

# 宽带波束形成器的自适应综合\*

朱维杰 孙进才 曾向阳

(西北工业大学航海工程学院 西安 710072)

2001 年 11 月 29 日收到

2002 年 4 月 1 日定稿

**摘要** 提出一种具有频率不变波束图的宽带基阵设计方法。该方法只需给出参考波束图，无须推导权矢量的表达式，便可由计算机自动完成整个设计任务。其设计过程分为 3 步：(1) 用数值计算的方法计算参考频率下的基阵权矢量。(2) 利用自适应模拟法得到其它频率处的基阵权矢量。(3) 以各频点处的基阵权矢量作为 FIR 滤波器的频率响应指标设计 FIR 滤波器。该方法可应用于任意阵型的阵列，且对各阵元的指向性也没有任何限制，因此本文方法具有重要的工程应用价值。

PACS 数： 43.60, 43.30

## Adaptive synthesis method for broadband array with frequency invariant beam pattern

ZHU Weijie SUN Jincai ZENG Xiangyang

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072)

Received Nov. 29, 2001

Revised Apr. 1, 2002

**Abstract** Based on adaptive technique, a design method for broadband array with frequency invariant beam pattern is presented. For a given beam pattern, the all design process can be completed automatically by computer without deriving expression of weight vector. The design process is divided into three steps: (1) Evaluate the weight vector in reference frequency by numerical method. (2) Obtain the weight vectors in other frequency by adaptive technique. (3) For the design target of frequency response given by weight vector at different frequency point, design FIR filter. The proposed method can be applied to arbitrary array and have no restriction on element patterns. This method is valuable in practical engineering.

## 引言

时域滤波技术用于滤除期望信号频率带宽以外的干扰噪声，以提高信噪比。为了接收沿空间某一向传播的期望信号，同时抑制来自其它方向的干扰，通常使用空间滤波器，即所谓的波束形成技术<sup>[1]</sup>。其处理方法是将基阵阵元对空间信号的采样输出进行线性组合以提高信噪比。因此它与时域 FIR 滤波器的处理方法类似：FIR 滤波器处理的是一定时间孔径上的采样数据，来实现时间频率的滤波，而波束形成器处理的是一定空间孔径上的采样数据，来实现空间频率（与信号方位对应）的滤波。波束形成器的性能，如空间分辨率、波束图等取决于基阵的相对孔

径，即和绝对孔径与所处理信号波长的比值有关。

在很多情况下，如超声探测、地震勘测，特别是在水声通信与检测等领域，通常需要利用基阵接收信号的频谱特征进行目标的检测与分类，这就要求基阵能够不失真地接收宽带信号，因此要求波束形成器的波束图具有与频率无关的特性，即频率不变性。对于窄带波束形成器的设计，已有很多较为成熟的方法<sup>[2]</sup>。然而窄带阵列只使用一组固定的权系数，由于基阵在不同频率下的相对孔径不同，因此不同频率下的基阵波束图（基阵的空间响应）也不同。若宽带信号位于波束主极大方向以外，则宽带信号的不同频率成分获得的增益不同，这将造成信号波形的畸变，且信号的带宽越大，畸变越严重。

\* 航天科技创新基金资助项目

目前宽带波束形成器的设计方法主要有两种,一种是线性组合子阵法<sup>[3]</sup>,它是在  $L$  个频点上使用传统的窄带设计方法分别设计  $L$  个子阵,所有子阵都具有相似的结构并在对应的频率上具有相同的波束图,而在其它频率处的输出是这  $L$  个子阵的线性组合;另一种方法是只使用一个阵列,而将待接收的宽带信号分成若干个窄带信号,对于不同的子带使用不同的加权系数,以便各子带的波束图近似相同,基阵的输出为各子带输出之和。然而这些方法无论是设计上还是实现方面都是相当困难的,更重要的一点是这些方法大多数是在阵列为均匀线列阵、阵元无指向性的假设下得到的。对于阵元具有指向性甚至各阵元指向性不同的任意阵型的阵列,若要获得期望的波束图,使用解析的方法得到阵列的加权系数通常是非常复杂甚至是不可实现的。

智婉君等人提出一种利用空间重采样的宽带波束形成器<sup>[4]</sup>,这种波束形成器基于空间采样定理,然而由于实际阵列的空间孔径有限,所以空间采样定理不能严格地得到满足,使得这种波束形成器精度较低。此外,这种波束形成器只适用于均匀线列阵。虽然杨益新<sup>[5]</sup>提出的利用 Bessel 函数展开的宽带波束形成器适于任意结构阵列,但其设计较为复杂,且不能适用于阵元具有指向性的阵列。

本文在 FIR 滤波器自适应模拟的基础上提出一种宽带波束形成器的设计方法,该方法将宽带波束形成器的设计分成两个自适应过程,即空间域滤波器的自适应模拟和时间域的自适应模拟。该方法无须推导复杂的权系数表达式,只需给出参考频率下的期望波束图,便可用自适应算法得到一组最优的权系数,此外该方法可应用于任意阵型,对阵元的指向性及各阵元指向性是否相同也都没有任何限制。

## 1 问题描述

设由  $N$  个位于同一平面的相同阵元组成的基阵,接收位于远场的、频率为  $f$  的平面波,平面波的传播方向与基阵的法线方向的夹角为  $\theta$ ,则整个基阵的输出可以表示为各个阵元输出的加权和,即:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n s_n(t) = \mathbf{W}^T \mathbf{S}, \quad (1)$$

其中  $\mathbf{W} = [w_0 \ w_1 \ \cdots \ w_{N-1}]^T$  为基阵的加权矢量,  $w_n(n = 0, 1, \dots, N-1)$  为第  $n$  个阵元的复权系数,  $\mathbf{S} = [s_0(t) \ s_1(t) \ \cdots \ s_{N-1}(t)]^T$  为信号矢量,  $s_n(t)(n = 0, 1, \dots, N-1)$  为第  $n$  个阵元的输出。对于传播方向固定的平面波,信号矢量可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= [s(t-\tau_0(\theta)) \ s(t-\tau_1(\theta)) \ \cdots \ s(t-\tau_{N-1}(\theta))]^T = \\ &= s(t)[e^{j2\pi f\tau_0(\theta)} \ e^{j2\pi f\tau_1(\theta)} \ \cdots \ e^{j2\pi f\tau_{N-1}(\theta)}]^T = \\ &= s(t)\mathbf{a}(\theta, f), \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $\tau_n(\theta)(n = 0, 1, \dots, N-1)$  为  $\theta$  方向的平面波在第  $n$  个阵元和参考点之间的传播延迟,

$$\mathbf{a}(\theta, f) = [\exp(j2\pi f\tau_0(\theta)) \ \exp(j2\pi f\tau_1(\theta)) \ \cdots \ \exp(j2\pi f\tau_{N-1}(\theta))]^T$$

为基阵的方向矢量。若以坐标原点为参考点,第  $n$  个阵元的坐标为  $(x_n, y_n)$ ,则传播延迟可以表示为:

$$\tau_n(\theta) = (x_n \sin \theta + y_n \cos \theta)/c, \quad (3)$$

其中  $c$  为平面波的传播速度。

基阵的响应函数定义为基阵对于频率为  $f$ 、方向为  $\theta$ 、单位幅值的平面波的响应,即:

$$r(\theta, f) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{j2\pi f\tau_n(\theta)} = \mathbf{W}^T \mathbf{a}(\theta, f). \quad (4)$$

基阵的波束图定义为基阵响应函数的模值:

$$p(\theta, f) = |r(\theta, f)| = |\mathbf{W}^T \mathbf{a}(\theta, f)|. \quad (5)$$

由(5)式可见,由于基阵的方向矢量是频率和方位的函数,若基阵阵元加权系数为一组常数,则基阵的波束图也必定是频率和方位的函数。如果要使波束图在一定的频率范围内保持不变或基本不变,就需要权系数能随频率的改变而变化,且要满足下式:

$$p(\theta, f) = |\mathbf{W}^T(f) \mathbf{a}(\theta, f)| \approx p(\theta, f_0) = p(\theta), \quad (6)$$

$$\forall \theta \in [0, 2\pi], \quad \forall f \in [f_l, f_h]$$

其中  $\mathbf{W}(f) = [w_0(f) \ w_1(f) \ \cdots \ w_{N-1}(f)]^T$  为依频率变化的基阵加权矢量,  $p(\theta, f_0)$  为参考波束图,  $[f_l, f_h]$  为需要满足的频率不变波束图的频率范围。宽带波束形成器设计的任务就是寻找一组不同频率下的加权系数,使得基阵的响应函数或波束图在一定的频率范围内保持不变,其实现框图如图 1 所示。其中,每个通道的权系数  $w_n(f)(n = 0, 1, \dots, N-1)$  的作用相当于一个滤波器,因此每个通道的权系数可由图 2 所示的 FIR 数字滤波器来实现,其中  $w_{n,m}(m = 0, 1, \dots, M-1)$  表示第  $n$  个通道滤波器的第  $m$  个系数,  $M$  表示延迟单元的个数。

由上述分析可见,一个具有频率不变波束图的波束形成器的设计应包含下列步骤:(1)按要求在参考频率下用窄带的方法设计波束形成器,得到一组参考频率下的阵列加权系数  $w_n(f_0)(n = 0, 1, \dots, N-1)$ 。(2)根据基阵的工作带宽,设计其它频点处的波束形成器,计算该频率下的加权系数  $w_n(f)$ ,使得该频点下的波束图与参考频率下的波束图相同。(3)以每个

通道的加权系数  $w_n(f)$  为 FIR 滤波器的频率响应, 计算该通道的 FIR 滤波器的系数。

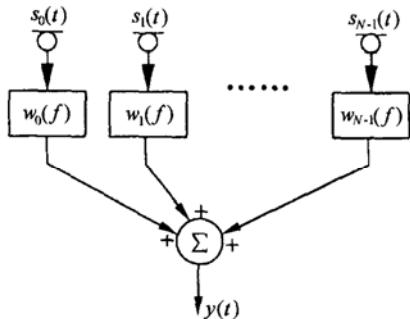


图 1 宽带波束形成原理框图

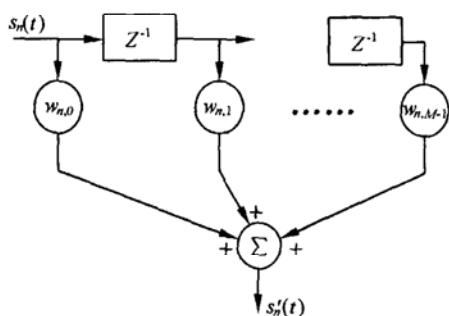


图 2 第  $n$  通道权系数的 FIR 滤波器实现

## 2 宽带波束形成器设计

### 2.1 参考频率下的波束形成器设计

文献 6 给出了一种窄带波束形成器设计的数值方法。对于一个给定的阵列, 只要给出期望信号的方向及所期望的旁瓣形状, 该方法便能通过数值计算的方法得到一组适当的阵列加权矢量。如果存在这样一个加权矢量, 使得阵列在该权矢量下的波束图满足期望的波束图, 则该方法能收敛于这个加权矢量; 如果这个权矢量不存在, 则该方法能收敛于一组最优权矢量, 使得阵列在该权矢量下波束图最接近期望的波束图。该方法是在自适应波束形成器的基础上得到的。我们知道, 在自适应阵列中, 当某个方向存在干扰源时, 自适应阵列的波束图就会自动地在该方向形成凹陷来抑制干扰, 且干扰的功率越大, 凹陷就越深, 对干扰的抑制就越强, 这就是自适应阵列中的所谓“功率倒置”现象。自适应阵列给出的最优权矢量可表示为<sup>[7]</sup>:

$$\mathbf{W} = \mu \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{a}_d, \quad (7)$$

其中  $\mathbf{R}_i$  为干扰的自相关矩阵,  $\mathbf{a}_d$  为阵列在期望信号方向上的方向矢量,  $\mu$  为任意非零常数。

这种“功率倒置”现象可以用于窄带波束形成器的设计, 具体做法是: 在观测空间内构造多个虚拟的

空间干扰, 其方位分别为  $\theta_k (k = 0, 1, \dots, K-1)$ 。这些空间干扰被用来控制波束图的形状, 因此其强度应根据对应方位上的期望波束图  $p_d(\theta_k)$  与当前波束图  $p(\theta_k)$  的大小自动地调整: 若在  $\theta_k$  方向上, 当前波束图的值大于期望波束图的值, 则应该增加  $\theta_k$  方向上的干扰强度以便压低该方向上的波束图, 反之, 应减小  $\theta_k$  方向上的干扰强度。当所有的虚拟干扰的强度被确定后, 便可以用(7)式得到新的权矢量。利用新的权矢量得到的波束图就更接近于期望波束图。不断地重复上述过程, 就可以不断接近期望波束图, 其加权矢量也将收敛于某一固定矢量。由此可见, 该方法的关键是确定不同方向上的干扰强度。设第  $l$  次调整中,  $\theta_k$  方向的干扰强度为  $\sigma_l^2(\theta_k)$ , 主瓣所在区域为  $[\theta_L(l), \theta_R(l)]$ , 则第  $l+1$  次的干扰强度为<sup>[6]</sup>:

$$\sigma_{l+1}^2(\theta_k) = \begin{cases} 0, & \theta_k \in [\theta_L(l), \theta_R(l)], \\ \max[0, \Gamma_l(\theta_k)], & \text{其它}, \end{cases} \quad (8)$$

其中  $\Gamma_l(\theta_k) = \sigma_l^2(\theta_k) + \eta [p(\theta_k) - p_d(\theta_k)]$ ,  $\eta$  为干扰调整的步长, 它的选择影响权矢量的收敛速度。

### 2.2 波束形成器的自适应模拟

波束形成器与 FIR 滤波器之间存在着一一对应的关系, 因此, 波束形成器的设计可以利用时域 FIR 滤波器的设计方法。FIR 滤波器的设计可以采用自适应模拟的方法实现, 所以波束形成器也可以利用自适应模拟的方法。下面将时域 FIR 滤波器的自适应模拟方法推广到波束形成器上。

设基阵同时接收位于远场的  $K$  个宽带平面波, 平面波的传播方向与基阵的法线方向的夹角为  $\theta_k (k = 0, 1, \dots, K-1)$ , 则基阵的输入信号的频域形式为:

$$\mathbf{S}(f) = \mathbf{A}(\Theta, f) \mathbf{X}(f), \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{A}(\Theta, f) = [\mathbf{a}(\theta_0, f) \ \mathbf{a}(\theta_1, f) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_{K-1}, f)]$  为阵列流形,  $\mathbf{X}(f) = [x_0(f) \ x_1(f) \ \dots \ x_{K-1}(f)]^T$  为信号矢量。则基阵的输出为:

$$\mathbf{Y}(f) = \mathbf{W}^T(f) \mathbf{S}(f) = \mathbf{W}^T(f) \mathbf{A}(\Theta, f) \mathbf{X}(f). \quad (10)$$

设参考频率下的基阵加权矢量  $\mathbf{W}(f_0)$  已知, 为了能够利用自适应的方法得到宽带波束形成器在其它频率处的加权矢量  $\mathbf{W}(f)$ , 构造一组在观测空间内均匀分布的远场信号  $x_K(f)$ , 其方位为  $\theta_k (k = 0, 1, \dots, K-1)$ , 用这组信号去激励一个自适应波束形成器, 自适应波束形成器的期望响应由与  $x_K(f)$  的方位和幅度相同的信号激励参考频率下的波束形成器产生, 即:

$$Y_d(f) = Y(f_0) = \mathbf{W}^T(f_0) \mathbf{A}(\Theta, f_0) \mathbf{X}(f). \quad (11)$$

设在第  $i$  次自适应调整过程中, 自适应阵列在频率  $f$  处的加权矢量为  $\mathbf{W}_i(f)$ , 阵列的输入信号矢量为  $\mathbf{X}_i(f)$ , 若使用 LMS 算法, 则在第  $i+1$  次自适应调整过程中, 加权矢量  $\mathbf{W}_{i+1}(f)$  为:

$$\mathbf{W}_{i+1}(f) = \mathbf{W}_i(f) + \mu \mathbf{S}_i(f) \varepsilon_i^*(f), \quad (12)$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i(f) &= \mathbf{A}(\theta, f) \mathbf{X}_i(f), \\ \varepsilon_i(f) &= [\mathbf{W}^T(f_0) \mathbf{A}(\theta, f_0) - \mathbf{W}^T(f) \mathbf{A}(\theta, f)] \mathbf{X}_i(f), \\ \mu &\text{ 为收敛因子。} \end{aligned}$$

当自适应过程结束时, 自适应阵列加权矢量将收敛为  $\mathbf{W}(f)$ , 在该权矢量下, 自适应波束形成器的波束图  $p(\theta, f)$  是对参考波束图  $p(\theta, f_0)$  的最佳拟合。

### 2.3 FIR 滤波器的设计

数字滤波器的设计可以采用自适应模拟技术来实现, FIR 数字滤波器的自适应模拟框图如图 3 所示<sup>[8]</sup>。滤波器的设计指标是以频率响应的形式给出的, 通常是在离散的频点  $f_p$  ( $p = 0, 1, \dots, P-1$ ) 上指定幅度增益和相位特性, 对复信号来说, 可以用一组复数  $w(f_p)$  ( $p = 0, 1, \dots, P-1$ ) 来同时指定幅度增益和相位特性。正弦信号发生器用来产生谐波信号, 该信号由频率为  $f_p$  ( $p = 0, 1, \dots, P-1$ ) 的单频信号合成, 谐波信号通过设计指标指定幅度增益和相位特性后成为自适应滤波器的期望响应。若谐波信号可以表示为:

$$s(t) = \sum_{p=0}^{P-1} e^{j2\pi f_p t}, \quad (13)$$

则期望信号为:

$$d(t) = \sum_{p=0}^{P-1} w(f_p) e^{j2\pi f_p t}. \quad (14)$$

当自适应过程达到稳定状态后, 自适应滤波器产生的频率响应是对设计指标的最佳拟合(在最小均方意义下), 其最佳权矢量就是所需的 FIR 滤波器的系数。

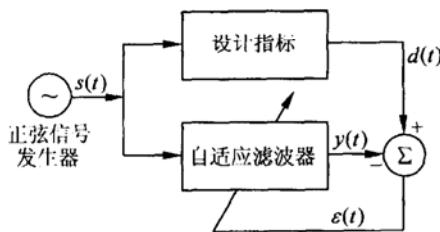


图 3 FIR 滤波器设计框图

利用(12)式可以计算基阵工作带宽内任意频率处的基阵权矢量  $\mathbf{W}(f)$ , 通常是在离散的频点  $f_p$  ( $p = 0, 1, \dots, P-1$ ) 上计算权矢量。当所有频点处的权矢

量计算完成后, 每个阵元在这些频点处的幅度增益及相位特性也就被确定下来, 若将阵元  $n$  在频率  $f_p$  处的权系数表示为  $w_n(f_p) = ae^{jb}$  ( $a \geq 0$ ), 则阵元  $n$  在频率  $f_p$  处的幅度增益为  $a$ 、相移为  $b$ 。对于某一固定的阵元  $n$  来说, 不同频率处的  $P$  个权系数  $w_n(f_p)$  ( $p = 0, 1, \dots, P-1$ ) 构成了该阵元所在通道滤波器的设计指标, 因此它可以用图 3 所示的自适应模拟的方法来求 FIR 滤波器的系数。当所有通道的滤波器系数确定后, 就可以用图 1 和图 2 所示结构的基阵实现信号的宽带接收。

### 3 计算机仿真

设均匀线列阵由 20 个相同的阵元组成, 阵元具有指向性函数  $\cos \theta$ , 阵元间距为接收信号最高频率对应波长的一半, 信号的归一化频率范围为 0.5 ~ 1.0 Hz, 设计要求在信号带宽内的所有波束图具有均匀的旁瓣级, 且最高旁瓣不高于 -30 dB, 所有波束图具有基本相同的波束图案, 波束定向于 10° 方向。

以信号的最低频率为参考频率, 利用文献 6 的方法得到参考频率下的波束图如图 4 所示。然后利用(12)式计算其它频率处的基阵权矢量, 图 5 给出

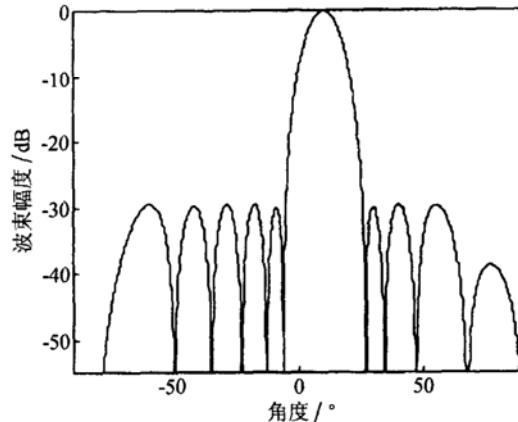


图 4 参考频率下的波束图

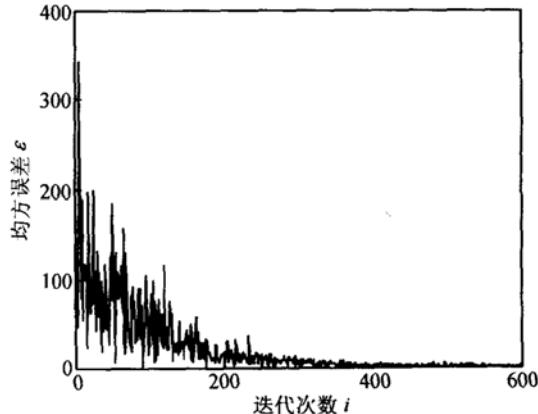


图 5 计算权矢量的学习曲线

了计算频率为 0.75 Hz 时的权矢量的自适应波束形成过程的学习曲线, 其中初始权矢量为 0, 收敛因子  $\mu = 0.5 \times 10^{-5}$ 。再用自适应模拟的方法计算每个通道滤波器的系数, 仿真中的滤波器采用 50 阶 FIR 滤波器。最后得到的宽带波束形成器的结果如图 6 所示, 图中是将 0.5~1.0 Hz 频率范围内等间隔的 12 个频率下的波束图画在同一张图上, 可以计算其主瓣宽度 (-3 dB 束宽) 最小为 12.21°, 最大为 12.32°, 若定义相对波束变化率:

$$\rho = \frac{\max_{f \in [f_l, f_h]} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |p(\theta, f) - p(\theta, f_0)|^2 d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} |p(\theta, f_0)|^2 d\theta} \times 100\%, \quad (15)$$

则相对波束变化率  $\rho < 0.032\%$ 。结果表明, 本文方法得到的不同频率下的波束图与参考波束图基本相同。

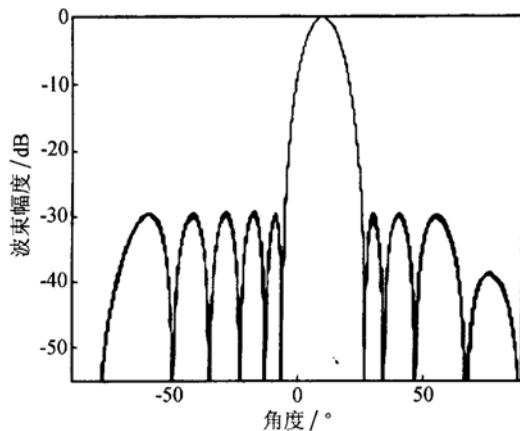


图 6 不同频率下的波束图

## 4 结论

本文提出了基于自适应模拟的宽带波束形成器设计方法。该方法将设计过程分为 3 步, 即用数值计算的方法设计窄带波束形成器及用自适应模拟的方法设计宽带波束形成器和 FIR 滤波器。该方法避免了复杂的数学推导, 只需给出期望的波束图, 就能由计算机完成整个设计过程。与传统的宽带波束形成设计方法相比, 本文的方法对阵列的阵型和阵元的指向性没有任何限制, 容易推广到平面阵及体积阵, 因此本文的方法具有更为广阔的应用范围。

## 参 考 文 献

- 1 Van Veen B D, Buckley K M. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP magazine*, 1988; 5(2): 4—24
- 2 Ma M T. Theory and applications of antenna array. New York, Wiley, 1974
- 3 Smith R. Constant beamwidth receiving arrays for broad band sonar systems. *Acoustica*, 1970; 23: 21—26
- 4 智婉君, 李志舜. 空间重采样法恒定波束宽度形成器设计. 信号处理, 1998; 14(增刊): 1—5
- 5 杨益新, 孙超. 任意结构阵列宽带恒定束宽波束形成新方法. 声学学报, 2001; 26(1): 55—58
- 6 Olen C A, Compton T T. A numerical pattern synthesis algorithm for array. *IEEE Trans. on AP*, 1990; 38(10): 1666—1676
- 7 Applebaum S P. Adaptive arrays. *IEEE Trans. on AP*, 1976; 24: 585—598
- 8 王永德, 龙宪惠译. 自适应信号处理. 成都: 四川大学出版社, 1991: 165—175