

斜槽式纵 - 扭复合模式压电超声 换能器的研究

林书玉

(陕西师范大学应用声学研究所 西安 710062)

1997 年 5 月 26 日收到

1997 年 11 月 24 日定稿

摘要 对斜槽式纵 - 扭复合振动模式压电超声换能器进行了理论及实验研究。推出了换能器的机电等效电路, 探讨了槽的倾斜程度对复合超声换能器的共振频率的影响。实验表明, 理论预测频率与实测频率基本一致。

PACS 数: 43.35, 43.88

Study on the longitudinal-torsional composite transducer with slanting slots

LIN Shuyu

(Applied Acoustics Institute, Shaanxi Teachers University Xian 710062)

Received May 26, 1997

Revised Nov. 24, 1997

Abstract The longitudinal-torsional composite transducer with slanting slots was studied. The equivalent circuit for the vibrational system was derived. The effect of the slanting angle of the slots on the resonance frequency of the vibrational system was analyzed. It is concluded that when the slanting angle of the slots was increased, the resonance frequency was decreased. Experimental results show that the measured frequencies are in good agreement with the predicted results.

引言

随着科学技术的飞速发展, 一些传统的功率超声技术, 例如超声焊接、超声加工以及超声疲劳试验等, 得到了越来越广泛的应用。与此同时, 一些新的超声应用技术, 例如超声马达、超声宝石加工等, 也因为其广泛的应用前景而受到了人们的普遍重视。与超声技术的飞速发展相适应, 作为超声设备的核心部分, 即超声换能器, 也成为人们普遍关注的重点研究对象。一些新型的超声换能器振动系统, 如弯曲、扭转以及纵 - 扭和纵 - 弯复合振动模式超声换能器, 成了超声研究者们研究的重点课题之一。与传统的纵向振动超声换能器的振动产生方式不同, 扭转及纵 - 扭复合

振动模式超声换能器中扭转振动的产生可由两种方式来实现。一种是通过振动模式的转换^[1]，另一种是通过切向极化的压电陶瓷晶堆^[2]。在第一种方法中，传统的振动模式转换的方法包括利用两个纵向换能器在一个传振杆的两侧形成推挽式的振动，而在传振杆中产生扭转振动。对于这种方法，振动系统的功率可以很大，但纵向与扭转振动之间的转换效率不高，而且系统的体积较大。另一种利用模式转换产生扭转振动的方法是通过在纵向振动换能器的输出端连接一个类似机械加工钻头的麻花形传振杆。由于传振杆的形状复杂，因此，此类振动系统的理论设计及计算相当复杂，不利于一般的工程设计及应用。对于由切向极化晶堆产生的扭转振动，其理论设计基本成熟，但由于切向极化压电晶片的制作工艺复杂，尤其是扇形晶片的切向极化，当尺寸较大时，会出现许多问题，诸如电击穿及极化不完全等。因此尽管此类换能器的结构较简单，但功率容量不大，在目前的陶瓷生产工艺水平下，很难研制大功率高性能的扭转振动换能器。为了解决上述问题，文献 [3] 提出了一种用于超声马达的斜槽式纵 - 扭复合模式超声换能器。但关于此类换能器的理论计算及设计，尚缺乏系统的理论探讨。本文从纵 - 扭振动模式相互转换的原理出发，从理论上导出了此类复合振动模式超声换能器的机电等效电路，并探讨了斜槽的倾斜程度对换能器共振频率的影响。

1 斜槽式纵 - 扭复合模式超声换能器的等效电路

图 1 为一斜槽式纵 - 扭复合模式超声换能器的几何示意图，第一部分表示纵向振动夹心式压

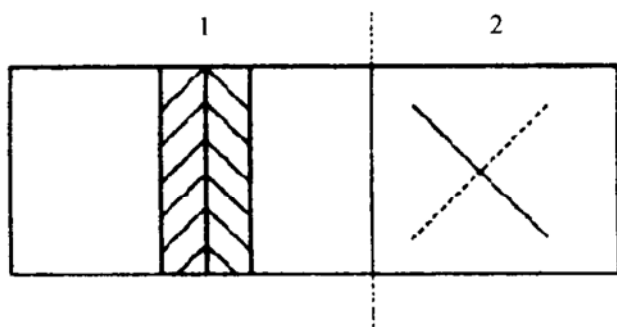


图 1 斜槽式纵 - 扭复合振动模式超声换能器的几何示意图

电超声换能器 (1)，第二部分为斜槽式传振杆 (2)。由于斜槽的作用，在传振杆中部分纵向振动将转换为扭转振动，因而在其输出端就会产生纵向及扭转两种振动的分量。很显然斜槽的几何尺寸、形状以及倾斜程度将会对系统的振动性能产生一定的影响。根据换能器的传统设计理论，上述振动系统可以按照两种方法进行设计。一种是将第一部分及第二部分分别设计成半波长结构，整个系统为一个全波长结构。另一种方法是将整个振动系统设计成一个半波长结构，其中第一部分为四分之一波长换能器，而第二部分则为一个四分之一波长传振杆。本文采用第一种结构，即半波长换能器与半波长斜槽式传振杆组成一个纵 - 扭复合超声振动系统。图 2 为整个振动系统的第二部分，即斜槽式纵 - 扭复合振动模式传振杆的几何示意图。图中传振杆为一个一定厚度的圆筒，其内外半径分别为 R_1 和 R_2 ， θ 为斜槽与传振杆轴线之间的夹角，斜槽前面圆筒部分的长度为 L_1 ，其余部分的长度为 L_2 ，由于扭转振动的产生是通过斜槽的作用，因此可以认为圆筒中长为 L_1 的部分中没有扭转振动，而圆筒的其余部分中则不仅有纵向振动而且还有扭转振动。另外，为了简化分析，假定斜槽为一理想的几何线段，即槽的宽度为无限小。因此，斜槽的出现，对振动物体的质量没有什么影响，它仅仅起到了一个把传振杆中的纵向振动转变为扭转振动的作用。图中虚线为纵向振动传振杆部分与复合振动模式传振杆部分之间的分界面。在分界面 AB 左面，传振杆中的作用力为纵向力 F ，由于斜槽的出现，在分界面的右边，纵向力 F 将分解为两部分，即纵向力分量 F_1 及切向力分量 F_t ，其中纵向力分量沿着传振杆的轴线方向；关于切向力分量，在

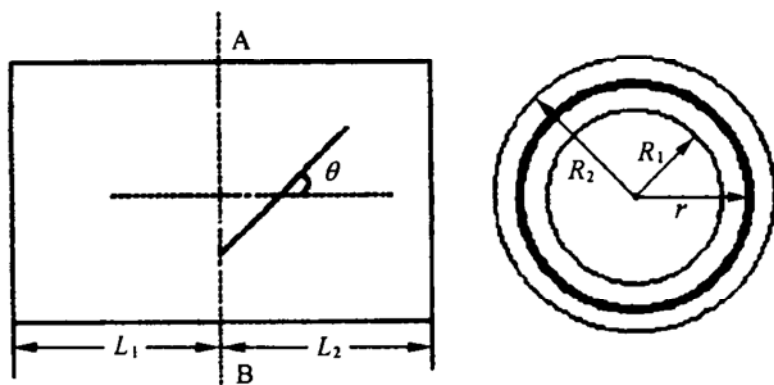


图2 斜槽式纵-扭复合振动模式传振杆的几何示意图

截面上任一点的切向力分量垂直于半径的方向, 由切向力产生的总力矩是所有切向力在整个截面上的扭矩的积分。由图2, 这两个力分量的大小可由下式给出:

$$F_1 = F \cos(\theta) \quad (1)$$

$$F_t = F \sin(\theta) \quad (2)$$

根据振动系统的纵向振动及扭转振动理论, 纵向力将使系统产生纵向振动, 而切向力将使传振杆产生扭转振动。由切向分力在分界面处产生的扭矩可由下式给出:

$$M = \iint_s r f ds \quad (3)$$

式中 $s = \pi(R_2^2 - R_1^2)$ 为圆筒的横截面积, r 为圆筒内任意位置处的截面半径, f 为分界面上单位面积上的切向力, $ds = 2\pi r dr$ 为半径 r 处的微分元面积。由上面的分析可得单位面积上的切向力为:

$$f = \frac{F \sin(\theta)}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} \quad (4)$$

把(4)式代入(3)式积分后得

$$M = F \sin(\theta) \frac{2(R_2^3 - R_1^3)}{3(R_2^2 - R_1^2)} \quad (5)$$

由上述分析可见, 由于斜槽的存在, 除了纵向振动以外, 在传振杆中还产生了扭转振动, 即传振杆中的振动为纵-扭复合振动。根据传振杆的振动传播及传输线理论, 可得出复合振动传振杆的传输线等效电路如图3所示。

图中 F_1 及 v_1 为传振杆输入端的纵向力及纵向振速, F_{21} 及 v_{21} 为分界面处纵振动分量的纵向力及振速, F_{22} 及 v_{22} 为传振杆输出端的纵向力及振速, M_1 及 $\dot{\phi}_1$ 为分界面处扭转振动的扭矩及角速度, M_2 及 $\dot{\phi}_2$ 为传振杆输出端的扭矩及角速度, n_1 及 n_t 分别为分界面处传振杆中纵向与纵向及纵向与扭转振动之间的机械转换系数。由上述分析, n_1 及 n_t 的表达式为:

$$n_1 = \cos(\theta) \quad (6)$$

$$n_t = \frac{M}{F} = \sin(\theta) \frac{2(R_2^3 - R_1^3)}{3(R_2^2 - R_1^2)} \quad (7)$$

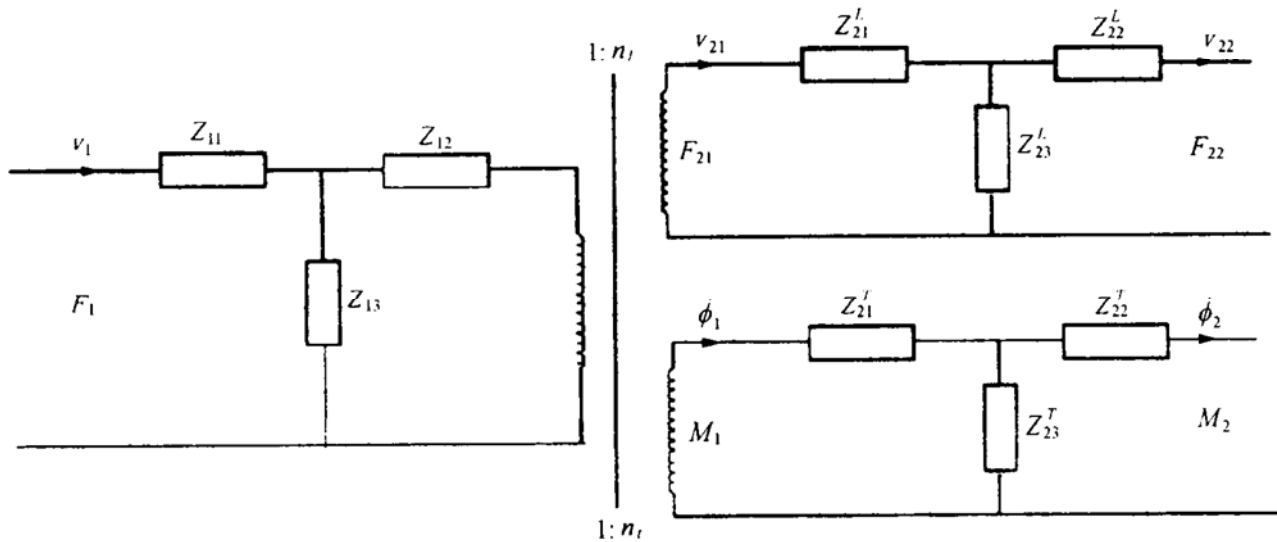


图 3 纵-扭复合振动传振杆的传输线等效电路

另外图中 Z_{11} 、 Z_{12} 、 Z_{13} 、 Z_{21}^1 、 Z_{22}^1 、 Z_{23}^1 、 Z_{21}^t 、 Z_{22}^t 、 Z_{23}^t 分别是传振杆各部分等效网络的各臂阻抗, 其具体表达式为:

$$Z_{11} = Z_{12} = jZ_1 \tan\left(\frac{k_1 L_1}{2}\right) \quad (8)$$

$$Z_{13} = \frac{Z_1}{j \sin(k_1 L_1)} \quad (9)$$

$$Z_{21}^1 = Z_{22}^1 = jZ_2 \tan\left(\frac{k_1 L_2}{2}\right) \quad (10)$$

$$Z_{23}^1 = \frac{Z_2}{j \sin(k_1 L_2)} \quad (11)$$

$$Z_{21}^t = Z_{22}^t = jZ_2^t \tan\left(\frac{k_t L_2}{2}\right) \quad (12)$$

$$Z_{23}^t = \frac{Z_2^t}{j \sin(k_t L_2)} \quad (13)$$

式中 $Z_1 = Z_2 = \rho c_1 S$, $Z_2^t = \rho c_t I_p$, $I_p = (\pi/2)(R_2^4 - R_1^4)$ 为传振杆环形截面的极惯性矩, c_1 及 c_t 分别为传振杆中纵向及扭转振动的传播速度, $c_1 = (E/\rho)^{1/2}$, $c_t = (G/\rho)^{1/2}$, $k_1 = \omega/c_1$, $k_t = \omega/c_t$. 当传振杆处于空载状态时, 其两个输出端皆处于短路状态, 由图 3 可得出纵向及扭转分振动的输入阻抗 Z_i^1 及 Z_i^t 分别为:

$$Z_i^1 = \frac{F_{21}}{v_{21}} = jZ_2 \tan(k_1 L_2) \quad (14)$$

$$Z_i^t = \frac{M_1}{\phi_1} = jZ_2^t \tan(k_t L_2) \quad (15)$$

由此, 图 3 可化成图 4 所示的单一网络的形式。

图中 $Z_1 = Z_i^1/n_1^2$ 为纵向分振动的反映阻抗, $Z_t = Z_i^t/n_t^2$ 为扭转分振动的反映阻抗。由图 4 可得在分界面 AB 处纵向与扭转分振动的合成阻抗, 即传振杆第一部分的负载阻抗 Z_A 为:

$$Z_A = \frac{Z_1 Z_t}{Z_1 + Z_t} \quad (16)$$

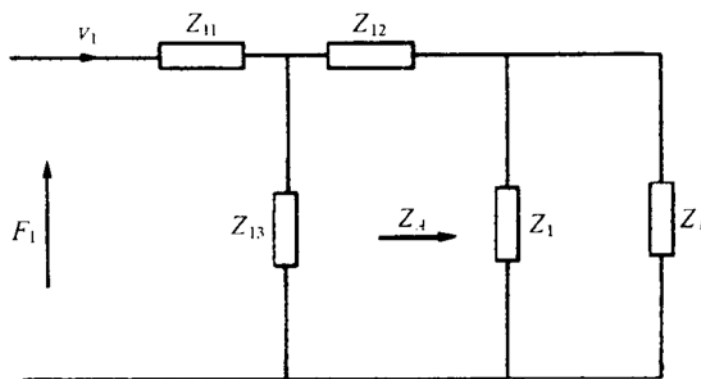


图4 纵-扭复合振动传振杆的简化等效电路

把 Z_1 及 Z_t 的具体表达式代入 (16) 式可得

$$Z_A = j \frac{9(R_2^2 - R_1^2)^2 Z_1 Z_2^t \tan(k_t L_2) \tan(k_1 L_2)}{4Z_1 \sin^2(\theta)(R_2^3 - R_1^3)^2 \tan(k_1 L_2) + 9Z_2^t \cos^2(\theta)(R_2^2 - R_1^2)^2 \tan(k_t L_2)} \quad (17)$$

由此可得传振杆输入端的机械输入阻抗 Z_i 为:

$$Z_i = jZ_1 \tan(k_1 L_1 + \alpha) \quad (18)$$

式中 α 为一个与频率及第二部分形状和尺寸有关的参数, 可由下式决定

$$\tan(\alpha) = \frac{Z_A}{jZ_1} = \frac{9(R_2^2 - R_1^2)^2 Z_2^t \tan(k_t L_2) \tan(k_1 L_2)}{4 \sin^2(\theta)(R_2^3 - R_1^3)^2 Z_1 \tan(k_1 L_2) + 9 \cos^2(\theta)(R_2^2 - R_1^2)^2 Z_2^t \tan(k_t L_2)} \quad (19)$$

由 (18) 式, 根据振动系统理论, 当系统的输入阻抗等于零时, 系统处于共振状态, 由此可得纵-扭复合振动传振杆的共振频率方程为:

$$k_1 L_1 + \alpha = n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

式中 n 为正整数, 表示传振杆不同的振动模式数。当 $n = 1$ 时, 传振杆处于基频共振。

由 (20) 式以及式中各量的具体表达式可以看出, 斜槽式纵-扭复合振动传振杆的共振频率不仅与其材料及几何尺寸有关, 而且还与斜槽的倾斜角度有关, 即传振杆的共振频率随着斜槽的倾斜角度不同而不同。下面将对斜槽的倾斜角度对传振杆共振频率的影响进行研究。

2 纵-扭复合振动传振杆中斜槽的倾斜角度对系统共振频率的影响

由上述分析可以看出, 由于斜槽的存在, 传振杆中出现了扭转振动的分量。很显然, 斜槽的几何尺寸、形状及倾斜角度等将对振动系统的特性产生一定的影响。槽的存在, 使振动系统的振动性能发生了改变, 例如, 系统中由没有槽时的单一纵向振动, 变成了纵-扭两种模式的复合振动。同时也改变了系统的共振频率特性以及系统的能量输出关系。但由于假定槽的宽度无限小, 因此槽的存在不改变系统的原来质量以及系统的形状及尺寸。共振频率是振动系统的一个重要设计参数。以下将对斜槽的倾斜角度对系统共振频率的影响进行研究。由 (20) 式可以看出, 纵-扭复合振动系统的共振频率方程是一个关于系统的材料参数、几何形状、尺寸、倾斜角及频率的超越方程式, 因此不可能得出斜槽的倾斜角与其它参数之间的简单明了的解析表达式。因此在下

面的研究中, 将以斜槽的倾斜角作为参变量, 分析系统的输入阻抗与其频率及尺寸之间的依赖关系, 从而可以明显地看出斜槽的倾斜角度对系统共振频率的影响。为了便于从理论上计算系统的输入阻抗与系统的有关参数之间的依赖关系, 对式中的有关变量做以下的变换。根据材料力学及弹性力学理论, 可以得出材料的杨氏模量与剪切模量之间的关系式:

$$G = \frac{E}{2(1+\sigma)} \quad (21)$$

式中 σ 为材料的泊松系数。由 (21) 式可得:

$$k_t L_2 = \sqrt{2(1+\sigma)} k_1 L_2 \quad (22)$$

把 (22) 式代入系统输入阻抗的表达式 (18), 可知, 当系统使用的材料确定后, 系统的输入阻抗将仅为 $k_1 L_1$ 、 $k_1 L_2$ 及倾斜角 θ 的函数。图 5 为系统的输入阻抗 Z_i 与 $k_1 L_2$ 之间的理论计算曲线, 其中 θ 作为参变量。在图 5 中, 图 5(a) 表示倾斜角度等于零时, 传振杆的归一化输入机械阻抗与相长 $k_1 L_2$ 之间的关系曲线。图 5(b) 中的曲线 1、2、3 分别表示斜槽的倾斜角等于 $\pi/6$ 、 $\pi/4$ 及 $\pi/3$ 时, 系统的归一化输入机械阻抗与相长 $k_1 L_2$ 之间的关系曲线, 其中归一化的输入阻抗及相长皆为无量纲的量。

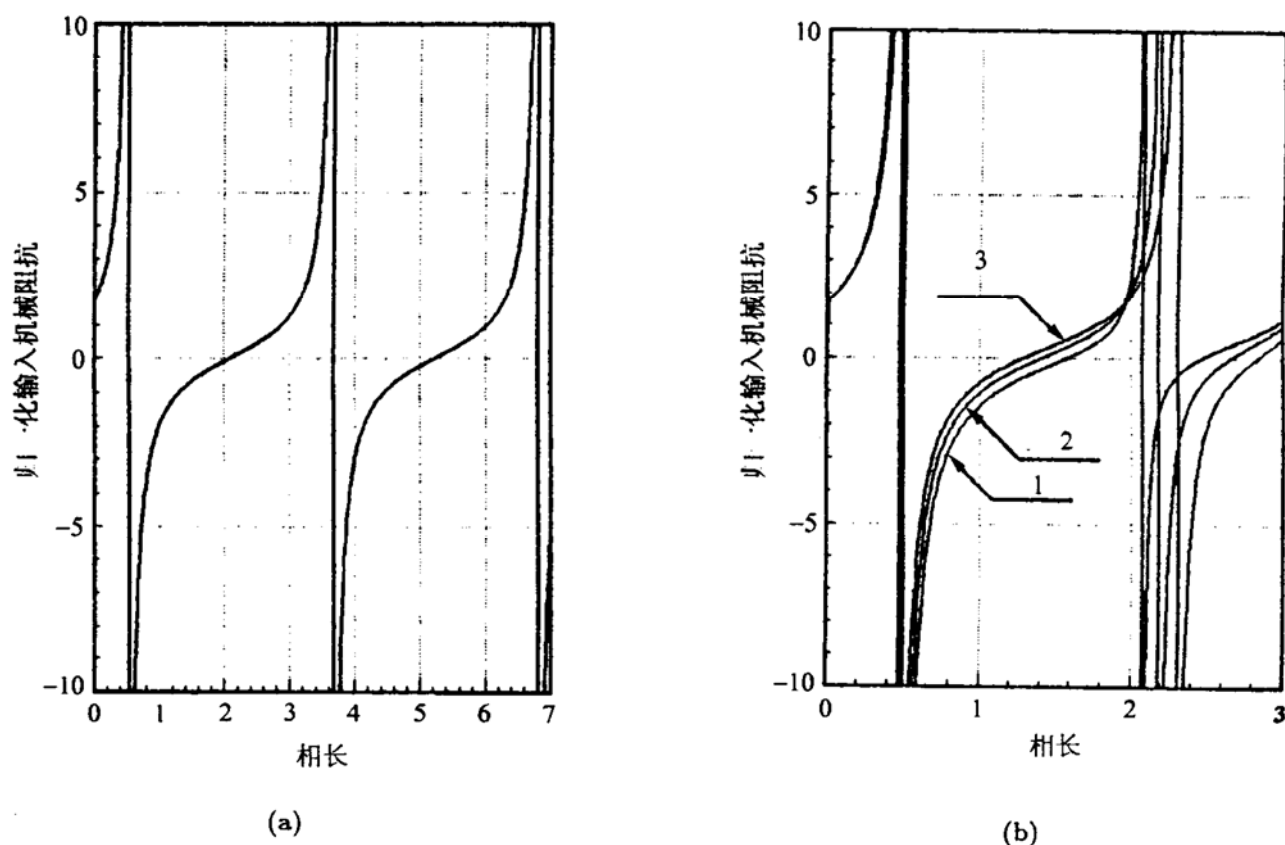


图 5 系统的输入阻抗 Z_i 与 $k_1 L_2$ 之间的理论计算曲线

从图 5 可以看出, 对应斜槽不同的倾斜角, 系统的共振频率不同。随着斜槽倾斜角的增大, 系统的共振频率下降。

3 实验

为了验证文中得出的纵-扭复合振动系统的等效线路理论以及斜槽的倾斜角对系统的共振频率的影响, 加工了四个半波长圆筒式传振杆, 其中一个未开斜槽, 另外三个带有不同倾斜程度的

斜槽。斜槽的长度为 30 mm, 宽度为 5 mm。传振杆的材料为 45 号钢, 其材料参数为: 密度为 7800 kg/m³, 纵向声速为 5000 m/s, 泊松系数为 0.28。对振动系统的共振频率进行了测试。在实验中, 传振杆与一个半波长夹心式功率超声换能器固定在一起, 组成一个全波长振动系统。用传输线法测量系统的共振频率。测试结果见表 1。表中 f_t 为传振杆的理论计算频率, f_m 为半波长换能器与待测传振杆组成的复合系统的测试频率, f_c 为由实验结果计算出的待测传振杆的共振频率, 其计算式为:

$$f_c = \frac{f_m^2}{f_0}$$

(23)

式中 f_0 为半波长换能器的共振频率, 在本文中 $f_0 = 19877$ Hz。式 (23) 也就是复合系统共振频率的近似计算式, 即 $f_m = \sqrt{f_0 f_c}$ 。由实验结果可以看出, 随着斜槽倾斜角的增大, 系统的共振频率降低, 这与理论预测的规律是一致的。另外为了研究斜槽式纵 - 扭复合振动系统的振动性能, 在大功率状态下对上述系统的振动性能进行了一些初步的研究。实验发现, 位于传振杆输出端面上的圆环在系统共振的情况下发生旋转, 这也进一步证实了该系统能够产生纵 - 扭两种振动模式, 其辐射面的质点轨迹为一椭圆形, 可用于超声马达、加工、焊接以及其他技术中。关于频率测量的误差来源, 主要有以下几点。第一, 换能器及变幅杆材料的实际值与标准值 (即计算中采用的数值) 有差异。其次, 在本文的分析中, 把斜槽认为是理想的几何线段, 忽略了其质量的作用, 而质量的改变对系统的频率是有影响的。第三, 为简化分析, 文中忽略了纵向与扭转振动之间的相互作用, 而这种相互作用是客观存在的, 它必将影响系统的性能及频率。由于纵向与扭转振动的相互作用比较复杂, 因此, 这一问题将在以后的工作中加以比较详细及深入的研究。

表 1 纵 - 扭复合振动系统共振频率的测试结果

系统	R_1/mm	R_2/mm	L_1/mm	L_2/mm	θ/radian	f_t/Hz	f_m/Hz	f_c/Hz
1	15	25	75	50	0	20000	19881	19886
2	15	25	75	50	$\pi/6$	18670	18986	18134
3	15	25	75	50	$\pi/4$	17620	18347	16936
4	15	25	75	50	$\pi/3$	16755	17773	15893

4 结论

本文从理论及实验两个方面研究了斜槽式纵 - 扭复合振动系统的一些振动特性。推出了振动系统的等效电路, 探讨了斜槽的倾斜角度对系统的共振频率的影响, 得出了关于倾斜角增大系统的共振频率降低的结论。关于斜槽对复合振动系统其他振动性能的影响, 将在以后的工作中加以探讨。

参 考 文 献

1

Rozenberg L D. Sources of high-intensity ultrasound. Vol.2, Plenum Press, New York, 1969

2

Lin Shuyu. Torsional vibration of coaxially segmented, tangentially polarized piezoelectric ceramic tubes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1996; **99**(6): 3476—3480

3

Tsujino J, Suzuki R, Takeuchi M. Load characteristics of ultrasonic rotary motor using a longitudinal-torsional vibration converter with diagonal slits. *Large torque ultrasonic rotary motor, Ultrasonics*, 1996; **34**(2-5): 265—269