

水中混响的混沌属性分析*

蔡志明 郑兆宁

(海军工程大学电子工程学院 南京 211800)

杨士莪

(哈尔滨工程大学水声研究所 哈尔滨 150001)

2001 年 3 月 1 日收到

2001 年 4 月 24 日定稿

摘要 用非线性动力学的理论方法分析实验水池混响、湖水混响以及海洋混响时间序列,以检验记录的混响过程是否能用低维非线性动力学建模,以及是否存在混沌属性。被分析数据来自不同的地理位置、不同的底质和水文环境,对应不同的声源,有一定的代表性。分析结果表明混响可在低至 4 维的动力学空间中展现不自交的动力学轨道,相近轨道按指数规律扩展或凝聚,其最大 Lyapunov 指数是正的且小于 0.3。这个结果为混响的非线性动力学建模和基于混沌的非线性处理奠定基础。
PACS 数: 43.30

Chaos characteristic analysis of underwater reverberation

CAI Zhiming ZHENG Zhaoning

(College of Electronic Engineering, Navy Engineering University Nanjing 211800)

YANG Shi'e

(Underwater Acoustic Engineering Dept, Harbin Engineering University Harbin 150001)

Received Mar. 1, 2001

Revised Apr. 24, 2001

Abstract Reverberation time series recorded in laboratory cistern, lake field and sea field have been examined by nonlinear dynamical methods, in order to identify chaos characteristic from its random-like waveform and to modeling them by low dimensions nonlinear dynamics. The data we analyzed are related to many geographic locations, bottom types, underwater conditions and transmitted signals. The results indicate that the reverberation can be modeled as 4-dimensions dynamical system with a positive maximum Lyapunov exponent ($0 < \lambda_1 < 0.3$), so it may reveal a new approach based on chaos to process reverberation time series.

引言

混响在水声有源探测中,尤其对近距离隐形目标和海底界面附近目标的有源探测中,是难以克服的主要干扰。迄今为止,准确和普适的混响概率模型尚未建立,因而针对混响的各种统计信号处理效果不明显。近年来,迅速发展的非线性动力学理论和基于混沌的信号处理方法,启发人们在动力学系统状

态空间(相空间)中对水声信号进行非线性分析。相应的概念与方法完全不同于传统的信号统计理论,它以动力学建模取代概率建模,以相空间处理取代时域和频域处理。

动力学建模,就是将被分析信号与某个确定性动力系统联系起来,这个系统的状态演变规则可用非线性常微分方程组描述。信号被描述为非线性确定系统在确定性机制下发生的状态变化的某个观察值。动力系统稳态解(吸引子)如果对初始条件和微

* 国家自然科学基金资助课题

小扰动极端敏感,它在时域上就会表现为貌似随机的杂乱无章和不可长期预测,在频域上表现为连续谱,但是由于系统内在的确定性本质,它在相空间中存在动力学不变特征。稳态解的这种性质就是混沌属性。具有混沌属性的稳态解称为奇异吸引子,而相应的动力系统称为混沌系统。海洋混响的不确定程度比纯粹的随机噪声低得多,其表面上的无序是否掩盖了内在的规律?为此,要分析海洋混响的混沌属性。

Haykin 提出^[1]:从工程的角度看,判断一个观察数据序列是否产生于混沌系统须检验 3 个主要条件:(1)有界性,即吸引子在相空间中随时间的演化轨道是有界的。根据获得数据的有界性,容易验证这一点。(2)确定性,即吸引子维数必须是有限的且至少具有局部(短时)预测性。理论上随机过程只能嵌入无限维相空间。按照目前的计算能力,工程上一般以 10 维为界。10 维以下称为低维,可采用动力系统建模,10 维以上的系统太复杂以至于难以处理,只好借助随机建模。(3)至少存在一个正的 Lyapunov 指数。正的 Lyapunov 指数说明吸引子轨道敏感地依赖于初始值。我们的前期研究工作^[2]表明:单频脉冲激励的混响可以建模为低维动力学系统,可以被短期预测。其相空间维数小于 7,是目前处理能力所能承受的。限于篇幅,本文主要讨论从实际观测序列估算 Lyapunov 指数。对水池混响、湖水混响以及海洋混响的分析结果都证明其最大 Lyapunov 指数是正数,这是混沌属性的最重要表征。

1 由时间序列重构动力学相空间

考虑混响时间序列 $x(n)$, $n = 0, 1, \dots, N$ 。根据 Takens 嵌入定理^[3],只要恰当选择嵌入维 d_e ,则用 $x(n)$ 的一组时延样本构造的矢量演变轨道

$$\mathbf{y}(n) = \{x(n), x(n+\tau), \dots, x(n+(d_e-1)\tau)\}, \quad (1)$$

$$n = 0, 1, \dots, N - (d_e - 1)$$

将与原吸引子轨道在微分同胚意义上等效,从而 $\mathbf{y}(n)$ 与原吸引子轨道有相同的动力学性质。若吸引子维数是 m (可以是分数),则理论上嵌入的充分条件为 $d_e \geq 2m+1$ 。某些情况下, $m \leq d_e \leq 2m+1$ 仍可保持微分同胚映射关系。工程上用假最近邻点统计法估计 d_e 。在 d 维重构相空间中搜寻并计算 $\mathbf{y}(n)$ 与其最近邻点 $\mathbf{y}^{NN}(n)$ 之间的欧氏距离

$$R_d(n) = \sqrt{\sum_{i=1}^{d-1} [x(n+i\tau) - x^{NN}(n+i\tau)]^2} \quad (2)$$

将扩大一维后的相空间中这两点距离 $R_{d+1}(n)$ 与 $R_d(n)$ 及吸引子平均尺度进行比较,可以鉴别出 $\mathbf{y}^{NN}(n)$ 是否因太小的嵌入维数而导致的假最近邻点。令 d 从小到大递增,对轨道上所有的 n 统计假最近邻点数的变化。使轨道不自交(一般认为假最近邻点数少于 1% 时^[4])的 d 即是 d_e 。对于非有限维确定性模型,如随机过程,无论 d 多大都无法使轨道不自交。时延 τ 由两个观测 $x(n)$ 和 $x(n+\tau)$ 之间的平均互信息的第一个最小值决定^[4]。平均互信息定义为:

$$I(\tau) = \sum_{x(n)} \sum_{x(n+\tau)} P(x(n), x(n+\tau)) \cdot \log \frac{P(x(n), x(n+\tau))}{P(x(n))P(x(n+\tau))}. \quad (3)$$

它是两个观测的一般(线性和非线性)关联程度的度量。式中, $P(\cdot)$ 表示一维概率密度估计, $P(\cdot, \cdot)$ 表示二维概率密度估计。运用我们设计的快速算法,对在高传播水池、吉林松花湖和浙江象山海域获取的单频脉冲混响进行动力学相空间重构分析,主要参量的估算结果基本一致。嵌入维 d_e 为 4,混噪比较低时可增大到 5 或 6。嵌入时延 τ 依采样率比信号频率高出的倍数而定:倍数在 4 以下时 τ 取 1;以 4 为基数,倍数每增大 4, τ 基本上要加 1。以上是根据目前多样化数据进行分析所得到的较为一致的结果,它表明混响可以嵌入低维相空间,也预示着混响的内在确定性因素。嵌入维和时延也是估算最大 Lyapunov 指数所需的基本参量。

2 由时间序列估计动力学系统最大 Lyapunov 指数

考虑混沌系统相空间中的一个直径为 $r(0)$ 的 d 维无限小球。小球中的每一点看成是某一轨道的初始点。由于混沌轨道对初值的敏感性,经过 t 时间演化后, d 维小球将演变成 d 维小椭球。全局 Lyapunov 指数谱定义为:

$$\lambda_i \triangleq \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{t} \lg_2 \frac{r_i(t)}{r(0)} \right), \quad i = 1, 2, \dots, d \quad (4)$$

式中, $r_i(t)$ 是椭球的第 i 主轴长度。最长主轴代表着最不稳定方向,相应的 λ_1 称为最大 Lyapunov 指数。 $0 < \lambda_i < \infty$ 表示相邻轨道平均以 $2^{\lambda_i t}$ 规律分离,对应混沌运动; $\lambda_i < 0$ 表示以指数规律敛聚,对应稳定点; $\lambda_i = 0$ 对应稳定极限环;而 $\lambda_i = \infty$ 对应噪声运

动。计算 Lyapunov 指数谱 $\lambda_i (i = 1, 2, \dots, d)$ 是相当困难的, 但计算 λ_1 相对容易, 而且只要 $0 < \lambda_1 < \infty$ 成立即能确认动力学系统是混沌的。Wolf 提出从实验数据估计 λ_1 的轨道跟踪法^[5], 是基于如下的事实: 混沌系统相空间中的任何扰动矢量, 经一定时间演变后将最终取与最大 Lyapunov 指数所对应特征向量相一致的方向。于是有:

$$\lambda_1 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \lg_2 \frac{\|DF^L \mathbf{u}_0\|}{\|\mathbf{u}_0\|} \cong \frac{\sum_{k=0}^{M-1} \lg_2 \frac{\|DF^{L_k} \mathbf{u}_k\|}{\|\mathbf{u}_k\|}}{\sum_{k=0}^{M-1} L_k} \quad (5)$$

式中, $\mathbf{u}_0$ 是重构相空间中任取的最小矢量, DF^L 表示 L 步演化算子。为满足定义所规定的“小椭圆”条件, 演化过程被分为 M 段, 即全局 Lyapunov 指数由 M 个局部 Lyapunov 指数累计而得。每段起始矢量 $\mathbf{u}_k (k = 1, 2, \dots, M-1)$ 取为与 $DF^{L_{k-1}} \mathbf{u}_{k-1}$ 方向最接近的最小矢量, 如此可保证在不同段内跟踪同一椭圆轴向矢量的连续演变。每段演化步数 L_k 取决于 $\mathbf{u}_k$ 增长速度, 一般要求限制 $\|DF^{L_k} \mathbf{u}_k\|$ 小于某门限, 如吸引子尺度的 10%。

Wolf 算法的基本条件是假设混沌系统已经存在, 因此它对源自未知系统的实验数据不总能得到信服的结果。尤其当数据受到噪声污染时, 因受“小椭圆”的局限, 算法无法提取噪声造成的快速扩展特征, 反而突出了偏小甚至是负的轨道扩展特征, 从而导致错误结果。Kanze(1994) 和 Rosenstein 等人(1993) 提出一种通过统计重构相空间中近邻轨道的演变过程来估算相邻轨道间距的指数变化规律的新思路^[6], 这种统计检验对任何未知系统都是有效的。据此思想我们设计如下的统计平均式:

$$S(n) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \lg_2 \left(\frac{1}{|\Psi(\mathbf{u}_m)|} \cdot \sum_{\substack{\mathbf{u}_m^{NN} \in \Psi(\mathbf{u}_m) \\ n=1, 2, \dots, N}} \|DF^n \mathbf{u}_m^{NN} - DF^n \mathbf{u}_m\| \right) \quad (6)$$

这里, $\mathbf{u}_m$ 是重构相空间中的任意取点, 总共设有 M 个。近邻域 $\Psi(\mathbf{u}_m)$ 是 $\mathbf{u}_m$ 的近邻点集合 $\{\mathbf{u}_m^{NN} | \varepsilon > \|\mathbf{u}_m^{NN} - \mathbf{u}_m\|\}$, ε 为指定的最大近邻点间距。 $|\Psi(\mathbf{u}_m)|$ 是近邻点集合大小的尺度, 可用近邻点数作为其估计。 $S(n)$ 表征近邻轨道间距随时间或演化步数 n 的平均对数演变, 因此 $S(n) \sim n$ 曲线的线性段表示轨道按指数率扩展或敛聚, 线性段的斜率对应最大 Lyapunov 指数。

基于 Wolf 和 Kanze 的两种快速算法已用软件实现。用 Henon 吸引子、Lorenze 吸引子和 Rossler 吸引子等标准混沌信号以及随机噪声和非混沌有规信号对算法进行检验, 其最大 Lyapunov 指数的估计结果与理论值吻合。图 1 是干净 Henon 序列及其受不同强度的噪声污染情况下的 $S(n) \sim n$ 曲线, 图 2 是 20 dB 信噪比下以不同 ε 为参量算出的 $S(n) \sim n$ 曲线。无噪声情况下由其起始线性段的斜率估计 $\lambda_1 = 0.600(\text{bits/iter})$, 非均匀步长的轨道跟踪法估计 $\lambda_1 = 0.598(\text{bits/iter.})$, 而 Henon 的最大 Lyapunov 指数理论值为 $0.603(\text{bits/iter.})$ 。表 1 列出各种信噪比下两种算法对 λ_1 的估算结果。

表 1 不同信噪比下对 Henon 序列的 λ_1 估计, 单位是 bits/iter.

信噪比 /dB	$+\infty$	+30	+20	+10	0
$\lambda_1[\text{Wolf}]$	+0.598	+0.479	+0.257	+0.041	-0.058
$\lambda_1[\text{Kanze}]$	+0.600	+0.600	+0.800	+1.00	+1.20

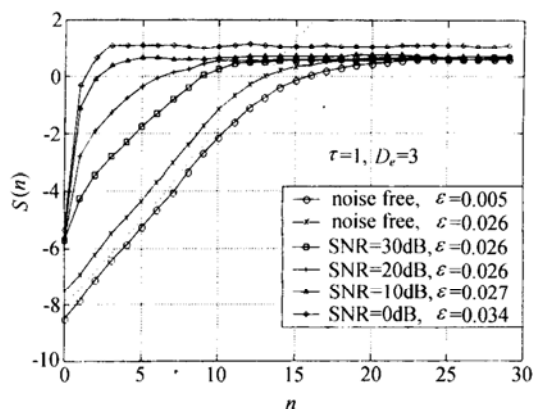


图 1 用 Kanze 法从 Henon 序列中估计最大 Lyapunov 指数, 图中虚线用于估计线性段斜率

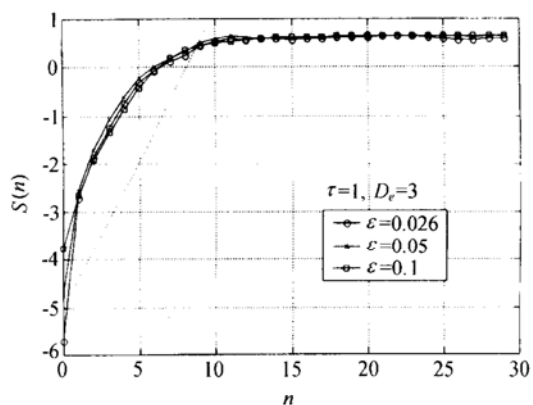


图 2 用 Kanze 法从噪声干扰下的 Henon 序列中估计最大 Lyapunov 指数

分析结果形成几个结论: (1) 没有噪声污染时两种算法对 λ_1 的估计均相当接近理论值。(2) Kanze

算法原则上要求从尽可能小的近邻域开始统计其轨道演变,以便 $S(n)$ 曲线在达到饱和值前尽量展示其线性段。无噪声情况下 ε 在吸引子尺度的 1% 左右的相当范围内取值对 λ_1 估计不敏感,如图 1 中的圆圈线和十字线所示。有噪声情况下,若 ε 选得太小以致于接近或小于噪声尺度,则噪声导致的假近邻点会使 $n=0$ 到 $n=1$ 之间的 $S(n)$ 曲线变陡,如图 2 所示。但随着演化步数 n 的增大,距离尺度逐渐扩展,吸引子近邻轨道间演变的指数规律使 $S(n)$ 逼近线性段,最后趋于饱和,饱和值与吸引子中任意两点距离的统计平均值有关。因此对源自未知系统的实验数据进行分析时要选择多个 ε 予以综合比较,且主要观察 $n > 1$ 之后的线性区域。Wolf 轨道跟踪法将自动调整分段步长,除重构相空间的参量外不需要人为干预。(3) Lyapunov 指数对噪声极为敏感。当存在噪声干扰时, Kanze 算法的 $S(n)$ 曲线在 $n > 1$ 之后的线性段斜率随噪声强度的提高而适当增大,线性段区间随噪声增大而缩小,使 λ_1 的估计准确性受影响。而 Wolf 轨道跟踪法的估计值如所预计的那样随噪声强度的提高反而减小,如表 1 所示,这说明算法在强噪声条件下的局限性。尽管如此,只要信噪比不低于 8 dB, Wolf 方法的结果不会误判 Lyapunov 指数的正负符号。在对实验数据进行分析时,两种方法均被采用。

3 混响实验数据分析结果

混响数据来源有 3 种: (1) 高频传播水池池底混响实验。2.5 m 宽、25 m 长的水池底部铺着高密度的细沙。收发换能器束宽、俯角、脉宽等实验参数被严格控制以避免光滑池壁和水面的影响。发射频率取 600 kHz 左右,俯角和源深取多种状态。(2) 吉林松花湖混响实验。松花湖水域开阔、安静,其底部多为泥沙夹杂石砾。3 次湖试选择不同的湖域,其地形既有平坦状又有外深内浅的斜坡状。收发换能器的水平、垂直束宽均较大,因此记录信号包含体积混响、湖底混响以及湖面混响。发射频率在 25 ~ 50 kHz 之间,脉宽在 0.2 ~ 4 ms 之间。(3) 浙江象山海域混响实验。实验区域为淤泥底质,三级以下海况(有较大潮流)。实验设备及参数选择与湖试情况基本相同。下面的 3 个实例分析分别对应上述三类实验数据。

实例 1: 在传播水池中以 2500 kHz 的采样率记录的池底混响。发射信号是 592.2 kHz 频率、1 ms 宽度的 CW 脉冲。水深 70 cm,源深 10 cm,俯角 37°。因前置放大器约有 100 mV 自噪声,混噪比被估计为 32 dB。经计算,嵌入空间维数 d_e 确定为 4,嵌入时

延 τ 为 1。混响时间序列按时延坐标嵌入相空间后再进行最大 Lyapunov 指数的分析。图 3 是由 Kanze 法得到的不同距离 ε 的近邻轨道演变统计平均曲线 $S(n)$,其中 $\varepsilon = 0.1$ 是取 4 维相空间中重构吸引子轨道平均尺度的 1%。图中曲线在 $n = 5$ 以前的线性段是明显的,但其斜率依 ε 的大小而略有变化,这是小 ε 取值时噪声影响的结果。按照在 $n > 1$ 之后及 $S(n)$ 达到饱和值之前判取线性段的原则,在四条曲线中拟选较为一致和较逼近线性趋势的直线段,以虚线在图中标出,其斜率即 λ_1 被估计为 0.3(bits/iter.)。Wolf 轨道跟踪法估计 λ_1 为 0.02(bits/iter.)。由于噪声因素,两种方法的估计值不一致。我们目前还无法准确判定 λ_1 ,但可以确定 $0.3 \geq \lambda_1 > 0$ 。不同信号参数与换能器状态下的混响数据均被分析与比较,其结论是一致的。

实例 2: 以 250 kHz 的采样率记录的湖水混响。发射信号是频率 28 kHz、宽度 0.4 ms 的 CW 脉冲。经计算,嵌入空间维数 $d_e = 4$,嵌入时延 $\tau = 2$ 。Wolf 法估计 $\lambda_1 = 0.083$ (bits/iter.)。图 4 是 $\varepsilon = 0.01, 0.02, 0.04, 0.06$ 时的 $S(n)$ 曲线,其中 $\varepsilon = 0.01$ 是取

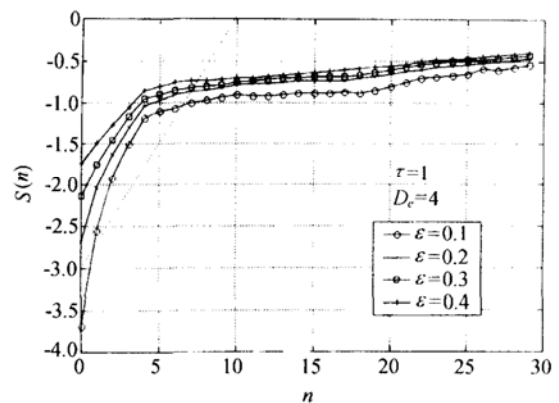


图 3 用 Kanze 法从水池混响记录数据中估计最大 Lyapunov 指数

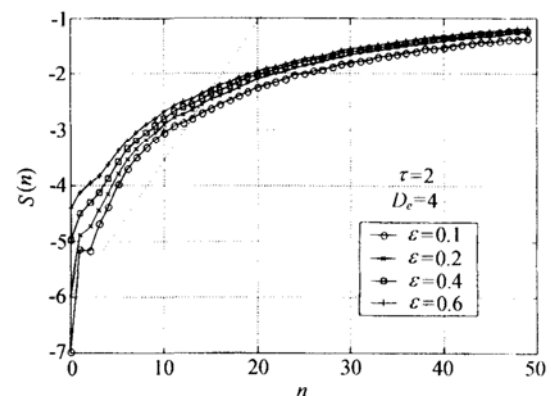


图 4 用 Kanze 法从湖试混响记录数据中估计最大 Lyapunov 指数

4 维相空间中重构吸引子轨道平均尺度的 1%。数据中的噪声使 $S(n)$ 在 $n < 3$ 区段产生起伏, 但随后的区段还是表现出较明显的线性递增, 这对应轨道的指数扩展。按与实例 1 相同的原理拟选 $S(n)$ 的线性段, 以虚线标于图中, 由其斜率估计 $\lambda_1 = 0.25(\text{bits/iter.})$ 。

实例 3: 以 250 kHz 的采样率记录的海洋混响。发射信号是频率 30 kHz、宽度 1 ms 的 CW 脉冲。相空间重构参数同实例 2, 说明不同底质和海洋环境条件下的混响有一致的动力学空间结构。Wolf 法估计 $\lambda_1 = 0.087(\text{bits/iter.})$, 而 Kanze 法估计 $\lambda_1 = 0.23(\text{bits/iter.})$ 。图 5 中密集的一束曲线是在不同 ε 取值时关于混响的 $S(n)$, 最小 $\varepsilon = 0.02$ 仍取重构吸引子平均尺度的 1%, 曲线随 n 变化趋势及线性段拟选方法均与前例相同。作为比较, 图中下部菱形标记连线是关于 30 kHz 连续波的 $S(n)$, 上部菱形标记连线是关于标准高斯噪声的 $S(n)$ 。与噪声的结果相比可以看出, 混响在相空间中的混沌动力学属性是的确存在的。

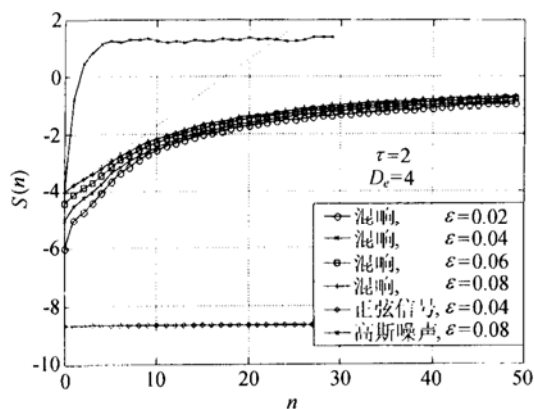


图 5 用 Kanze 法从海试混响、高斯噪声、有规信号中估计最大 Lyapunov 指数。

图中部曲线组对应混响, 上部曲线对应高斯噪声, 下部直线对应正弦波。

4 结论

建立在非线性动力学理论上的一套分析方法已经由软件实现, 用于估计动力学空间维数和最大 Lyapunov 指数等重要参数, 以检验实际的物理记录数据 (信号) 是否能用低维非线性动力学建模, 以及是否存在混沌属性。本文分析计算了实验室条件下的混响以及湖上试验和海上试验的实际混响数据。这些数据来自不同的地理位置、不同的底质、不同的水文环境和不同的声源信号, 有一定的代表性。分析结果表明混响可在低至 4 维的动力学空间中展现不自交的动力学轨道, 相近轨道按指数规律扩展或敛聚, 其最大 Lyapunov 指数 λ_1 是正的且小于 0.3。因此至少从工程应用的角度上看, 混响具有混沌属性。本文分析主要对象是海洋混响, 但上述方法和软件工具适用于任何物理场数据。

参 考 文 献

- 1 Haykin S, Xiao B L. Detection of signal in chaos. *PIEEE*, 1995; **83**(1): 95—122
- 2 Wang X, Zhiming C, Zhaoning Z. Nonlinear dynamical system modeling and prediction on the lake-bottom reverberation. *Proceedings of the 4th Pacific Ocean Remote Sensing Conference*, 1998: 749—752
- 3 Takens F. Detecting strange attractor in turbulence, *Dynamical Systems and Turbulence*. Berlin: Warwick, Springer-Verlag, 1981: 366—381
- 4 Abarbanel H D I. Analysis of observed chaotic data in physical system. *Reviews of Modern Physics*, 1993; **65**(4): 1331—1392
- 5 Wolf A, Swift J B, Swinney H L, Vastano J A. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica 16D*, 1985; **16**: 285—317
- 6 Kanze H, Schreiber T. *Nonlinear time series analysis*. England: Cambridge University Press, 1997: 304