

空腔结构吸声器的吸声系数计算方法的研究

王仁乾

(北京大学电子学系 北京 100871)

2002 年 11 月 8 日收到

2003 年 11 月 3 日定稿

摘要 探讨计算空腔结构吸声器吸声系数的方法。以粘弹体能量守恒方程为基础导出吸声器各层媒质的表达式,用声波在分层吸收媒质中传播模型计算能量吸收系数。用所导出的等效密度、弹性模量表达式和文献 1[声学学报, 1965; 2(4): 192—197]、文献 2[同济大学学报, 1979(1): 96—104] 所给的等效参数,分别计算了尖劈吸声器和空腔结构的尖劈吸声器的吸声系数,比较表明对于前者三种方法都有效,对于后者本文的结果与实测吸声系数曲线较符合,另两文与实验相差较大;又用本方法分别计算了平板吸声器含空腔及空腔结构变化时的吸声系数,所得结果合理地反映了空腔结构对吸声性能的影响;对原空腔结构吸声器的吸声系数模拟结果作了实验验证,表明计算值和测量结果基本相符。结果表明用本文所给等效参量表达式和声波在分层吸收媒质中传播模型,近似计算空腔结构吸声器的吸声系数是可行的。

PACS 数: 43.20, 43.30

Methods to calculate an absorption coefficient of sound-absorber with cavity

WANG Renqian

(Department of Electronics, Peking University Beijing 100871)

Received Nov. 8, 2002

Revised Nov. 3, 2003

Abstract An approximately calculating method for an absorption coefficient of sound absorber with cavity was studied. The energy conservation equation in viscous-elastic material, relations expressions between effective densities, elasticity modules of the every layers and the relevant quantities of the compounds of that layer were deduced. By using a model of sound propagation in absorb medium layers the energy absorption coefficient were obtained. The spectra of absorption coefficients of wedge-shaped sound-absorber were calculated using the relative expressions and in references 1 [Acta Acustica, 1965; 2(4): 192—197] and 2 [Journal of Tongji University, 1979(1): 96—104]. The calculated results shows that the three methods are effective for wedge-shaped sound-absorber; but for the wedge-shaped sound-absorber with cavities, the calculated results by the method put forward is closest to the experimental results among the three methods. As an example, the absorption coefficients of the plat sound-absorber with cavities were calculated. The simulated results can express the affection on absorption performance when the configuration of a cavity is changed, and are proved by experiments. An effective method which calculates absorption coefficients of sound-absorber with cavities is given.

引言

吸声系数谱是表征吸声器吸声性能的基本参量,由于吸声器的结构比较复杂,其界面的不规则性很难用严格波动理论进行声场分析,因而至今还没有精确计算吸声系数的方法,只能作近似计算。概括现有的近似方法,主要有解析法^[1-7]和数值法^[8-10]。解析法中大多用声波在分层吸收媒质中传播模型,由分层媒质的矩阵传递方法求界面输入阻抗和相应

的吸声系数,各方法不同只表现在选择的等效物理参量不同和计算等效物理参量公式的适用条件不同上:其中有选择密度和声速作为等效物理参量,计算公式适用于媒质特性变化满足 WKB 近似条件^[1];有以变分法为基础建立计算等效密度和压缩模量公式^[2],计算公式只适用吸声器无空腔并外界面渐变的情况;有选空腔层中橡胶单元近似为高粘性液体的变截面波导,用波导截面变化函数作为传递矩阵单元元素,计算公式适用于平面结构吸声器并空腔截

面函数开根的二阶微商为常量否则要用多层空腔进行计算^[3],或选空腔作为变截面波导并记入尖劈空腔侧面对吸声的影响^[4];有选流阻不同的两种材料制成的尖劈吸声器以改善低频吸声性能的^[5]。如果空腔是球、柱、带短管的球和号筒等几何体,可假设空腔和橡胶组成复合共振系统,按共振吸收体各振动模式所包含的损耗计算吸收系数^[6-7]。数值法中主要有有限元和边界元等方法,其中有有限元计算双周期结构的吸收器阵列的散射波和对应的吸收系数^[8,9];有将空腔作为散射体,用有限元法计算散射波的基函数,散射波是各阶平面波的叠加,反射系数是各阶平面波方均根值^[10]。

实际上每种近似计算方法都有局限性,一般数值方法适用条件较宽但展现的物理图像不清晰,并且要达到一定精度算时较长。就基于分层媒质传播模型的计算方法而言,有的仅适用于吸声器为无空腔结构且界面渐变的条件,有的要满足空腔截面变化的约束条件。本文拟拓宽基于分层吸收媒质传播模型的计算方法适用范围,着力探讨等效物理参数

表达式成立条件有较大宽容性的近似计算方法,以适应预报较复杂的空腔结构吸声器吸声系数的需求。为此,假定在吸声器同一横截面各媒质面元上的应力相等应变不等,忽略其它吸声单元的影响,以粘弹体能量守恒方程为基础导出吸声器各层媒质的平均等效密度、弹性模量表达式,由此计算各层媒质的等效声参量,再由传递矩阵计算输入阻抗和能量吸收系数。为了比较,用本文、文1和文2所给的等效参量表达式,分别计算了尖劈和空腔尖劈吸声器吸声系数谱。作为本方法应用的一个例子,数值模拟了空腔平板吸声器的吸声系数的频谱。

1 吸声器横截面的平均等效参量计算公式

1.1 平均等效参数计算公式的推导

设 ε 表示动能和位能密度和, D 表示单位体积中的能量耗散率;则^[11]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \varepsilon dv + \int_V D dv = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \left[\rho \frac{u_R^2}{2} + \frac{1}{2} \left(K_R + \frac{M_R}{3} \right) \Delta_R^2 + \frac{1}{2} M_R u_{Rl,j} u_{Rj,l} \right] dv + \int_V \left[\frac{1}{\omega} \left(K_I + \frac{M_I}{3} \right) \dot{\Delta}_R^2 + \frac{1}{2} M_I \dot{u}_{Rl,j} \dot{u}_{Rj,l} \right] dv, \quad (l, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

式中 K, M 表示材料体积压缩模量和切变模量, u, Δ 表示位移和应变,带点表示对时间微商,下标 R 和 I 表示实部和虚部,右边第2项中: $\Delta_R = \sigma_R / K_R$, σ_R 为应力。

设上式中体积元 $dv = s(x)dx$,并且在 x 处横截面 $s(x)$ 由 $N(x)$ 种媒质的截面组成,媒质 i 面积 s_i 与总面积 $s(x)$ 之比为 $n_i(x)$,即:

$$s(x) = \sum_{i=1}^{N(x)} s_i(x), \quad n_i(x) = \frac{s_i(x)}{s(x)}.$$

媒质 i 的密度为 ρ_i ,又设(1)式右边第1项中的体积元 dv 的质量元等于 $N(x)$ 种媒质质量元之和,即:

$$dm = \rho dv = \rho s(x)dx = \sum_{i=1}^{N(x)} \rho_i s_i(x)dx = \sum_{i=1}^{N(x)} \rho_i n_i(x) s(x)dx.$$

所以在 x 处,厚度 dx 层的等效密度:

$$\rho(x) = \sum_{i=1}^{N(x)} \rho_i n_i(x). \quad (2)$$

设: K_{Ri} 是第 i 媒质的体积压缩模量,在一个波长内各面积元受的应力相等,应变不等,在面积 S 上

应力作的功等于在所有面积元上作功之和,即:

$$SK_R \left(\frac{\sigma_R}{K_R} \right)^2 = \sum_{i=1}^{N(x)} s_i K_{Ri} \left(\frac{\sigma_R}{K_{Ri}} \right)^2.$$

则厚度 dx 层的等效体积压缩模量 K_R 由下式确定(略去层的位置变量 x):

$$\frac{1}{K_R} = \sum_{i=1}^{N(x)} \frac{n_i}{K_{Ri}}. \quad (3)$$

那么(1)式右边第2项中的:

$$\int_V K_R \Delta_R^2 dv = \int_V K_R \frac{\sigma_R^2}{K_R^2} dv = \int_V \frac{\sigma_R^2}{K_R} dv = \int_X \left(\sum_{i=1}^{N(x)} \frac{n_i}{K_{Ri}} \right) \sigma_R^2 dv$$

表示体积压缩的弹性能是各个媒质弹性能之和(忽略各媒质之间的能量耦合)。对于被积函数含弹性模量虚部情况,则表示耗损能量是各个媒质耗损位能之和。

同理可导出:

$$\frac{1}{K_I} = \sum_{i=1}^{N(x)} \frac{n_i}{K_{Ii}}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{M_R} = \sum_{i=1}^{N(x)} \frac{n_i}{M_{Ri}}, \quad (5)$$

$$\frac{1}{M_I} = \sum_{i=1}^{N(x)} \frac{n_i}{M_{Ii}}. \quad (6)$$

(4) — (6) 式表明媒质 i 对等效参量的贡献与它的面积比 $n_i(x)$ 有关, 如果由 N 个不同尺寸的吸声器组成阵列, N_j 为第 j 尺寸个数, n_{ij} 为媒质 i 的第 j 尺寸的面积, 则媒质 i 的面积比:

$$\bar{n}_i = \left(\sum_{j=1}^N N_j n_{ij} \right) / \sum_{j=1}^N N_j. \quad (7)$$

对于 N 个结构和尺寸相同的吸声器组成的阵列, 则 $n_{ij} = n_i$, 由上式可得: $\bar{n}_i = n_i$, 这表明对于均匀阵列, 只要计算一个吸声单元的等效参量和相应的吸声系数即可, 然而这需要各吸声器对声波的作用互不影响, 否则一个吸声单元的吸声系数不能等效于吸声阵列的吸声系数。

1.2 分层媒质的平均等效参量其它计算公式^[12]

文 1 将渐变吸收层的反射作为一个波动方程定解问题, 导出等效密度和等效声速公式:

$$\rho(x) = \rho_0 + (\rho_1 - \rho_0)n_1(x), \quad (8)$$

$$\frac{1}{c^2(x)} = \left[\frac{1}{\rho_0 c_0^2} + \left(\frac{1}{\rho_1 c_1^2} - \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \right) n_1(x) \right] \rho(x), \quad (9)$$

式中下标 0, 1 代表第 0, 1 种媒质。(8) 和 (9) 式要求媒质特性的变化满足 WKB 近似条件。

文 2 以变分法为基础导出平均有效密度和压缩模量的计算公式:

$$\frac{1}{K} = \frac{n_0}{K_0} + \frac{n_1}{K_1}, \quad (10)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{n_0}{\rho_0} + \frac{n_1}{\rho_1}. \quad (11)$$

1.3 三种等效参数计算结果的比较

设吸声器基材为橡胶, 结构是内含空腔的圆锥形粘贴在钢板上 (见图 1), 总长 20 cm。将橡胶、空气、水和钢板的密度、弹性模量代入到 (3) — (11) 式

计算渐变层的平均等效参量; 由材料物理参量与声学参量的关系式计算等效的声学参量; 用渐变吸收层声传输理论模型近似计算无空腔和含空腔圆锥型尖劈吸声器吸声系数, 入射角为零度的结果示于图 2(a) 和 2(b), 图 2(b) 还显示了该吸声器的吸声系数测量曲线。

水和空气的密度和声速分别为 1000.0 kg/m^3 , 1483 m/s ; 1.21 kg/m^3 , 343 m/s , 不锈钢的物理参数示于表 1, 橡胶的密度、杨氏模量、切变模量和损耗因子见表 2, 其中杨氏模量损耗因子取拟合公式:

$$\eta_E = 0.47 + 1.25 \times 10^{-4} f - 3.4 \times 10^{-9} f^2. \quad (12)$$

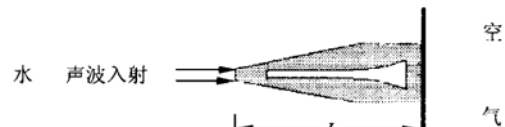
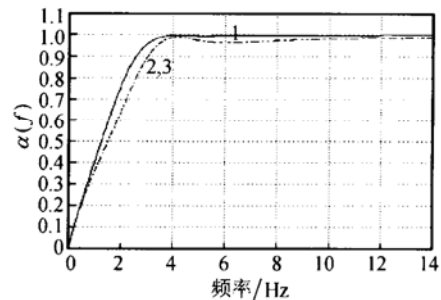
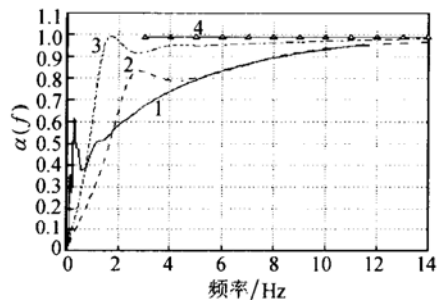


图 1 含空腔圆锥型结构吸声器示意图



(a) 圆锥型吸声器声系数频谱

(曲线 1, 2, 3 分别对应文 1, 文 2, 本文的结果)



(b) 含空腔圆锥型吸声器声系数频谱

(曲线 1, 2, 3, 4 分别对应文 1, 文 2, 本文和实测的结果)

图 2 三种等效参数表达式计算吸声系数频响曲线

表 1 不锈钢的物理参数

密度 $\rho_4/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	杨氏模量 $E_4/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	切变模量 $M_4/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	杨氏模量损耗因子 η_{E4}	切变模量损耗因子 η_{M4}
7910	1.96×10^{11}	7.6×10^{10}	4×10^{-3}	2×10^{-3}

表 2 橡胶的物理参数

密度 $\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	杨氏模量 $E'_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	切变模量 $M'_1/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	杨氏模量损耗因子 η_E	切变模量损耗因子 η_M
1090	7.8×10^8	2.7×10^8	公式 (12)	公式 (12)

1.4 分析和比较

为了便于讨论吸声系数频响变化情况, 定义吸声系数的特征值 α_c 对应的频率为 f_c , 当 $f \geq f_c$ 时 $\alpha(f) \geq \alpha(f_c)$, 显然 α_c 数值越大, f_c 越低, 吸声器的低频吸收性能越好。

(1) 图 2(a) 表明: 对于无空腔的圆锥形吸声器, 本文与文 2 预报结果相同 (2,3 两条曲线几乎重合), 设 $\alpha_c = 0.90$, 则它们预报的频率 $f_{ca} \approx 3.0$ kHz, 文 1 预报的 $f_{ca} \approx 2.5$ kHz, 说明三种方法对实心圆锥形吸声器的吸声系数的预报, 在大多情况下能满足精度要求, 因而三种方法对实心尖劈的吸声性能的预报是有效的。

(2) 图 2(b) 说明: 对于空腔圆锥形吸声器, 本文预报的 $f_{cb} \approx 1.4$ kHz, 然而文 1, 文 2 预报的 $f_{cb} \approx 8.0$ kHz, 由于受测量条件的限制, 虽然没有测得 3 kHz 以下的吸声系数值, 但从测量曲线变化趋势可推断实际频率 f_{cb} 比较低。理论研究已表明: 尖劈开空腔后, 首先是低频段的吸声性能得到改善, 显著的标志是频率 f_{cb} 应低于实心圆锥形吸声器的频率 f_{ca} , 即 $f_{cb} < f_{ca}$, 本文预报的结果正是反映了开腔的效果, 文 1 和文 2 预报的是 $f_{cb} \gg f_{ca}$, 显然不合理, 所以文 1, 文 2 的方法预报外形渐变的吸声器效果较好, 如果将它们移植到处理空腔结构的吸声问题, 误差较大。本文提出的方法不仅可预报外形渐变的实心吸声器而且能较好地预报外形渐变的含空腔的吸声器的吸声效果。

(3) 文 1 的计算模型是要求媒质声学特性变化满足 WKB 近似条件, 对于无空腔的圆锥, 其外部等效声学特性是渐变的, 因而能满足 WKB 近似条件, 所以计算效果较好; 而圆锥内部空腔突变处则不能满足该条件, 所以计算的误差较大。

2 含空腔平板吸声器的吸声性能预测

作为本方法应用实例, 对在建筑噪声控制和水下隐身技术应用广泛的含空腔平板吸声器的吸声性能作数值模拟。设阵列均匀结构的圆, 所以只数值模拟单个吸声器的吸声系数, 吸声器是 5 cm 厚的平板橡胶内含空腔的结构, 开空腔的平板橡胶粘贴在 2 mm 钢板上, 声波由水媒质入射 (见图 3)。

空气、水、钢板的物理参数见上述, 橡胶实测密度为 $1090 \rho(\text{kg}/\text{m}^3)$, 杨氏模量实部和损耗因子随频率变化测量数据的拟合公式为 (13) 式中的第 1, 2 式, (13) 式第 3 式是泊松比的设定值^[11,12]:

$$\begin{cases} E' = 1.102 \times 10^7 + 5447.2f - 3.515 \times 10^{-2}f^2, \\ \eta_E = 0.401 + 1.21 \times 10^{-4}f - 3.29 \times 10^{-9}f^2, \\ \sigma = 0.494, \quad \sigma' = 0.0. \end{cases} \quad (13)$$

数值模拟结果示于图 4, 其中曲线 1 为无空腔, 2—4 分别对应空腔原尺寸、空腔横向压缩 (图 3 中号筒

型空腔端口处半径缩小一半)、纵向压缩 (用橡胶填充图 3 中 AA' 以上的空腔, 吸声器总厚度不变) 时平板橡胶吸声器的吸声系数频响曲线。

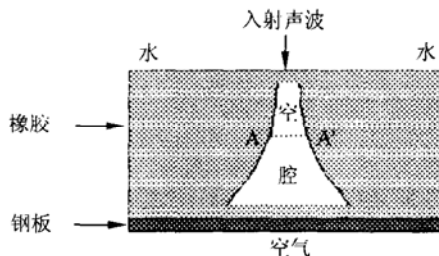


图 3 平板空腔吸声器结构示意图

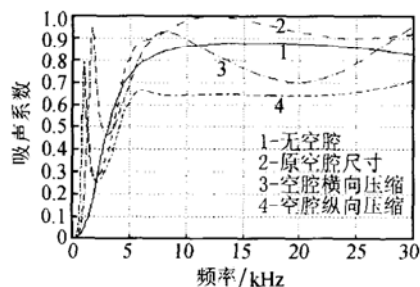


图 4 无空腔和含空腔平面橡胶吸声器吸声系数频响曲线模拟结果

模拟结果的分析:

根据声在分层媒质中传播理论, 可以认为吸声器的吸声性能除与基材声衰减有关外, 主要与声阻抗和声波入射媒质的特性阻抗匹配情况, 以及阻抗沿吸声器轴向变化梯度有关。基于这点下面分析图 4 所示结果。

(1) 由所示的橡胶参数可知, 它的声阻在大部分频率范围内高于声波入射媒质——水的特性阻抗, 采用空腔结构后其等效声阻下降使失配减小, 同时产生共振吸收, 因而相对无空腔结构吸声器其吸声性能得到提高 (比较曲线 1 与 2)。图 4 中曲线 4 是图 3 中 AA' 以上空腔被压缩后吸声系数频响曲线, 与原空腔结构的吸声性能 (曲线 2) 比较: 吸声性能在 5 kHz 以上显著下降, 5 kHz 以下略有下降, 这是因为去掉 AA' 上部空腔, 上部等效特性阻抗不再是渐变的, 而且与水失配增加, 因而高频段吸声性能显著下降, 同时由于保留 AA' 以下空腔, 空气、钢板与橡胶之间仍形成厚度共振吸收, 所以低频段吸收性能略受影响; 同样, 由于在层媒质中声反射系数频响曲线呈周期变化, 其中周期大小与层的厚度、声速有关, 号筒型空腔底部缩小会引起这些量等效数值的变化, 从而引起吸收频响曲线 3 呈较大的起伏形状, 并且共振峰向高频移动。

(2) 图 5 是含空腔平板橡胶吸声器的吸声系数测试结果, 其空腔形状、尺寸与数值模拟的相同, 橡胶参数值与数值模拟取值近似。图 4 的模拟结果 (曲线 2) 与图 5 的测量曲线比较显示, 模拟的吸声曲线与测量曲线在 12 kHz 以上吸声系数随频率变化规律相

似; 在 1~5 kHz 之间, 由于空气、钢板与橡胶之间形成厚度共振吸收, 模拟曲线出现共振吸收峰, 而测量曲线共振峰很小, 这是由于测量设备在 3 kHz 以下已测不准, 致使共振峰没有测出来; 5~12 kHz 吸声系数随频率变化规律模拟与实测结果不同, 这是因为共振吸收引起吸声系数频响曲线随频率起伏, 起伏形状与空腔尺寸、材料声速 (即材料物理参数) 有关, 所以可能试件 (吸声器) 的空腔实际尺寸与模拟尺寸有误差, 再者虽然模拟时橡胶的密度、杨氏模量值是取自实测值, 但泊松比是设定的, 可能两者泊松比的差异等因素引起两者的频响曲线在这个频段变化规律不同。综上所述表明本方法计算的结果与实验结果基本相符。

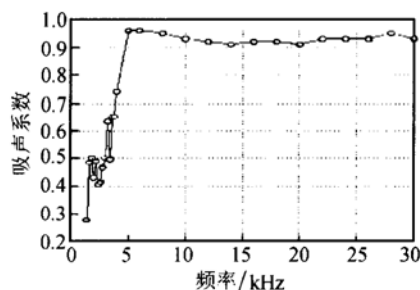


图 5 含空腔平面橡胶吸声器吸声系数频响曲线测试结果

3 结论

(1) 以粘弹体能量守恒方程为基础, 所导出的等效密度和弹性模量表达式成立的条件有较大的宽容性; 用导出的公式数值模拟空腔结构吸声器的吸声系数谱, 模拟结果能合理地反映空腔结构变化对吸声性能的影响, 原尺寸空腔结构吸声器的吸声系数计算值和实验结果比较表明, 模拟计算值和测量结果基本相符。用所给等效参量表达式和声波在分层吸收媒质中传播模型, 近似计算结构较复杂吸声器的吸声系数是一种可行的计算方法。

(2) 本近似计算方法, 可以计算声波沿任意方向入射的吸声器的吸声系数, 而且若忽略吸声器阵列中各个单元之间相互作用对吸收性能的影响, 可以计算吸声器阵列的吸声系数。

(3) 导出的等效密度、弹性模量表达式, 由此建立了基材的物理参数与吸声系数的关系, 为材料参数优化及研制新型吸声材料提供了一种可行的计算方法。

致谢

感谢系统工程研究所何元安研究员有益的讨论。

参 考 文 献

- 1 尚尔昌. 渐变吸收层反射率的近似式. 声学学报, 1965; 2(4): 192—197
- 2 赵松龄. 劈形吸声结构的研究. 同济大学学报, 1979(1): 96—104
- 3 何祚镛, 王 曼. 水下非均匀复合层结构吸声的理论研究. 应用声学, 1996; 15(5): 12—19
- 4 王仁乾, 马黎黎, 缪旭弘. 带空腔尖劈吸声器吸声性能的研究. 声学技术, 1999(4): 146—148
- 5 Backman J, Peltonen T, H.Möller. Improved anechoic chamber absorbers. 17th International Congress on Acoustics, Rome, 2001
- 6 朱维庆. 水声共振式吸声材料吸声机理. 声学学报, 1981; 3(2): 114—117
- 7 Ilinskii Y A, Bart Lipkens, Zaboloskaya E A, Energy Losses in an acoustical resonator. J. Acoust. Soc. Am., 2001; 109(5): 1859—1870
- 8 Anne-Christine, Hladky-Hennion, Jean-Noel. Decarpigny, Analysis of the scattering of a plane acoustic wave by a doubly periodic structure using the finite element method: Application to Alberich anechoic coatings. J. Acoust. Soc. Am., 1991; 90(7): 3356—3367
- 9 Anne-Christine, Hladky-Hennion, Jean-Noel Decarpigny. Note on the validity of using plane-wave type relations to characterize Alberich anechoic coatings. J. Acoust. Soc. Am., 1992; 92(5): 2878—2882
- 10 谭红波, 赵 洪, 徐海亭. 有限元法分析空腔周期分布粘弹性层的声特性. 声学学报, 2003; 28(3): 277—282
- 11 郭自强编著. 固体中的波. 地震出版社, 1982: 268—269
- 12 缪荣兴, 宫继祥编著. 水声无源材料技术概要. 浙江: 浙江大学出版社, 1995
- 13 王荣津等编著. 水声材料手册. 北京: 科学出版社, 1983