

依赖于频率变化模型的相干信号子空间 聚焦处理方法

冯西安 黄建国 张群飞

(西北工业大学 航海工程学院 西安 710072)

2002 年 4 月 5 日收到

2002 年 9 月 2 日定稿

摘要 提出了一种依赖于频率变化模型的相干信号子空间聚焦处理新方法。相干信号子空间 (CSS) 宽带处理方法的核心思想是通过聚焦变换将宽带信号各频率分量的信号子空间映射成为一个信号子空间。而依赖于频率变化模型 (FDM) 的宽带处理方法则是通过引入一组关于频率的基函数, 建立阵列信号依赖于频率变化的模型, 从而直接进行宽带处理。本文把 CSS 的聚焦思想应用到 FDM, 提出了一种宽带目标方位估计方法, 并构造了对角聚焦矩阵。新方法采用了 FDM, 增大了相关矩阵的维数, 有效地反映了噪声子空间, 因此比 CSS 具有更好的性能; 采用聚焦, 大大减小了 FDM 方法庞大的运算量。计算机仿真结果验证了新方法的有效性。

PACS 数: 43.60

Coherent signal-subspace focusing to frequency dependent-modeling for direction of arrival estimation of wide-band sources

FENG Xian HUANG Jianguo ZHANG Qunfei

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072)

Received Apr. 5, 2002

Revised Sept. 2, 2002

Abstract A new method of direction of arrival(DOA) estimation of wide-band sources by coherent signal-subspace focusing to frequency-dependent modeling (CSSFDM) is proposed. The coherent signal-subspace(CSS)^[2] was proposed by H.Wang and M.Kaveh in 1985. Its key point is the focusing which maps the signal subspaces of the narrow-band components of the wide band sources onto a single signal subspace. Y.Grenier set up the frequency-dependent modeling(FDM)^[13] of array signals by introducing the basic function into array signals to process directly the wide band signals in 1994. We present a new DOA estimation method that combines the coherent signal-subspace focusing and the frequency-dependent modeling, and construct its diagonal focusing matrix. Because of extending the order of correlation matrix of array signals and presenting effectively noise subspace by FDM, the method shows the better performance than CSS. By means of the focusing of CSS, it reduces obviously computational complexity of the spatial spectrum of FDM. The effectiveness of the new method is confirmed by computer simulation.

引言

宽带信号携带有丰富的目标信息, 有利于目标信号检测、参数估计和特征提取, 充分利用这些信息进行高分辨估计, 可以提高高分辨算法的性能。近些年

来, 宽带处理的研究十分活跃, 成为阵列信号处理的重要研究内容之一。

非相干信号子空间方法 (ISS:Incoherent Signal-Subspace) 是较早出现的宽带处理方法^[1]。这种方法把宽带信号分解为多个窄带, 对各窄带分量子空间处理结果进行简单平均来利用宽带信息。ISS 方法不

能处理相干源, 因此称为非相干信号子空间处理方法。ISS 在低信噪比时, 门限效应常常使窄带处理及其综合发生困难。

1985 年, H.Wang 和 M.Kaveh 提出的相干信号子空间方法 (CSS: Coherent Signal-Subspace)^[2] 引入了聚焦思想, 通过聚焦变换, 把宽带信号各频率分量的信号子空间映射成为一个信号子空间, 并用窄带子空间方法进行处理, 从而有效地综合了宽带信息。CSS 具有良好的性能, 较低的信噪比门限。它可以处理相干信号, 相干信号子空间方法也由此得名。CSS 提出后, 受到了普遍关注, 在此基础上相继提出了空间重采样法^[3]、插值阵法^[4]、阵列流型内差法^[5]、双边相关信号子空间变换法^[6]、二维 DFT 变换法^[7] 等。这些方法本质上都体现了聚焦的核心思想, 形成了宽带处理的聚焦类方法, 也称为 CSS 类方法。实现 CSS 的途径是聚焦变换, 其聚焦矩阵的选择和构造直接影响 CSS 的性能, 许多研究者对此问题进行了广泛研究, 提出了不同准则约束条件下的聚焦矩阵构造方法, 主要的工作体现在文献 2、文献 8、文献 9、文献 10 和文献 11 中。

CSS 从本质上说仍是一种窄带处理方法。随着宽带信号处理研究的不断深入, 人们开始探索宽带信号处理的直接方法。宽带信号子空间谱估计 (BASS-ALE) 方法^[12] 和基于频率变化模型 (FDM: Frequency-Dependent Modeling) 的方法^[13] 则是两个典型的直接处理方法。BASS-ALE 算法通过从阵列引出 Q 个延迟抽头构成新的阵列信号, 克服了频率-方位模糊问题。对有延迟抽头的阵列信号直接定义宽带信号子空间谱, 所以 BASS-ALE 是直接处理方法。

宽带信号方位估计问题实际上是一个依赖于频率的估计问题。1994 年, Y.Grenier 根据宽带信号这一特点, 引入一组关于频率的基函数, 建立了阵列信号依赖于频率变化的模型, 并针对这一模型直接定义了宽带信号子空间谱。FDM 方法与 BASS-ALE 方法相比较, 其区别在于基函数的选择, 当取傅里叶级数作为基函数时, FDM 方法就是 BASS-ALE 方法。采用延迟抽头或引入基函数都增大了相关矩阵维数, 有效地反映了噪声子空间, 因此这类方法比 CSS 类具有更好的性能。

本文在研究宽带 CSS 类方法和 FDM 方法的基础上, 把 CSS 的聚焦思想应用到 FDM, 提出了一种宽带 FD 模型的相干信号子空间聚焦处理方法, 并构造了它的对角聚焦矩阵。此方法不仅采用了 FDM, 有效地反映了噪声子空间, 具有良好的性能, 而且采

用 CSS 的聚焦变换, 减小了直接定义的宽带子空间谱庞大的计算量。

1 宽带阵列信号的数学模型

宽带阵列信号一般用频域模型来描述。设均匀线列阵由 M 个阵元组成, 有 d 个目标源与法线夹角分别为 $\theta_i, i = 1, 2, \dots, d$, 在信号远场及理想水声传播介质假设条件下, 宽带阵列信号可表示为:

$$\mathbf{X}(f) = \mathbf{A}(f)\mathbf{S}(f) + \mathbf{N}(f), \quad (1)$$

式中:

$$\mathbf{X}(f) = [X_1(f) \ X_2(f) \ \cdots \ X_M(f)]^T,$$

$$\mathbf{N}(f) = [N_1(f) \ N_2(f) \ \cdots \ N_M(f)]^T,$$

$$\mathbf{S}(f) = [S_1(f) \ S_2(f) \ \cdots \ S_M(f)]^T,$$

$$\mathbf{A}(f) = [\mathbf{a}(f, \theta_1) \ \mathbf{a}(f, \theta_2) \ \cdots \ \mathbf{a}(f, \theta_d)]$$

$$\mathbf{a}(f, \theta_i) = [e^{-j2\pi f \tau_1(\theta_i)} \ e^{-j2\pi f \tau_2(\theta_i)} \ \cdots \ e^{-j2\pi f \tau_M(\theta_i)}]$$

其中 $\tau_m(\theta_i) = (\Delta/c)(m-1)\sin\theta_i$, Δ 是阵元间距, $c = f\lambda$ 是声速, λ 是对应于频率为 f 的信号分量的波长。 $S_i(f)$ 是目标源信号, $\mathbf{N}(f)$ 是高斯白噪声向量。 $\mathbf{A}(f)$ 是频域方向矩阵, 它是范德蒙 (Vandermonde) 矩阵, $\mathbf{a}(f, \theta_i)$ 是频域方向向量。宽带信号的方向矩阵、方向向量随频率变化, 按照信号子空间处理的观点, 目标源的方向向量构成信号子空间, 因而宽带信号具有多个信号子空间, 其相关矩阵是非单秩模型。

2 相干信号子空间聚焦方法

CSS^[2] 的核心思想是聚焦。构造一个随频率变化的聚焦矩阵 $\mathbf{T}(f_j)$, 使得对于信号带宽内的任意频率 f_j , 都有:

$$\mathbf{T}(f_j)\mathbf{A}(f_j) = \mathbf{A}(f_0), \quad (2)$$

那么, 聚焦矩阵就将不同频率的信号子空间映射为同一信号子空间, 使宽带信号成为单秩模型。这里 f_0 称为聚焦频率。

由聚焦变换后的阵列信号可得到频域平均聚焦相关矩阵, 为:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}_{xx} &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{T}(f_j)\mathbf{X}(f_j)\mathbf{X}^H(f_j)\mathbf{T}^H(f_j) = \\ &\mathbf{A}(f_0) \left[\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{R}_{ss}(f_j) \right] \mathbf{A}^H(f_0) + \sigma^2 \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (3)$$

它是 $M \times M$ 矩阵, $\mathbf{R}_{ss}(f) = E[\mathbf{S}(f)\mathbf{S}^H(f)]$ 是目标源的相关矩阵。对平均相关矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{xx}$ 进行特征分解, 则可用子空间谱方法进行方位估计。

CSS 引起了人们的极大关注, 许多学者对宽带处理进行了广泛研究, 相继提出了多种聚焦处理方法, 并在不同准则约束条件下构造了多种聚焦矩阵。这些研究结果构成了 CSS 类方法丰富的内容。

3 FDM 及其宽带处理方法

宽带信号依赖于频率。Y.Grenier 根据宽带信号的特点, 引入一组关于频率的基函数, 建立了阵列信号依赖于频率变化的模型, 并针对这一模型直接定义了宽带信号子空间谱^[13]。

在频域, 将宽带阵列信号表示为:

$$\mathbf{X}_{1:M}(f_j) = \mathbf{S}_{1:M}(f_j) + \mathbf{N}_{1:M}(f_j), \quad (4)$$

式中 $\mathbf{S}_{1:M}(f_j) = \mathbf{A}(f_j, \theta_i)\mathbf{S}(f_j)$ 为频域信号向量。宽带阵列信号的噪声子空间的特征向量 $\mathbf{V}_i(f_j)$ 是 f_j 的函数, 引入一组关于频率的正交基函数 $\{g_q(f_j), q = 0, 1, \dots, Q-1\}$, 使得 $\mathbf{V}_i(f_j)$ 可以在该基上展开, 即:

$$\mathbf{V}_i(f_j) = \sum_{q=0}^{Q-1} \mathbf{V}_{iq} g_q(f_j), \quad (5)$$

式中 $\mathbf{V}_{iq}$ 是展开式的权系数向量。令:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{X}}(f_j) &= \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_j) \otimes \mathbf{X}_{1:M}(f_j), \\ \bar{\mathbf{S}}(f_j) &= \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_j) \otimes \mathbf{S}_{1:M}(f_j), \\ \bar{\mathbf{N}}(f_j) &= \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_j) \otimes \mathbf{N}_{1:M}(f_j), \\ \bar{\mathbf{V}}_i &= [\mathbf{V}_{i0}^T \ \mathbf{V}_{i1}^T \ \cdots \ \mathbf{V}_{i(Q-1)}^T]^T, \end{aligned}$$

其中 $\otimes$ 为 Kronecker 乘积。由式 (4) 可得:

$$\bar{\mathbf{X}}(f_j) = \bar{\mathbf{S}}(f_j) + \bar{\mathbf{N}}(f_j), \quad (6)$$

这就是基于频率变化的阵列信号模型, 它是一个新的 $QM \times 1$ 维向量。把宽带信号划分成 J 个窄带分量, 则 $\bar{\mathbf{X}}(f_j)$ 的相关矩阵为:

$$\bar{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{X}}} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \bar{\mathbf{X}}(f_j) \bar{\mathbf{X}}^H(f_j) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \bar{\mathbf{S}}(f_j) \bar{\mathbf{S}}^H(f_j) + \sigma^2 \mathbf{I}, \quad (7)$$

可以证明^[13], $\bar{\mathbf{V}}_i$ 是 $\bar{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{X}}}$ 的噪声子空间。FDM 的方向向量为:

$$\bar{\mathbf{a}}(f_j, \theta) = \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_j) \otimes \mathbf{a}_{1:M}(f_j, \theta), \quad (8)$$

式中: $\mathbf{a}_{1:M}(f_j, \theta)$ 是原阵列信号的方向向量。宽带信号子空间谱直接定义为:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \frac{1}{\sum_{i=d+1}^{QM} \|\bar{\mathbf{a}}^H(f_j, \theta) \bar{\mathbf{V}}_i\|^2}, \quad (9)$$

$\bar{\mathbf{R}}_{\bar{\mathbf{X}}}$ 是 $QM \times QM$ 维矩阵, 引入基函数增大了矩阵维数, 有利于描述噪声子空间, 使得宽带直接处理方法具有良好的估计性能。

注意到式 (9) 是 J 个子空间谱的平均。若用 FFT 算法, 则计算一个子空间谱需要 $QM - d$ 次 FFT 运算, 因此计算 FDM 的子空间谱需要 $J \times (QM - d)$ 次 FFT 运算。通常为了更好地分辨目标, 拟制噪声, 取 $M \gg d$, $Q \geq 2$, 为了充分利用宽带信息, 要对信号频带作较细的划分, 这时 FDM 方法的运算量是很大的。

4 FDM 的相干信号聚焦处理新方法

把聚焦的思想应用到 FDM, 为此构造非奇异聚焦矩阵 $\mathbf{T}(f_j)$, 对 $\bar{\mathbf{X}}(f_j)$ 进行线性变换, 即:

$$\tilde{\bar{\mathbf{X}}}(f_j) = \mathbf{T}(f_j) \bar{\mathbf{X}}(f_j), \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (10)$$

如果对于信号带宽内的任意频率 f_j , 都有:

$$\mathbf{T}(f_j) \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_j) \otimes \mathbf{A}(f_j) = \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_0) \otimes \mathbf{A}(f_0), \quad (11)$$

那么, 聚焦矩阵就将 FDM 不同频率的信号子空间映射在同一频率 f_0 上。构造酉对角聚焦矩阵, 为:

$$\mathbf{T}(f_j) = \text{diag} \left\{ \frac{g_q(f_0) a_i(f_0, \theta_0)}{g_q(f_j) a_i(f_j, \theta_0)} \right\}, \quad (12)$$

$$q = 0, 1, \dots, Q-1; \quad i = 1, 2, \dots, M$$

式中 $a_i(f_j, \theta_0)$ 是信号方向向量 $\mathbf{a}(f_j, \theta_0)$ 的元素。容易证明, $\mathbf{T}(f_j)$ 是满足式 (11) 的非奇异矩阵, 用 $\mathbf{T}(f_j)$ 可实现信号子空间的聚焦。在频域上, 平均聚焦相关矩阵为:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}_{\tilde{\bar{\mathbf{X}}}} &= \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{T}(f_j) \bar{\mathbf{X}}(f_j) \bar{\mathbf{X}}^H(f_j) \mathbf{T}^H(f_j) = \\ &= \mathbf{g}_{0:Q-1}(f_0) \otimes \mathbf{A}(f_0) \left[\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{R}_{ss}(f_j) \right] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{A}^H(f_0) \otimes \mathbf{g}_{0:Q-1}^H(f_0) + \sigma^2 \mathbf{I}.$$

设 $\mathbf{v}_i$ 是 $\bar{\mathbf{R}}_{\tilde{\bar{\mathbf{X}}}}$ 的噪声子空间特征向量, 则子空间谱为:

$$P_{\text{MUSIC}}(\theta) = \frac{1}{\sum_{i=d+1}^{QM} \|\bar{\mathbf{a}}^H(f_0, \theta) \mathbf{v}_i\|^2}. \quad (14)$$

该式在聚焦频率处只进行了一次子空间谱计算, 包含 $QM-d$ 次 FFT 运算, 与式 (9) 比较, 计算量减小了 J 倍。不妨取 $d=2$, $M=14$, $Q=2$, $J=20$ 。若用式 (9) 计算, 则需要 520 次 FFT 运算, 若用式 (14) 计算, 则只需要 26 次 FFT 运算, 计算量得到大大减小。

新方法采用 FDM 增加了矩阵维数, 使相关矩阵 $\bar{R}_X$ 的维数为 $QM \times QM$, 有利于表示噪声子空间, 因此具有良好的性能。

5 计算机仿真结果

在 Monte Carlo 仿真实验中, 取均匀线列阵阵元个数 $M=16$, 两个等强度目标源分别位于 $\theta_1 = -1.5^\circ$, $\theta_2 = +1.5^\circ$, 两目标夹角为 $\Delta\theta = 3^\circ < 6.25^\circ$ (瑞利限)。信号带宽被划分为 20 个等分间隔。用 CSS、FDM 方法及新方法进行目标方位估计。图 1 是 15 dB 信噪比时, 新方法的 10 次空间谱估计结果, 可以看出, 新方法具有良好的高分辨方位估计能力和稳定

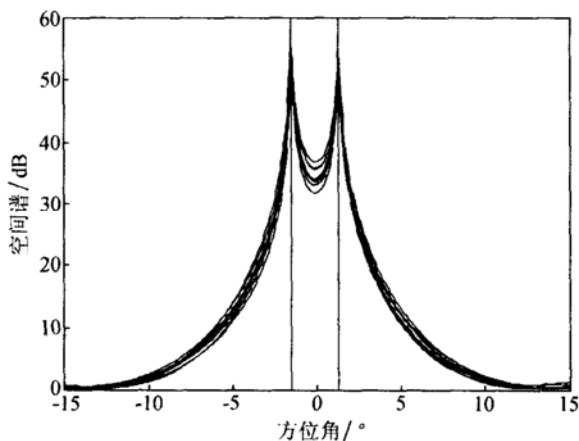


图 1 CSSFDM 的空间谱

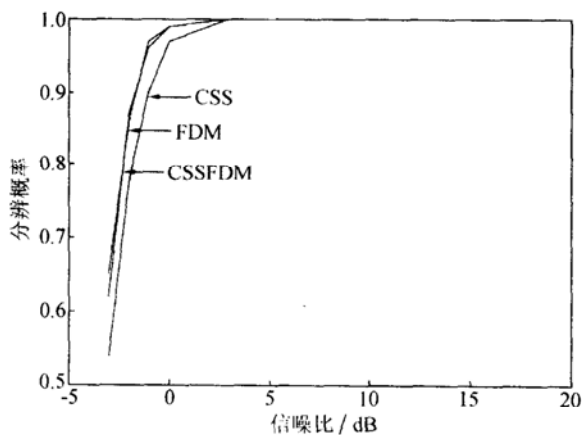


图 2 分辨率比较

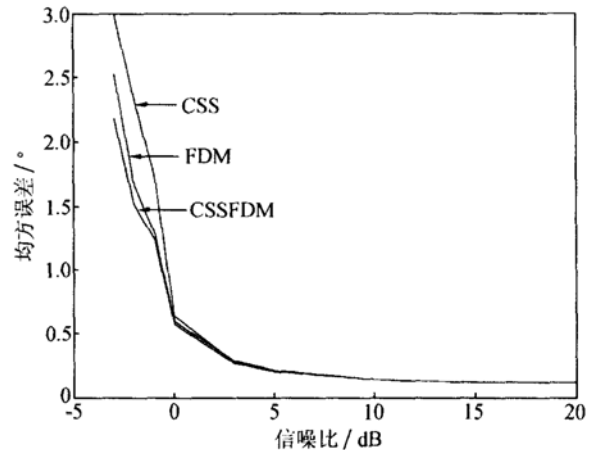


图 3 均方误差比较

的空间谱。图 2 和图 3 分别是 3 个方法的分辨概率曲线和均方误差曲线。新方法的分辨概率和均方误差优于 CSS, 与 FDM 方法相当, 但新方法的运算量远远小于 FDM 方法。

6 结论

本文把 CSS 的聚焦思想引入到 FDM, 所提出的相干聚焦直接宽带处理新方法具有良好的高分辨方位估计性能。新方法采用 FDM, 增大了相关矩阵的维数, 有效地反映了噪声子空间, 其高分辨估计性能优于 CSS; 对 FDM 采用了 CSS 的聚焦变换, 在聚焦频率处只进行了一次信号子空间谱运算, 从而大大降低了 FDM 方法的计算量。

参 考 文 献

- 1 Wax M, Shan T, Kailath T. Spatio-temporal spectral analysis by eigenstructure methods. *IEEE Trans. ASSP*, Aug., 1984; **32**(4): 817—827
- 2 Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources. *IEEE Trans. ASSP*, 1985; **33**(4): 823—831
- 3 Krolik J, Swingler D N. Focused wide-band array processing by spatial resampling. *IEEE Trans. ASSP*, 1990; **38**(2): 356—360
- 4 Friedlander B, Weiss A J. Direction finding for wide-band signals using an interpolated array. *IEEE Trans. SP*, 1993; **41**(4): 1618—1634
- 5 Doron M A, Doron E, Weiss A J. Coherent wide-band processing for arbitrary array geometry. *IEEE Trans. SP*, 1993; **41**(1): 414—417

- 6 Valaee S, Kabal P. Wide-band array processing using a two-sided correlation transformation. *IEEE Trans SP*, 1995; **43**(1): 160—172
- 7 Allam M, Moghaddamjoo A. Two-dimensional DFT projection for wideband direction-of-arrival estimation. *IEEE Trans. SP*, 1995; **43**(7): 1728—1732
- 8 Hung H, Kaveh M. Focusing matrices for coherent signal-subspace processing. *IEEE Trans. ASSP*, 1988; **36**(8): 1272—1281
- 9 Doron M A, Weiss A J. On focusing matrices for wide-band array processing. *IEEE Trans. SP*, 1992; **40**(6): 1295—1302
- 10 Hung H, Mao C. Robust coherent signal-subspace processing for direction-of-arrival estimation of wideband sources. *IEE Proc. Radar, Sonar and Navigation*, 1994; **141**(5): 256—262
- 11 Hong, Tewfik A H. Focusing matrices for wide-band array processing with no a priori angle estimates. *IEEE ICASSP*, 1992: 2772—2775
- 12 Buckley K M, Griffiths L J. Broad-band signal-subspace spatial-spectrum (BASS-ALE) estimation. *IEEE Trans. ASSP*, 1988; **36**(7): 953—964
- 13 Grenier Y. Wideband source location through frequency-dependent modeling. *IEEE Trans. SP*, 1994; **42**(5): 1087—1096