

浅海短垂直阵和稀垂直阵的声源定位性能

陈耀明 高天赋 杨怡青

(中国科学院声学研究所, 北京 100080)

马忠梅

(北京理工大学, 北京 100081)

1995 年 8 月 25 日收到

1995 年 12 月 28 日定稿

摘要 本文根据我们提出的一种简正波分解快速迭代方法(声学学报待发表),在夏季向下折射的声速剖面环境下,讨论短阵,稀阵和短稀阵三类垂直阵的匹配简正波处理(MMP)声源距离和深度的定位性能。同时根据迭代方法的特点,提出用简正波分解均方根误差 RMS 值来度量简正波分解的精度。数值模拟计算给出了上述垂直阵匹配场处理和匹配简正波处理两种声源的定位结果。该结果证明简正波分解迭代方法提高了声源距离和深度的定位精度,而且有效地抑止了旁瓣。短稀阵不仅缩短阵长、减少阵元数,而且能适应不同海区深度变化的要求,它是声源被动定位工程实现中可选择的有效阵型。

Localization performance for short and sparse vertical array in shallow water

CHEN Yaoming GAO Tianfu YANG Yiqing

(Institute of Acoustics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

MA Zhongmei

(Beijing Institute of Technology, Beijing 100081)

Received Aug. 25, 1995

Revised Dec. 28, 1995

Abstract In this article, using a fast iterative method of mode decomposition, source range-depth localization performances of matched-mode processing (MMP) for three kinds of vertical array (short, sparse, and short-sparse array) in shallow water with a downward refraction sound-speed profile of the summertime are discussed. According to the characteristic of this method, the accuracy of mode decomposition is measured by its root-mean-square error. The numerical simulated results illustrate that the accuracy of source range and depth estimation is raised and the sidelobes are suppressed effectively. The short-sparse vertical array not only has shorter length and fewer hydrophones, but also can be applied to different sea areas with variable depth, so it is the optimum type of vertical array in the engineering project of the passive source localization.

一、引言

在被动声源定位的匹配场处理 (MFP)^[1-5] 和匹配简正波处理 (MMP)^[6-10] 日臻完善时, 人们关注如何将这种定位新原理在工程中实施。最现实的问题是垂直阵长度和阵元数。由于垂直阵使用有严格的要求, 阵长度必须覆盖海水深度, 阵元数必须大于或等于声源激发的简正波个数。另外, 我们不可能按海区深度随时随地调整垂直阵结构, 设想采用短阵和稀阵便提到议事日程上来了。

最近, 我们针对短垂直阵提出了一种简正波分解快速迭代方法^[11]。该方法的核心是, 利用声场简正波理论, 将短垂直阵水听器接收到的信号延拓到短阵的下方, 并用逐次迭代改善延拓后的声信号, 从而实现短阵对全部声场简正波的分解, 这种方法同样适用稀阵元垂直阵。1993 年 12 月我们在青岛海区完成了短垂直阵声源定位的海上实验^[12]。本文将采用对短阵最不利的夏季海水温度跃变的声速剖面环境, 讨论垂直阵的声源定位性能。同时根据迭代计算的特点, 提出简正波分解均方根误差来度量简正波分解的精度。数值模拟计算给出短阵, 稀阵和短稀阵匹配场处理和匹配简正波处理两种结果。短稀垂直阵是简正波分解快速迭代方法在工程实现中可供选择的最佳阵型。

本文安排如下: 第一节简要介绍简正波分解快速迭代方法; 第二节讨论简正波分解均方根误差 RMS ; 第三节为声源定位距离深度模糊表面的 PBR , $PABR$ 和简正波相关系数 C ; 短阵、稀阵和短稀阵声源定位性能的数值模拟计算在第四节; 最后为小结。

二、简正波分解快速迭代方法

适用短阵的简正波分解快速迭代方法的简正波幅度矢量为

$$A^{(2^k)} = (I + C^{2^{k-1}}) \cdots (I + C^4)(I + C^2)(I + C)A^{(1)} \quad (1)$$

其中

$$A^{(1)} = H^+ P = H_L^+ P_L \quad (2)$$

式中 P_L 为短阵 L 个水听器的声场测量值, H 为简正波本征函数矩阵, $H_{nm} = U_m(z_n)$, H_L 是 H 的子集。 I 为单位矩阵, 2^k 为迭代次数。矩阵 C 的定义为

$$C = H_{N-L}^+ H_{N-L} \quad (3)$$

其中 H_{N-L} 是矩阵 H 减去 H_L 的剩余部分。

我们从上述公式中可以看出 $A^{(1)}$ 是简正波幅度矢量的初值。由于短阵测量不到的声场是客观存在的, 按照简正波声场理论, 短阵下方的声场初值 P_{N-L} 为

$$P_{N-L} = H_{N-L} A^{(1)} \quad (4)$$

按照 (2) 和 (4) 式, 简正波幅度矢量的第二次迭代计算为

$$A^{(2)} = H_L^+ P_L + H_{N-L}^+ P_{N-L} = A^{(1)} + H_{N-L}^+ H_{N-L} A^{(1)} = (I + C)A^{(1)} \quad (5)$$

保持 P_L 不变, 不断迭代改善 $A^{(2^k)}$ 。最终, 简正波分解逐次迭代结果为 (1) 式。

(1) 式表示简正波幅度矢量 2^k 次迭代的结果, $A^{(2^k)}$ 值已收敛到声场简正波理论值 A 。证明如下: 短阵 L 个水听器接收声信号 P_L 可写成,

$$P_L = H_L A \quad (6)$$

针对 L 个水听器, 矩阵 H 中仅有 H_L 部分在运算中起作用, 故 $P_L = H_L A$, 于是代入 (2) 式有,

$$\mathbf{A}^{(1)} = \mathbf{H}_L^+ (\mathbf{H}_L \mathbf{A}) = (\mathbf{I} - \mathbf{C}) \mathbf{A} \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (1) 式有,

$$\mathbf{A}^{(2^k)} = (\mathbf{I} + \mathbf{C}^{2^{k-1}}) \cdots (\mathbf{I} + \mathbf{C}^4)(\mathbf{I} + \mathbf{C}^2)(\mathbf{I} + \mathbf{C})(\mathbf{I} - \mathbf{C}) \mathbf{A} = \mathbf{A} \quad (8)$$

这样, 由简正波幅度矢量初值 $\mathbf{A}^{(1)}$ 经过 2^k 次迭代收敛到简正波理论值, 实现了短垂直阵的简正波分解。该迭代方法的最大优点是: (1) 迭代次数是 2 的幂次, $\mathbf{C}$ 矩阵随幂次增加很快趋于零, 因此 (1) 式的收敛速度极快; (2) 本方法完全适用稀阵的简正波分解。对稀阵来讲, 相当於在水听器阵元间进行内插; (3) 公式 (1) 的运算简单, 特别适合计算编程和工程实现。

三、简正波分解均方根误差 RMS

在声场匹配简正波处理中, 声场简正波分解在先, 声源匹配定位在后。因而简正波分解的好坏直接影响定位性能的优劣。简正波分解的精度如何, 应该有一个标准或判据; 定位性能亦应有度量的方法。本节先讨论前一个问题。

简正波分解的实质是垂直阵对简正波空间采样的能力。一般而言, 垂直阵越长, 足以覆盖简正波空间变化范围, 阵元个数越多, 且阵元间隔小于简正波最小垂直方向波长, 对简正波空间采样越充分, 简正波分解越接近声场简正波理论值。

YANG 从线阵有效垂直孔径概念出发, 提出用简正波分解因子 DF 来度量每阶简正波分解误差^[10], DF_l 的定义为,

$$DF_l = 10 \log \left\{ 1 + \frac{\sum_{m \neq l} \sum_{n=1}^N \rho^{-l} U_l^*(z_n) U_m(z_n) A_m}{\sum_{n=1}^N \rho^{-l} U_l^*(z_n) U_l(z_n) A_l} \right\} \quad (9)$$

式中 DF_l 表示第 l 阶简正波的分解因子, DF 单位为 dB, ρ 为海水介质密度。由简正波本征函数的正交性

$$\int_{n=0}^{\infty} \rho^{-l} U_l^*(z_n) U_l(z_n) dz = \delta_{lm}$$

如果阵长和阵元数具备上述条件, (9) 式括号中的第二项分式近似为零。也就是说, 在简正波完全分解时, DF 等于 0 dB。这是 YANG 提出的简正波分解精度的判据。

DF 对短阵或稀阵的简正波分解能力不失为一个很好的参数。针对短阵简正波分解迭代运算具体问题, 我们认为, 衡量简正波分解误差是迭代的简正波幅度 $\mathbf{A}^{(2^k)}$ 与声场简正波理论值 $\mathbf{A}$ 差的均方根误差 RMS , 定义为,

$$RMS = \frac{1}{M} \left(\sum_{m=1}^M |A_m^{(2^k)} - A_m|^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

我们称 (10) 式为简正波分解均方根误差。事实上, RMS 值反映简正波分解的一个综合参数。由于简正波幅度受声场环境和垂直阵接收系统的制约。前者指的是海水深度和声速剖面, 海底沉积层的声速、厚度、密度和衰减系数, 以及海底底层参数。它们规定了各阶简正波的幅度, 波函数和衰减指数。也就是规定了有多少阶简正波存在, 简正波能量大小、空间分布、传播方式等; 而垂直阵接收系统参数 (阵长、阵元数和阵深度) 决定了阵对简正波的空间采样能力。简正波分解是否完全, 精度如何, 与阵的空间采样能力密切相关。另外, 声源在浅海激发的部分简正波能量

留在水层下的沉积层内, 这种现象在夏季海水声速跃变的环境尤为严重。对于一个实际垂直阵来说, 阵长和阵元数都是有限的, 又不能延伸到沉积层中去, 因此垂直阵对声场简正波分解总是不完全的。一般而言, 低阶简正波能量通常要大些。一旦低阶简正波的分解趋于稳定, 由于它们在 RMS 中占的比重大, 当 RMS 出现极小值时, 亦是简正波分解误差最小时刻。

四、短垂直阵定位性能

声源定位的匹配场处理 (MFP) 和匹配简正波处理 (MMP) 中, 人们都用声源距离和深度构成的模糊表面上的峰值来判定实际声源的位置。声源定位的数学表达式为,

$$F^{MFP} = \left| \sum_{n=1}^M \tilde{P}_n^* P_n \right|^2 \quad (11)$$

$$F^{MMP} = \left| \sum_{m=1}^M \tilde{S}_m^* A_m \right|^2 \quad (12)$$

(11) 和 (12) 式中, P_n 和 A_m 为实际声源激发的声场在第 n 个水听器的测量值和经过 (1) 式迭代分解的第 m 阶简正波幅度, $\tilde{P}_n$ 和 $\tilde{S}_m$ 是假定声源位置的计算声场第 n 个水听器的声压和第 m 阶简正波幅度。当实际声源与假定声源位置一致时, 上述两式测量场和计算场的相关输出最大, 并在模糊表面上出现最大峰值。于是, 判定垂直阵声源定位性能的参数是模糊表面上的最大峰值 $P_{\max}$ 与次最大峰值 $P_{2\max}$, 或与模糊平面其它峰值平均峰高之比, 分别用参数 PBR 和 $PABR$ 表示,

$$PBR = 10 \log \left(\frac{P_{\max}}{P_{2\max}} \right) \quad PABR = 10 \log \left(\frac{P_{\max} - \mu}{\mu} \right) \quad (13)$$

其中 μ 为模糊表面平均峰值, 相当于平均背景水平。由于 r 和 z 方向的分辨率影响, 实际计算 μ 时应扣除最大峰值周围的峰值。

除了参数 PBR 和 $PABR$ 以外, 我们要计算归一的 F^{MFP} 或归一的 F^{MMP} 值给出声源定位性能, 对于后者定义简正波相关系数 C ,

$$C = \frac{\left| \sum_{m=1}^M \tilde{S}_m^* A_m \right|^2}{\left[\sum_{m=1}^M |\tilde{S}_m|^2 \right] \left[\sum_{m=1}^M |A_m|^2 \right]} \quad (14)$$

我们注意到, 简正波分解误差越小, 简正波相关系数越大。当相关系数等于 1 时, 说明简正波已被完全分解。简正波相关系数通常同时度量简正波的幅度和相位误差, 它是与声源定位性能参数 PBR 和 $PABR$ 相关联的。利用 (13) 式和 (14) 式, 我们可以比较短阵在简正波分解前后的声源定位性能。

五、数值模拟研究

我们选用一个与距离无关的浅海环境, 通过数值模拟讨论三类垂直阵的简正波分解和声源定位性能。浅海声环境如图 1 所示^[10], 在浅海 120 m 水层的下面是层厚为 180 m 的淤泥沉积层, 而沉积层下面是刚性海底, 它们的声学参数列于图 1 中。声源频率为 110 Hz, 声源深度为 80 m,

离接收阵的水平距离为 5000 m。我们用 MOATL 程序计算声场的简正波^[13], 最大简正波阶数是 32。各阶简正波幅度理论值与最大能量简正波(l 阶简正波) 的关系见图 2。

选择短阵、稀阵和短稀阵三种垂直阵型。短阵是阵元数为 32, 阵长约为水层深度 H 的一半或四分之一, 稀阵是阵元数小于 32, 阵长等于 H , 而短稀阵介于二者之间。三种阵型的参数见表 1, 其中阵深度是垂直阵最上端水听器离海面的距离。

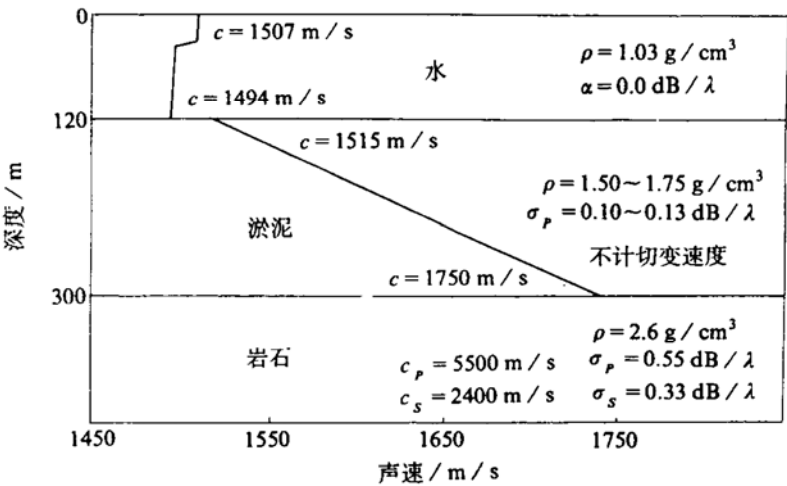
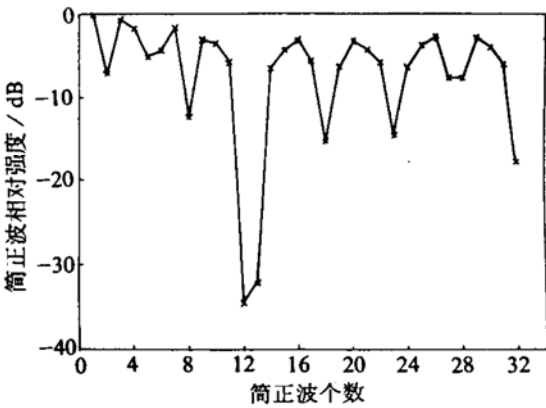


图 1 浅海声场环境示意图

表 1 短阵、稀阵和短稀阵三类垂直阵结构参数

垂直阵型	阵长 (m)	水听器个数	水听器间隔 (m)	阵深度 (m)
VSH1 短阵	63	32	2	36
VSH2 短阵	31	32	2	36
*VSP1 稀阵	120	61	2	1
*VSP2 稀阵	120	31	4	1
VSP3 稀阵	119	28	7	1
VSP4 稀阵	117	14	9	1
VSS1 短稀阵	75	26	3	36
VSS2 短稀阵	50	26	2	36
VSS3 短稀阵	68	18	4	36
VSS4 短稀阵	51	18	3	36
VSS5 短稀阵	34	18	2	36

* 为了与 VSP3 和 VSP4 对比, 称它们为稀阵



(声源深度 80 m, 距离 5000 m)

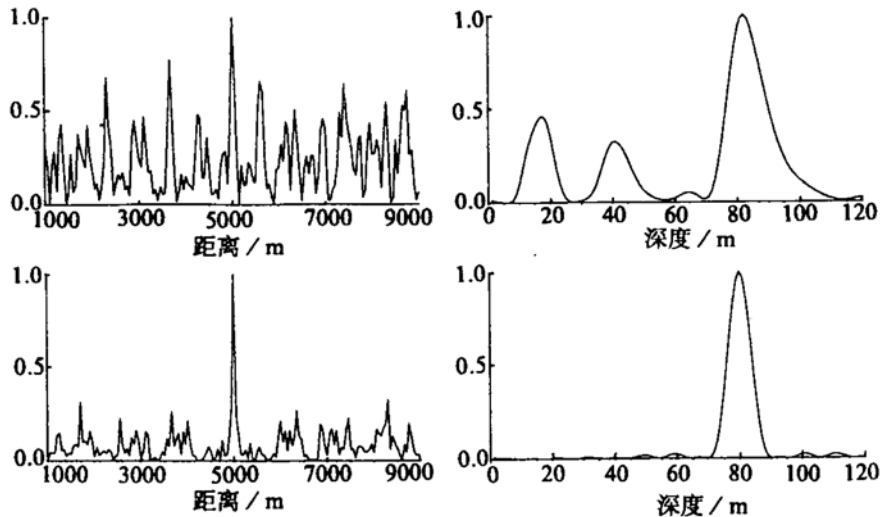
图 2 计算的简正波幅度理论值

1. 短垂直阵

如果短阵的简正波幅度矢量不作进一步处理, 垂直阵水听器接收到的声信号按 (2) 式计算得到简正波幅度矢量值, 即 $A^{(1)}$ 。我们知道该值也是 MFP 处理器用简正波空间方式表示的 A 值, 与短阵简正波分解迭代后结果 $A^{(2*)}$ 比较, 两者经过 (12) 式运算, 相当于 MFP 和 MMP 两种处理方法声源定位性能的比较。表 2 列出短阵 VSH1 和 VSH2 两种阵结构的声源距离、深度、模糊表面的简正波相关系数 C , 以及简正波分解均方根误差 RMS 。简正波分解前后的声源匹配定位结果见图 3 和图 4 (为了便于对比, 深度函数和距离函数已作归一, 下同)。

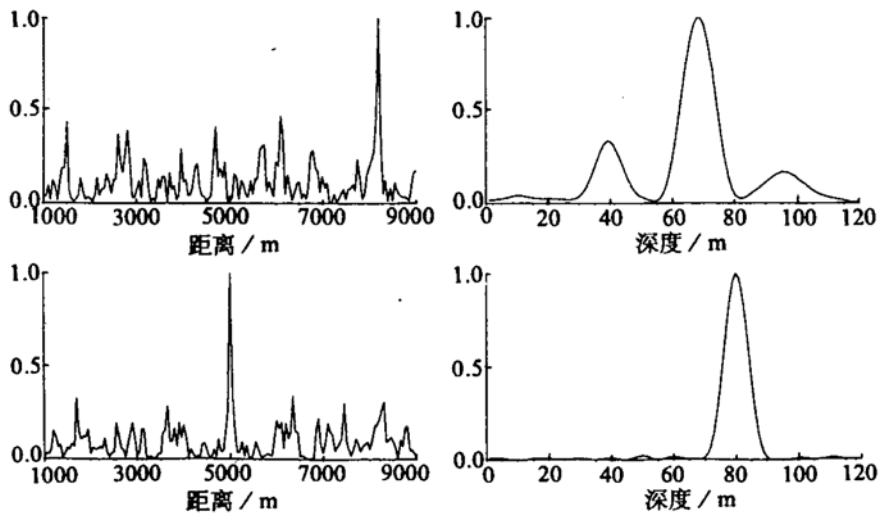
表 2 VSH1 和 VSH2 短阵的 MMP 声源定位数值模拟计算

阵型	处理	距离 (m)	深度 (m)	相关系数 C	$RMS \times 10^{-4}$
VSH1	迭代前	5000	82	0.320	4.140
	迭代后	5000	80	0.940	1.215
VSH2	迭代前	8200	68	定位有误	4.582
	迭代后	5000	80	0.891	1.634



(右): 深度函数 迭代前 82 m(上) 迭代后 80 m(下)
(左): 距离函数 迭代前 5000 m(上) 迭代后 5000 m(下)

图 3 VSH1 短阵 MMP 声源定位图



(右): 深度函数 迭代前 68 m(上) 迭代后 80 m(下)
(左): 距离函数 迭代前 8200 m(上) 迭代后 5000 m(下)

图 4 VSH2 短阵 MMP 声源定位图

由于垂直阵长覆盖不了全部水层(短阵),水听器个数少于声场简正波阶数(稀阵或短稀阵),在简正波分解过程中,不能做到声源激发的全部简正波幅度收敛到声场简正波理论值,最终导致(1)式出现发散现象。尽管如此,在简正波分解迭代运算发散之前,简正波分解仍是得到改善的。图

5 给出 VSH1 和 VSH2 短阵的简正波分解均方根误差 RMS 随迭代次数 2 的 k 次幂的变化。显然, RMS 极小处, 分解的简正波总体效果达到准最佳状态。事实上, 此时能量较大的低阶简正波分解已趋稳定, 与分解前简正波幅度初值 $A^{(1)}$ 相比, 不仅提高了简正波幅度的精度, 用它进行匹配简正波处理的声源定位性能得到极大的改善, 并有效地抑止了旁瓣。图 3 和图 4 声源距离函数和深度函数曲线充分证明了这点。而图 6 是 VSH1 短阵用参数 PBR 和 $PABR$ 表示的声源定位性能, 声源深度 80 m , 距离从 1000 m 变化到 10000 m , 其中 a 表示迭代前, b 表示迭代后。从图中可以看出, 短阵经简正波分解迭代处理后, PAR 和 $PABR$ 平均值分别为 4 dB 和 12 dB , 声源的距离和深度定位正确; 而虚线给出简正波分解前声源定位的 PAR 和 $PABR$ 均不是正确声源位置的计算值。

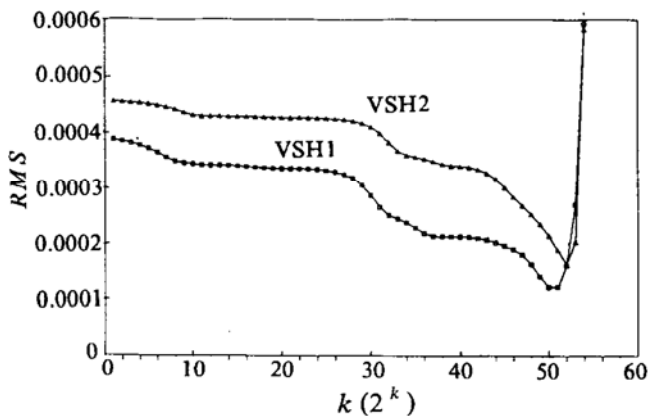


图 5 VSH1 和 VSH2 短阵的 RMS 值变化图

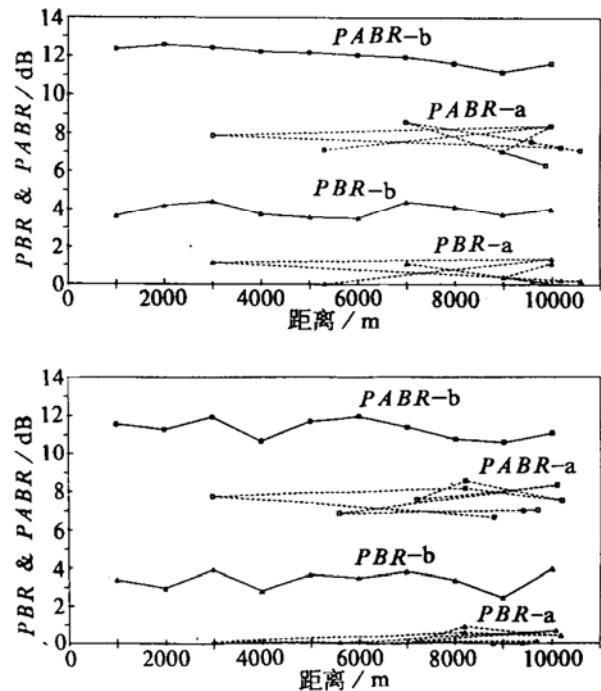


图 6 VSH1 和 VSH2 短阵的声源定位性能图

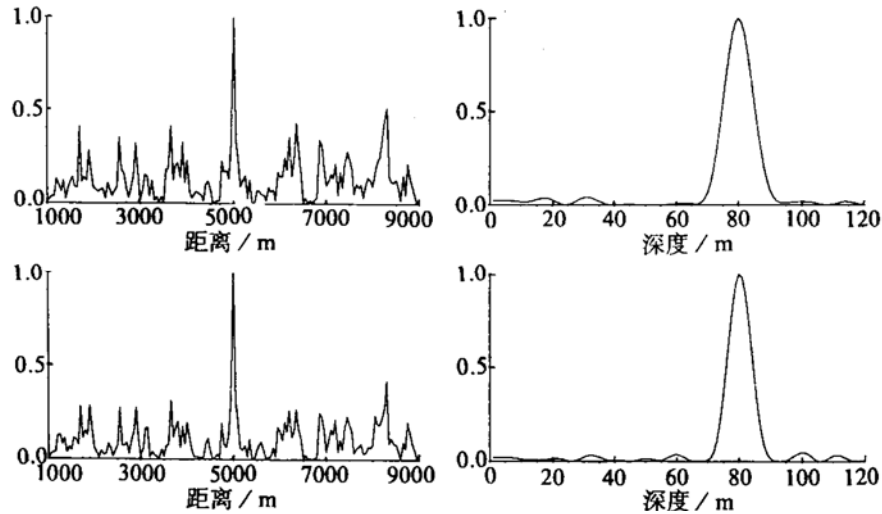
2. 稀垂直阵

简正波分解迭代方法 (1) 式也适用于稀阵元垂直阵, 表 3 给出 VSP1 至 VSP4 四种不同阵参数的数值模拟结果。由于图 1 是最典型的夏季海水温度跃变的声速剖面, 声线向海底弯曲, 并与海底沉积层相互作用, 部分简正波能量留在沉积层内, 即使 VSP1 有 61 个水听器覆盖全部水层

表 3 四种稀垂直阵的 MMP 声源定位数值模拟计算

阵型	处理	距离 (m)	深度 (m)	相关系数 C	$RMS \times 10^{-4}$
VSP1	迭代前	5000	80	0.653	2.960
	迭代后	5000	80	0.987	0.557
VSP2	迭代前	8200	80	0.649	2.921
	迭代后	5000	80	0.920	1.369
VSP3	迭代前	5000	80	0.663	2.866
	迭代后	5000	80	0.799	2.210
VSP4	迭代前	5000	81	0.644	2.956
	迭代后	5000	80	0.665	2.822

深度, 简正波相关系数从 0.653 提高到 0.987, 仍不能达到最佳值 1.000。我们知道, 在本文声场环境模型限制下, 声源频率 110 Hz 激发的最大简正波阶数为 32, 故 VSP3 和 VSP4 阵是稀阵元垂直阵, VSP1 和 VSP2 阵的数据仅供对比时参考。从阵元间隔要求看, VSP3 阵的水听器间距是声源频率半波长的极限值, 简正波迭代处理后定位性能提高 14%, 而 VSP4 阵的改善几乎为 0, 这种结果是在情理之中的。图 7 是 VSP3 稀阵的声源定位性能, PBR 和 $PABR$ 参数在简正波分解迭代后的改善仅 1 dB ~ 2 dB。



(右): 深度函数 迭代前 80 m(上) 迭代后 80 m(下)

(左): 距离函数 迭代前 5000 m(上) 迭代后 5000 m(下)

图 7 VSP3 稀阵 MMP 声源定位图

3. 短稀垂直阵

我们将短稀阵单独算作一类阵型是为了与前二种阵型区分开。表 4 是 VSS1 至 VSS5 阵的数值模拟结果。表 4 数据表明, 当我们采用这种阵结构时, 如果不对简正波幅度初值处理, 它们是无法进行 MFP 和 MMP 声源正确定位的。而迭代处理后, MMP 声源定位与实际声源位置一致。另外, 阵元数越少, 阵长越短, 声源定位性能明显下降, 图 8 给出五种短稀阵的声源定位性能变化图。图 9 为 VSS5 短稀阵 MMP 声源定位结果。值得注意的是, VSS5 阵长为 34 m, 阵元数仅 18 个, 迭代运算后的简正波相关系数仍在 0.7 左右。正如本文开始阐述的那样, 短稀阵不仅降低了阵长和阵元数的要求, 而且又能适应不同海区深度变化的要求, 它是声源被动定位工程实现中可选择的理想阵型。

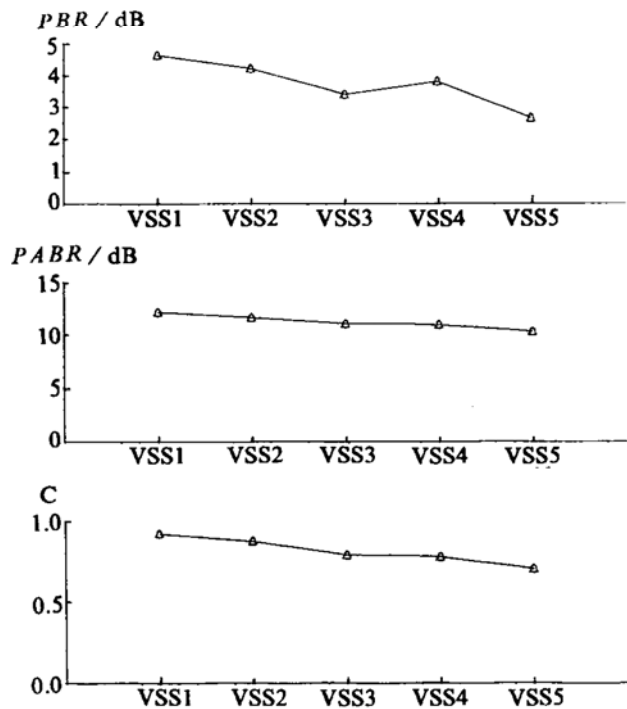
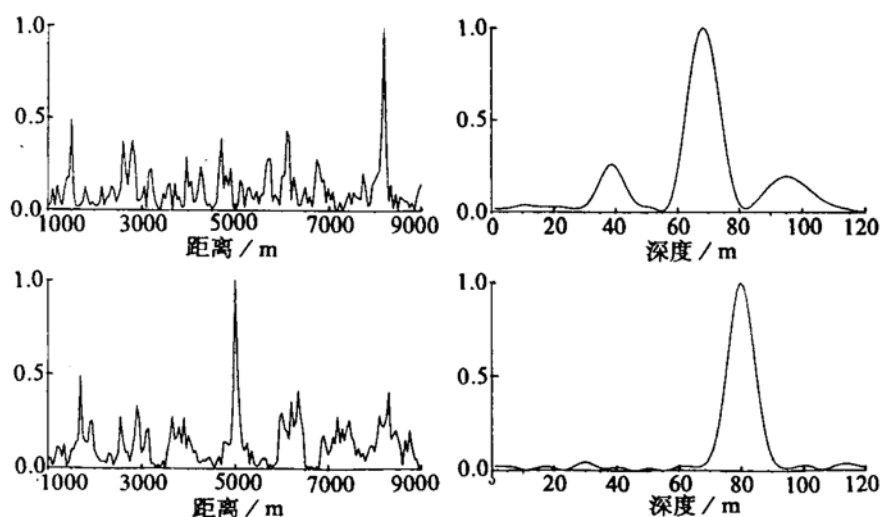


图 8 五种短稀阵的声源定位性能比较



(右): 深度函数 迭代前 68 m(上) 迭代后 80 m(下)
(左): 距离函数 迭代前 8200 m(上) 迭代后 5000 m(下)

图 9 VSS5 短稀阵 MMP 声源定位图

表 4 五种短稀阵的 MMP 声源定位数值模拟计算

阵型	处理	距离 (m)	深度 (m)	相关系数 C	$RMS \times 10^{-4}$
VSS1	迭代前	5300	73	定位有误	4.012
	迭代后	5000	80	0.918	1.411
VSS2	迭代前	7750	115	定位有误	4.427
	迭代后	5000	80	0.871	1.777
VSS3	迭代前	5300	73	定位有误	4.071
	迭代后	5000	80	0.787	2.277
VSS4	迭代前	7750	115	定位有误	4.374
	迭代后	5000	80	0.775	2.342
VSS5	迭代前	8200	68	定位有误	4.564
	迭代后	5000	80	0.698	2.708

六、小 结

本文采用典型夏季海水温度跃变的声速剖面, 讨论了短阵、稀阵和短稀阵三类垂直阵的声源定位性能。若声源定位用 MMP 方法, 那么最关键问题是阵对声场简正波的分解精度。由于阵长短、阵元数少, 阵对简正波空间采样能力总是不足的。我们利用声场简正波理论, 将垂直阵水听器接收到的声信号延拓到垂直阵以外的水层, 同时在阵元间内插, 相当于增加阵长、增加水听器个数。尽管图 1 声速跃变的剖面对垂直阵声源定位极为不利, 但经过简正波分解迭代处理后, 声源距离和深度定位精度有了明显的提高, 而且旁瓣受到有效的抑止。

我们采用的简正波分解方法是一个逐次迭代过程, 各阶简正波幅度的精度不断提高, 最终达到等于或接近于声场简正波幅度理论值。另一方面, 短阵或稀阵会引起简正波分解迭代运算的发散, 简正波分解均方根误差 RMS 作为判定迭代次数的依据是十分有效的参数。

短稀阵不仅缩短阵长、减少阵元数, 而且能适应不同海区深度变化的要求, 它是在声源被动定位工程实现中可选择的有效阵型。

参 考 文 献

- [1] Bucker H P. Use of calculated sound fields and matched-field detection locate sound sources in shallow water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1976; **59**: 368-373
- [2] Klemm R. Range and depth estimation by a line array in shallow water. *Signal Process*, 1981; **3**: 333-344
- [3] Peter M B and Dicus R L, Fizell R G. Simulation of matched-field processing in a deep-water, pacific environment. *IEEE J. Ocean. Eng.*, 1987; **OE-12**: 173-181
- [4] Gingras D F. Methods for predicting the sensitivity of matched-field processor to mismatch. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1989; **86**: 1940-1949
- [5] Hamson R M and Heitmeyer R M. Environmental and system effects on source localization in shallow water by the matched-field processing of a vertical array. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1989; **86**: 1950-1959
- [6] SHANG E C. Source depth estimation in waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1985; **78**: 172-175
- [7] SHANG E C. An efficient high-resolution method of source localization processing in mode space. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1989; **86**: 1960-1964
- [8] YANG T C. A method of range and depth estimation by modal decomposition. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1987; **82**: 1736-1745
- [9] YANG T C. Effectiveness of mode filtering: A comparison of matched-field and matched-mode processing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1990; **87**: 2072-2084
- [10] Bogart C W and YANG T C. Source localization with horizontal arrays in shallow water: Spatial sampling and effective aperture. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1994; **96**: 1677-1786
- [11] 高天赋、陈耀明、杨怡青. 短垂直阵简正波匹配的声源定位. 声学学报待发表
- [12] 杨怡青. 短垂直阵简正波分解新方法的研究及其在声源定位中的应用. 声学所硕士论文, 1994 年 7 月
- [13] Miller J F and Wolf S N. NRL Report. 1980; 8429