4d_2I + d_8d_{12}d_6d_3I^2 + d_8d_{12}d_{14}d_7d_3I^3/(1 - d_{15}I))d_1 \quad (13b)$$

$$R = 1 - [(d_8d_4d_2I + d_8d_{12}d_6d_3I^2 + d_8d_{12}d_{14}d_7d_3I^3/(1 - d_{15}I))(d_1 + d_9/d_8) + (d_8d_4d_{10}I + d_8d_{12}d_6d_{11}I^2 + d_8d_{12}d_{14}d_7d_{11}I^3/(1 - d_{15}I))d_5/(d_4d_8)]$$

如果误差图的分枝传输只是由于输入数据 1 产生时, 就包括了 I 项, 在图 2 中用虚线表示这种

分枝。位误差概率由下式表示

$$P_b \leq \left. \frac{\partial T(I)}{\partial I} \right|_{I=1} \quad (14)$$

经复杂的运算后得

$$P_b \leq \frac{D^5 D_1^4}{(1 - D_0 D_1 - D_0 D_1^2 - 2D_0^2 D_1^4)^2} \quad (15)$$

其中

$$D_0 = \exp\{-h_0/N_0\}, D_1 = \exp\{-2h_1/N_0\} \quad (16)$$

表 1 α_i 的数值

i	α_i	i	α_i
1	h_1/N_0	8	$(2h_0 + h_1)/2N_0$
2	$(2h_0 + h_1)/2N_0$	9	$(2h_0 + 3h_1)/2N_0$
3	$(2h_0 + h_1)/2N_0$	10	$2h_1/2N_0$
4	$(h_0 + 4h_1)/2N_0$	11	$2h_1/2N_0$
5	$(h_0 + 2h_1)/2N_0$	12	$(h_0 + 3h_1)/2N_0$
6	$(h_0 + 3h_1)/2N_0$	13	$(h_0 + h_1)/2N_0$
7	$(h_0 + 3h_1)/2N_0$	14	$(h_0 + 2h_1)/2N_0$
		15	$(h_0 + 2h_1)/2N_0$

五、讨 论

我们分两种情形进行了数值计算。第一种情形由 (11a) 和 (12a) 两式表示。此时码元的脉冲宽度比较小,它小于直达波和界面第一次反射波间的时间差,但码元间的时间间隔 T 比较大。这种情形代表了码元间由于多途产生了干扰。第二种情形由 (11b) 和 (12b) 两式表示。此时码元的脉冲宽度相当大,它不但大于直达波和界面第一次反射波间的时间差,而且还大于此时间差与码元间时间间隔 T 之和。这种情况代表了码元本身和码元之间由于多途产生了干扰。

为了简化起见,我们设信道界面反射系数 $\beta = -0.1, -0.3$ 和 $0.1, 0.3$ 。实际上反射系数 β 是复量,对海底尤为复杂。本文的目的是研究卷积码在多途信道中的基本物理特性,这种简化假设对基本结论并无影响。

图 3 对应于第一种情况, $\beta = -0.1, -0.3$ 。由图可见, $\beta = -0.3$ 时的 P_b 明显小于 $\beta = -0.1$ 时的 P_b , 这是卷积码的优良特性之一。在图 3 的情形下,码元的间隔足够大,解码时的解卷积运算可以把直达波和界面第一次反射波区分开,并把界面反射波对齐、叠加到直达波上,使 P_b 改善。这如同在信道中布设一垂直阵,它有足够高的角分辨率,能区分直达波和界面反射波,然后把后者良好地叠加到直达波上,改善 P_b 的性能。在实际情况下,由于介质和界面的起伏,直达波和界面反射波总存在随机分量,有时此随机分量往往很大。所以实际上卷积码难以达到图 3 中的性能,图 3 只是在理想条件下卷积码的统计特性的表征。尽管如此,它显示了卷积码抗多途干扰的优良特性。

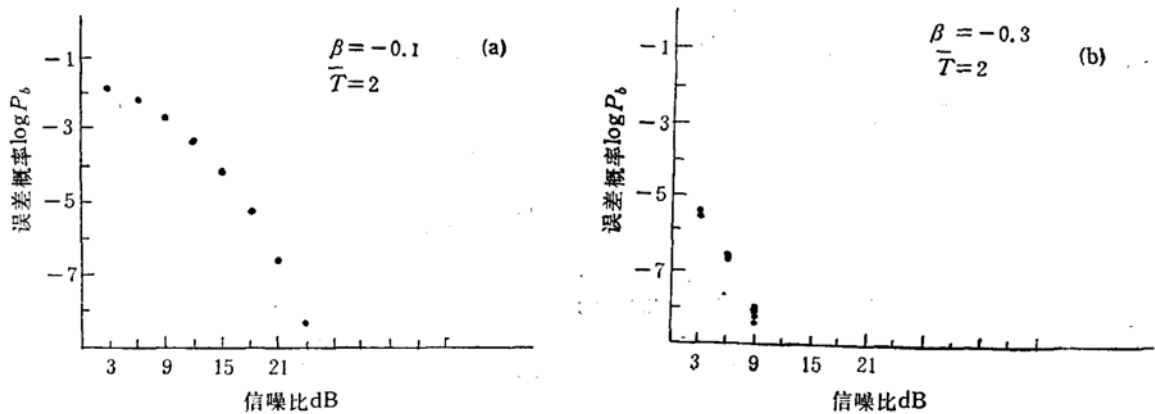


图3 $n = 1/2$, $K = 3$, $\mathcal{L} = 2$ 卷积码的误差概率, 码元的脉冲宽度比较窄, $\bar{T} = Tc/b$

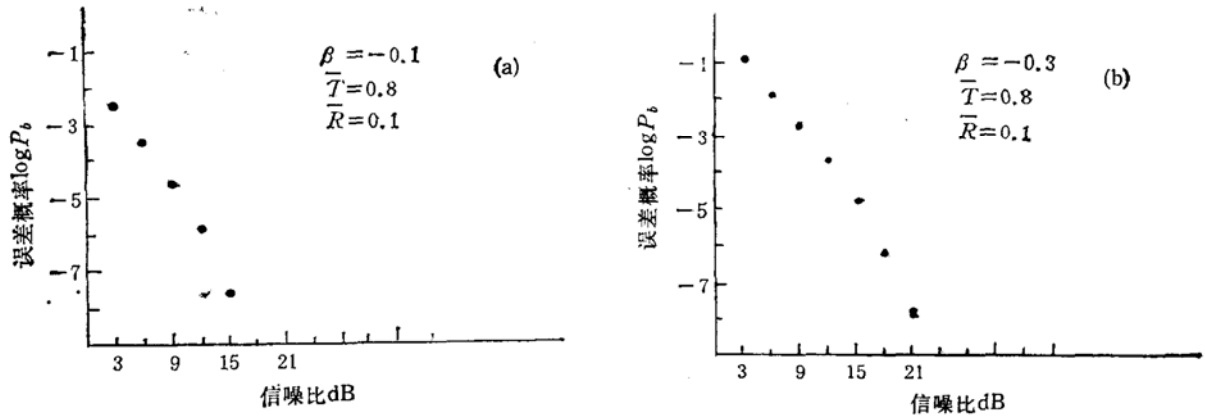


图4 $n = 1/2$, $K = 3$, $\mathcal{L} = 2$ 卷积码的误差概率, 码元的脉冲宽度相当宽, $\bar{T} = Tc/b$,
 $\bar{R} = (R_1 - R_0)/b$

在图4中,它对应于上述第二种情形,且 $\beta = -0.1$ 和 -0.3 。由图我们可以看到, β 幅值增加时, P_b 上升。图4代表码元脉冲宽度很大的情形,码元本身和码元之间由于多途产生了干扰。这如同空间布设的垂直阵,它的空间角分辨率不足以区分直达波和界面的反射波,当负 β 的幅值上升时, P_b 上升。

比较图3和图4中的 P_b 时,表面上看似乎图3中的 P_b 并不明显好于图4中的 P_b , 实际并非如此。在图3的情形,码元的脉冲宽度窄,码元间隔长。在图4的情形,码元的脉冲宽度很长,码的总能量比图3中的情形大得多。如果计入这个因素,图3中的 P_b 比图4中的要好得多。

我们在 $\beta = 0.1, 0.3$ 的情形也做了数值计算。对应图3的条件, $\beta = 0.3$ 时的 P_b 明显好于 $\beta = 0.1$ 时的 P_b 。这与图3的结论完全相同,产生的原因也完全相同。对应图4的条件, $\beta = 0.3$ 时 P_b 小于 $\beta = 0.1$ 时的 P_b 。即 β 幅值上升时, P_b 减小。这与图4的表现不同,但原因相同。只是此时 β 是正值,多途叠加的结果是能量相加, P_b 减小。

本节讨论了四种情况,它揭示了卷积码抗多途干扰的物理本质。卷积码的解码过程是一解卷积过程,在理想条件下,任何多途效应引起的干扰都能消除^[2]。它的作用如同信道中垂直布设的声呐阵那样。由于超大规模集成电路的迅速发展,复杂的卷积码易于实现。

本文的数值计算是由李革同志负责的,在此表示谢意。

参 考 文 献

- [1] Salaiman, B. Glavieux, A. & Hillion, A. "Performance of a slow frequency hopping BFSK system using convolutional coding in underwater acoustic media", ICASSP 88(1988), 2721—2724.
- [2] 朱维庆,“莱斯和瑞利信道中 FSK 卷积码的统计特性”,声学学报, **16**(1991), No. 6, 401.
- [3] Bragard, P. & Jourdain, G. "Adaptive equalization for underwater data transmission", ICASSP 89(1989), 1171—1174.
- [4] Carmichael, D. R. & Dunbar, R. M. "Adaptive estimation of an underwater acoustic channel" Proc. The Int. Symp. Unmanned Untethered Submersible Tehn. (Washington, D. C), June 1990.
- [5] Viterbi, A. J. "Principle of digital communication and coding", (McGraw-Hill Book Company, 1979).
- [6] Tolsty, I. & Clay, C. S. "Ocean acoustics", (McGraw Hill Book Company, 1966).