

自相似声压驱动下气泡的振动*

王文杰 陈伟中 姜李安 魏荣爵

(南京大学声学研究所近代声学国家重点实验室 南京 210093)

2003 年 3 月 24 日收到

2003 年 5 月 13 日定稿

摘要 单泡声致发光来自于气泡经过缓慢膨胀之后的急剧塌缩的过程，而这种急剧塌缩是高阶谐波振动的结果。基于线性叠加的思想，提出了自相似驱动的概念，即用与半径振动相似的声压来驱动气泡。数值模拟表明，自相似驱动声压能够有效地加剧气泡的塌缩过程。与正弦驱动比较，包含基波和二次谐波的自相似驱动显著地提高光辐射强度。这为多频最优化驱动提升发光强度提供了一个直观的物理图景，也给出了一种可用于实验的提升声致发光的方法。

PACS 数： 43.25, 43.75

Bubble oscillations driven by self-similar sound

WANG Wenjie CHEN Weizhong JIANG Lian WEI Rongjue

(Institute of Acoustics and State Key Laboratory of Modern Acoustics, Nanjing University Nanjing 210093)

Received Mar. 24, 2003

Revised May 13, 2003

Abstract Single-bubble sonoluminescence occurs at the rapid collapse of the bubble after a long and slow expansion, and the bubble oscillation in the higher harmonic modes leads to the rapid collapse. Based on the idea of linear superposition, the concept of self-similar driving, driving the bubble by the sound pressure similar to its oscillation, has been put forward. The numerical simulation indicates that the rapid collapse of the bubble can be enhanced under the drive of the self-similar sound. Compared to sinusoidal driving, the self-similar sound consisting of the fundamental and its second harmonic, results in a remarkable increase of light emission. The investigation gives an intuitionistic picture for the optimized multi-frequency driving and proposes an experimental method to upscale the sonoluminescence.

引言

在单泡声致发光(SBSL)的实验和理论研究中，通常采用单频超声来驱动气泡振动^[1,2]。最近的研究表明，改变驱动声压的形式能够有效地提高气泡的发光效率。Holzfuss 等利用基波和二次谐波驱动水-空气系统，发现在合适的相对幅度和相对相位上可以有效地提高 SBSL 的发光强度^[3,4]。Hargreaves 等人则利用不可公约的两个频率成份进行类似的工作，也发现声致发光强度是可优化的^[5]。我们使用一些常见的非简谐波^[6]，如三角波、方波，以及在简谐波上叠加脉冲^[7]等，进行了 SBSL 实验，结果表明声

致发光强度密切地依赖于驱动声压的波形。由于气泡运动的复杂性，人们很少对这种波形的相关性提出合理的解释。本文在 Rayleigh-Plesset 气泡动力学的框架里，根据大幅简谐驱动下的气泡振动情况，参考相关模型^[8]，提供与气泡半径的振动形状相似的多频驱动声压，研究其气泡动力学，并在等功率的前提下与单频声压驱动，以及最优化声压驱动的结果进行了比较。该工作的初始动机是基于对线性理论中的运动叠加原理的考虑。尽管由于非线性效应，在气泡的大幅振动中，线性叠加一般是无效的，但我们的结果表明：用与气泡半径运动形状相似的声压驱动气泡，能够有效地提高 SBSL 发光强度，驱动气泡振动的效果十分接近最优化条件下的驱动结果^[3-5]。这

* 国家自然科学基金项目(10174036)和教育部跨世纪优秀人才培养计划资助课题

样，我们在为最优化驱动提供了物理背景的同时，也提供了一种不必通过复杂的优化计算就可以得到有利于 SBSL 的最佳驱动声压波形的方法。本文下一节给出自相似驱动下的气泡动力学模拟结果；然后在第 2 节，将自相似驱动和最优化算法的结果进行比较；第 3 节讨论了气泡在自相似驱动下的形状稳定性问题；最后给出一个简单的小结。

1 自相似声压驱动下的气泡动力学

本文主要针对球形谐振腔的声致发光系统^[6]。根据线性声传播理论，这样的装置类似于一个声聚焦系统，在满足一定驻波条件下，波腹始终在谐振腔中心，不随时间变化。通常，声致发光所采用的谐振腔直径约为 7 cm，对应的驻波基频在 26.5 kHz 左右。由该基波及其高次谐波驱动所形成的声场的波腹均在谐振腔的中心。这样就保证了悬浮在谐振腔中心的气泡在振动过程中不会改变悬浮位置。

在球对称声压驱动下，不计重力等非球形因素，气泡作纯径向振动，可用 Rayleigh-Plesset 方程：

$$\begin{aligned} R \frac{d^2R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 &= \frac{1}{\rho_l} (P_g(R, t) - P_a(t) - P_0) + \\ \frac{R}{\rho_l c_l} \frac{d}{dt} [P_g(R, t) - P_a(t)] - \frac{2\sigma}{\rho_l R} - \frac{4\nu}{R} \frac{dR}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

来描述。其中 R 是气泡的半径， $P_g(R, t)$ 和 P_0 分别为气泡中的气体压强和液体外边界上的环境压强。本文中气泡内部的气体运动过程采用绝热假设，则：

$$P_g(R, t) = \left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0^3 - a^3}{R^3 - a^3} \right)^\gamma, \quad (2)$$

其中， R_0 是气泡的初始半径， a 是气体范德瓦尔斯排斥半径，通常取 $a = R_0/8.5$ ， γ 是绝热常数，对双原子气体 $\gamma = 1.4$ 。方程 (1) 中的 $P_a(t)$ 是驱动声压。它仅是时间的函数。如果只是单频驱动的话，一般采用如下形式：

$$P_a(t) = -P_a \sin(2\pi ft), \quad (3)$$

其中， P_a 是驱动声压幅度，在 SBSL 条件下 $P_a = 1.3$ atm。 f 是驱动频率，取作 26.5 kHz， ρ_l 和 c_l 分别为液体的密度和液体中的声速， ν 为运动粘性系数， σ 是表面张力系数。基于我们的实验条件，取 $P_0 = 1$ atm， $\rho_l = 1 \times 10^3$ kg/m³， $c_l = 1480$ m/s， $\nu = 1 \times 10^{-6}$ m²/s， $\sigma = 7.6 \times 10^{-2}$ N/m。

采用龙格-库塔法^[9]，取 $R_0 = 4.5$ μm，对方程 (1) — (3) 进行数值积分，计算气泡的半径 $R(t)$ 。我们考察了气泡半径的振动情况 $R(t)$ ，以及它的频率成分

(见图 1)，即对 $R(t)$ 作傅里叶展开：

$$R(t) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n), \quad (4)$$

其中 A_n 和 ϕ_n 分别是气泡半径振动中第 n 次谐波的幅度和相位， $f_n = nf$ 。从图 1 可以看到，在强声压下，气泡的振动(图 1(a) 实线)呈现出很强的非线性效应，气泡的半径振动和驱动声压(图 1(a) 虚线)没有任何的相似之处。在 SBSL 的一个声周期里，气泡半径缓慢增长到最大半径 R_{\max} ，然后急剧塌缩；SBSL 现象发生在此急剧塌缩的瞬间，气泡壁面的最大速度 v_{\max} 往往可以数倍于空气中的声速；气泡塌缩至最小半径 R_{\min} 后，急剧反弹；之后是一系列的高频小幅振荡。SBSL 正是这种缓慢膨胀而剧烈压缩的结果，小幅的线性振动是不能实现 SBSL 的，也就是说纯单频振动的气泡是不会发光的。因此，气泡第一次塌缩期间的参数 R_{\max} ， R_{\min} 和 v_{\max} 与气泡的发光强度是密切相关的。在 SBSL 的研究中，这 3 个参数是描述气泡塌缩剧烈程度的重要指标。 R_{\max} 和 v_{\max} 越大， R_{\min} 越小，则气泡的塌缩越剧烈，相应的 SBSL 的发光强度也越大。

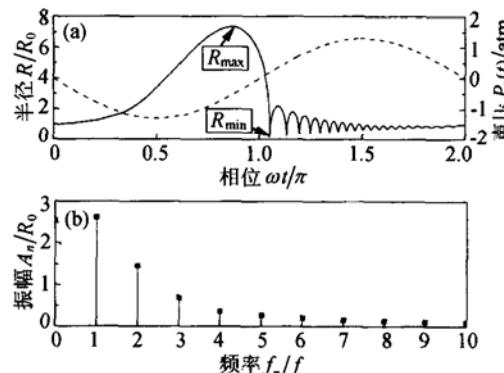


图 1 单频驱动下声致发光中的气泡振动

图 1(a) 是气泡半径随时间的变化关系。实线代表气泡半径，虚线代表驱动声压。图 1(b) 是气泡振动的幅频关系。

式 (3) 形式的驱动只为基频运动直接提供能量，高频谐波的能量是通过非线性效应从驱动中获得的。如果同时为高次谐波也直接提供能量，能不能进一步加剧气泡的 SBSL 所需要的非线性振动，进而提升发光强度？基于这个思想，我们直接利用气泡运动的频率信息来重构驱动声压的波形，引进自相似驱动声压的概念。我们的驱动声压取自气泡半径运动的形状，期望气泡振动中各个频率成分的能量主要来自于驱动声压中的相应频率成分。

自相似驱动声压波形可以表示为：

$$P_e(t) = - \sum_{n=1}^N P_n \cos(2\pi f_n t + \phi_n), \quad (5)$$

其中 P_n 是第 n 次谐波声压的幅度, 它满足:

$$P_n \propto A_n, \quad (n = 1, 2, \dots, N). \quad (6)$$

对于完全的自相似驱动, 则 $N \rightarrow \infty$ 。由于高阶频率成分的幅度衰减较快, 在实际计算中, 无穷求和被截断到有限阶, $N = 2, 3, \dots$ 。 N 的大小取决于所要求的自相似的精度。为了进行有意义的比较, 使自相似驱动声压的功率和单频的驱动声压功率相等, 即:

$$P_e^2 \equiv \sum_{n=1}^N P_n^2 = P_a^2. \quad (7)$$

用式(5)的声压 $P_e(t)$ 取代式(3)的 $P_a(t)$ 来驱动气泡的振动。固定 $P_e = 1.3 \text{ atm}$, 取 $N = 2$, 重新计算气泡的振动。由于单一频率的驱动被多频复合声压所取代, 因此气泡振动的频谱也发生了相应的改变。我们采用迭代的方法, 重复利用气泡振动的新波形来形成驱动声压的波形, 使得气泡的振动和声压的形式都趋于一个稳定的形状。双频自相似驱动只需要 3 次迭代就趋于稳定。当然, 这个迭代次数随阶数 N 的增大而增大, 比如, 三频自相似驱动需要 5 次迭代才稳定。

计算数据表明, 在 R_{\max} 增大的同时, v_{\max} 增大, R_{\min} 减小。图 2 给出了所用的双频自相似驱动声压和相应的气泡振动情况。这时, 气泡膨胀的最大半径 R_{\max} 接近两倍的单频驱动时的值。这预示着前者的气泡塌缩的剧烈程度要显著地强于后者, 当然相应的发光强度也增强^[5]。

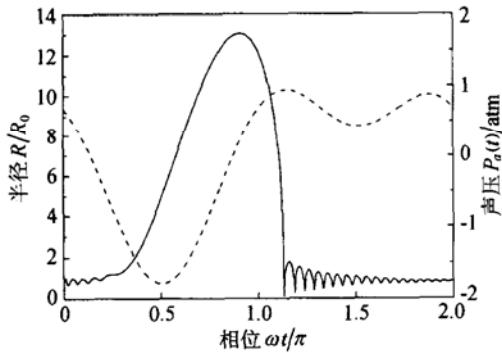


图 2 双频自相似声压驱动下的气泡振动

实线代表气泡半径, 虚线代表驱动声压

对同样的气泡, 还计算了 1-2-3f 三频 ($N = 3$), 1-2-3-4f 四频 ($N = 4$), ..., 1-2-...-10f 十频 ($N = 10$) 组合的自相似驱动声压的效果。结果表明, 在等功率驱动的前提下, 相对单频驱动, 自相似驱动下的 R_{\max} 和 v_{\max} 都显著增大, R_{\min} 显著减小, 这表明气泡的塌缩剧烈程度得到提高; 随着 N 的增加, R_{\max} 和 v_{\max} 增加, R_{\min} 减小; 当 $N = 3$ 时, 三者同时达到最大(小)值; 然后 R_{\max} 和 v_{\max} 减小, 同时 R_{\min}

增大, 最后趋向稳定的值。图 3 列出了 R_{\min} 和 v_{\max} 随 N 的变化关系。

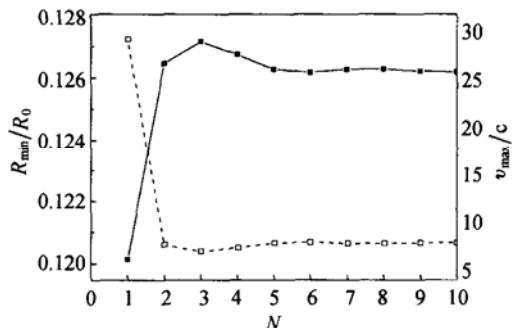


图 3 不同阶数的自相似驱动下, 气泡塌缩的最小半径 R_{\min} 和气泡壁的最大速度 v_{\max} 空心方框代表 R_{\min}/R_0 , 实心方框代表 v_{\max}/c , $c = (340 \text{ m/s})$ 是空气中的声速。

这里可以看出, 过于精确的自相似驱动并不能持续地提高气泡首次塌缩的剧烈程度, 相反会因为能量转移到高次(3 阶以上)谐波而削弱了首次塌缩的剧烈程度。自相似驱动里谐波的数目 N 存在最佳值, 在该值下的自相似驱动波形能够最大程度地提高气泡首次塌缩的剧烈程度。

当然, 在 SBSL 中, 气泡的初始平衡半径 R_0 不是实验中可以直接调控的物理量, 在通常的实验条件下, 可以实现 SBSL 的气泡, 其初始半径在 $4.5 \mu\text{m}$ 左右。我们对初始半径 R_0 从 $2 \mu\text{m}$ 到 $8 \mu\text{m}$ 的气泡做与上面类似的自相似驱动, 计算结果表明, 在等功率的自相似驱动下, 气泡的最小塌缩半径 R_{\min} 较单频驱动下更接近气泡的范德瓦尔斯排斥半径 a ; 而且同样的, $N = 3$ 的自相似驱动波形是最佳的(图 4)。总体上, 任意阶($N \geq 2$)的自相似驱动声压普遍都能够有效地提高 R_{\max} 和 v_{\max} , 减小 R_{\min} 。这意味着, 比较单频驱动, 等功率下的自相似驱动使得气泡塌缩的剧烈程度增加了, SBSL 的发光效率得到了提高。

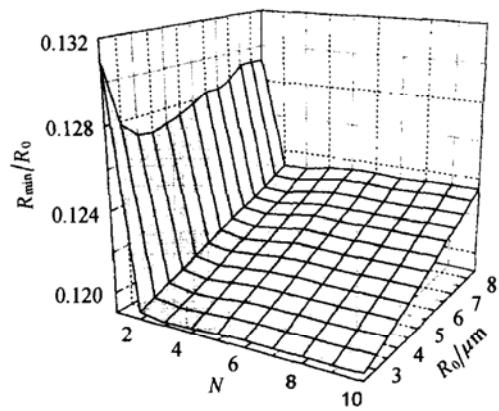


图 4 不同阶数的自相似驱动下, 不同初始半径的气泡塌缩的最小半径 R_{\min}

2 自相似驱动和最优化驱动的比较

不同的声压波形对气泡振动的影响很大。我们已经从实验和数值两个方面研究了常见的非简谐波对单泡声致发光的影响^[6], 并且发现了在简谐波的基础上加一个合适的脉冲, 可以提升声致发光的强度^[7]。但是, 如果用参数 R_{\min} , R_{\max} 和 v_{\max} 来衡量的话, 这些波形还不是具有最佳驱动效率的驱动波形。在保持驱动功率恒定的情况下, 以 R_{\min} 的最小化(或 R_{\max} 和 v_{\max} 的最大化)为目标^[2], 将驱动声压中的谐波幅度和相位跑动, 可以计算出最优化驱动的形式。前面已经看到, 自相似驱动能够很好地加剧气泡的塌缩, 那么, 它与最优化驱动有什么关系呢?

考察双频驱动形式:

$$P_e(t) = -[P_1 \sin(2\pi ft) + P_2 \sin(4\pi ft + \phi)], \quad (8)$$

其中, P_1 和 P_2 满足式(7), ϕ 是相对相位。用 $P_e(t)$ 取代式(1)的 $P_a(t)$, 这样方程式(1), (2) 和 (8) 构成了一个完整的双频声压驱动下的气泡动力学问题。仍然取气泡初始半径 $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$, 对任何一组 P_1 , P_2 和 ϕ 都能容易地得到气泡运动的各种物理量。若以 R_{\min} 的最小化为目标, 利用最优化算法(多维下降单纯形)^[9]可以得到最优化的参数 P_1 , P_2 和 ϕ 值。若采取 1-2f 双频自相似驱动, 也可以得到驱动波形稳定后的一套参数 P_1 , P_2 和 ϕ 值。这两套参数不完全相同, 但是很接近, 而且两种驱动下得到的 R_{\min} 基本上没有差别。

表 1 最优化和自相似驱动参数比较

双频驱动模式	P_1/atm	P_2/atm	P_e/atm	ϕ/deg	R_{\min}/R_0
最优化驱动	1.0248	0.7999	1.3	258.7	0.1205
自相似驱动	1.1400	0.6247	1.3	263.3	0.1206

进一步分析两套参数下的气泡振动情况, 比较两套参数下气泡振动的频谱(图 5)。

从气泡振动的频谱可以看出, 气泡振动中的高频成分幅度很小, 气泡振动的能量主要集中在低阶的谐波成分上。因此, 根据式(4), 气泡振动的基本形状可以由前有限阶的谐波叠加来描绘。图 5 表明, 气泡振动的前几阶频率成分是一致的, 因此可以说两者对气泡的驱动效果基本是一样的。这样, 对于双频驱动的形式, 用自相似驱动代替最优化驱动, 能够得到相同的气泡振动, 同样达到最优化的效果。

我们进一步计算了三频、四频、... 直至十频最优化波形驱动下气泡的最小塌缩半径 R_{\min} 和气泡壁

的最大塌缩速度 v_{\max} 。数值计算表明, 随着驱动里谐波数目的增加, SBSL 的发光强度仅有微小的改善^[3]。从图 6 也可以看到, 随着 N 的增大, R_{\min} 和 v_{\max} 的改善越来越不明显, 基本趋于稳定。因此, 在实际中, 一般优化只包含基波和二次谐波的双频驱动声压来提高 SBSL 的发光效率。另外, 引入更高阶的谐波往往会导致声场更复杂, 不利于气泡的稳定^[5]; 并且为了引入高阶谐波, 还必须解决换能器的频响问题^[10]。由于双频自相似声压驱动气泡的效果和最优化的双频声压驱动基本相同, 这意味着在实验上, 完全可以用自相似驱动取代最优化驱动。另外, 在实际的 SBSL 实验中, 即使是对于简单的双频驱动, 能够提升 SBSL 发光强度的最佳幅度和最佳相位往往不同于理论计算值^[3], 而是需要通过参数遍历来获取。相应的, 在 SBSL 实验中, 利用 Mie 散射的方法可以方便地测得气泡的半径^[10]。只要通过一个 FFT 运算就可以得到自相似驱动的波形, 可见自相似驱动更具可操作性。

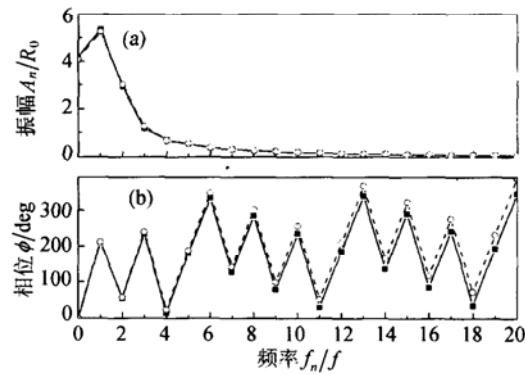


图 5 自相似驱动和最优化驱动下气泡振动频谱的比较

图 5(a) 是气泡半径振动的幅频关系, 图 5(b) 是气泡半径振动的相频关系。自相似声压驱动下气泡振动的频谱用实心方框表示, 最优化声压驱动下气泡振动的频谱用空心圆点表示。

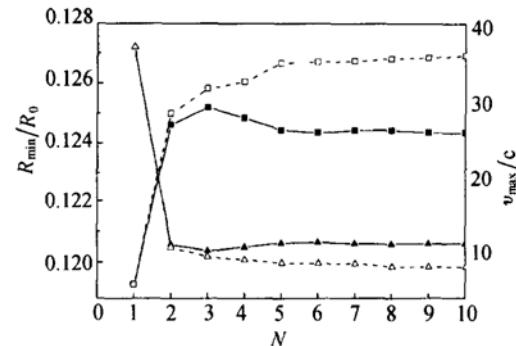


图 6 自相似声压驱动和最优化声压驱动的比较

实线代表自相似驱动, 虚线代表最优化驱动;
三角标记表示 R_{\min}/R_0 , 方框标记表示 v_{\max}/c 。

当然, 自相似程度高的驱动并不能进一步地提高 SBSL 的发光强度, 这和最优化不同。这是因为对

于 SBSL 来说, 参数 R_{\max} , R_{\min} 和 v_{\max} 是衡量其发光程度的重要指标, 而气泡振动中的各个谐波对于优化这三个参数的贡献是不一样的。随着驱动的自相似程度的提高, 驱动里的一部分能量直接提供给气泡振动的高次谐波, 气泡振动的高次谐波得到了加强, 但是, 反映气泡第一次塌缩剧烈程度的参数 R_{\max} , R_{\min} 和 v_{\max} 并没有进一步改善, 反而因为功率守恒而导致下降。这表明, 气泡振动中的前三阶的频率成分的加强, 对于参数 R_{\max} , R_{\min} 和 v_{\max} 的优化很重要。这点也可以从最优化波形驱动下气泡振动的幅频图里看出, 与纯单频驱动比较, 气泡振动中的前三阶频率成分的幅度得到大幅的提升, 而更高阶的谐波成分的幅度改变微小。

3 自相似驱动下气泡的稳定性分析

自相似声压驱动加剧了气泡第一次塌缩的剧烈程度, 现在我们简单地分析一下自相似声压驱动下气泡形状的稳定性。气泡的形状扰动可以表示为:

$$\hat{R} = R(t) + \sum_{n=2}^{\infty} a_n(t) Y_n(\theta, \varphi), \quad (9)$$

其中, $R(t)$ 和 $\hat{R}(t)$ 分别是气泡受扰动前和受扰动后的半径, θ 和 φ 是原点在气泡中心的球坐标系里的空间变量, $Y_n(\theta, \varphi)$ 是 n 阶球谐函数, $a_n(t)$ 是形状扰动的幅度, 满足 $|a_n(t)| \ll R(t)$ 。我们采用边界层模型^[11], 得到关于 $a_n(t)$ 的支配方程:

$$\frac{d^2 a_n}{dt^2} + B_n(t) \frac{da_n}{dt} - A_n(t) a_n = 0, \quad (10)$$

其中:

$$A_n(t) = (n-1) \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} - \frac{\beta_n \sigma}{\rho_l R^3} - \left[(n-1)(n+2) + 2n(n+2)(n-1) \frac{\delta}{R} \right] \frac{2\nu}{R^3} \frac{dR}{dt}, \quad (11)$$

$$B_n(t) = \frac{3}{R} \frac{dR}{dt} + \left[(n+2)(2n+1) - 2n(n+2)^2 \frac{\delta}{R} \right] \frac{2\nu}{R^2}, \quad (12)$$

其中 $\beta_n = (n-1)(n+1)(n+2)$, 边界层厚度 $\delta = \min\{\sqrt{\nu/\omega}, R/2n\}$, $\omega = 2\pi f$ 。这样, 气泡的稳定性由形状扰动 $a_n(t)$ 的演化决定。如果 $a_n(t)$ 经过若干周期不断放大, 则意味着气泡破裂; $a_n(t)$ 不断衰减趋向于零, 则气泡稳定。当然, 由于边界层模型本身的局限性, 使得根据该模型计算出来的稳定性参数空间比实际的要小^[12]。在 SBSL 中, 一般 $n = 2$ 的形状扰动是最不稳定的^[11], 因此我们只研究 a_2 的演化。我们比较气泡在单频声压驱动和双频自相似声压驱动下的稳定性参数空间(图 7)。

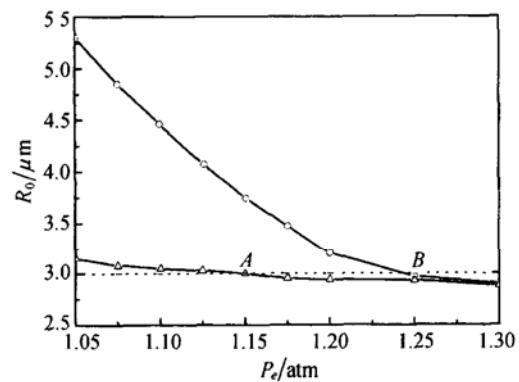


图 7 稳定的声致发光参数空间

在单频驱动下, 气泡在圆心连线下方的参数区域是稳定的。在双频自相似驱动下, 气泡在三角连线下方的参数区域是稳定的。圆心和三角标记表示临界点。

从图 7 可以看出, 在低声压下, 双频自相似驱动的气泡半径稳定区域较单频驱动下的小, 但随声压的增大, 两者之间的差别减小。我们进一步考察 $R_0 = 3 \mu\text{m}$ 的气泡在自相似驱动和单频驱动下的声压上限 P_e^A 和 P_e^B (图 7 上 A 点和 B 点)。计算表明 $P_e^A \approx 1.15 \text{ atm}$, $P_e^B \approx 1.25 \text{ atm}$, 这说明相比单频驱动, 自相似(多频)驱动下的气泡只能承受较小的声压, 似乎不利于 SBSL。具体计算两个声压上限上气泡第一次塌缩的剧烈程度: 在自相似的 P_e^A 下, $R_{\max}^A/R_0 = 13.678$, $R_{\min}^A/R_0 = 0.120$, $v_{\max}^A/c = 26.989$; 在单频的 P_e^B 下, $R_{\max}^B/R_0 = 5.726$, $R_{\min}^B/R_0 = 0.137$, $v_{\max}^B/c = 2.29$ 。可见, 在较小的 P_e^A 上, 自相似驱动导致了气泡更为剧烈的塌缩, 所以, 反过来, 自相似驱动更为有利于 SBSL。实际上, 气泡的形状稳定性主要取决于气泡运动的剧烈程度, 而和造成气泡的驱动功率没有直接关系。在这种意义上, 驱动声压上限的下降, 正好说明了自相似驱动有更高效的能量转换效率。

当然, 在实际实验系统中, 高阶谐波的引入可能会造成气泡稳定性的降低, 但是这种不稳定性主要来自气泡悬浮位置的不稳定, 其原因是谐振腔的形状不是理想的球对称和驻波声场的复杂性。

4 小结

目前的 SBSL 的研究表明, 通过优化驱动声压的形式能够显著地提升 SBSL 的发光强度。数值上, 人们通常利用最优化算法来得到最佳的驱动声压形式。但是这种方法随着阶数的增多, 计算量会迅速增大, 所得的结果也通常不能直接应用于实际的实验过程中^[3]。实验通常只是在驱动声压的基波上加一个二次谐波。调试其最佳的组合模式需要遍历整个参数

域, 这往往很困难。我们的研究表明, 自相似驱动声压能够有效地提高 SBSL 的发光效率, 尤其低阶的自相似驱动的效果等效于最优化驱动。自相似驱动增强了气泡振动的相应谐波分量, 加剧的是气泡整体的振动, 但是提升 SBSL 的发光强度需要的仅是加剧气泡第一次塌缩的剧烈程度, 而不是气泡的整体振动。所幸的是, 低阶的自相似驱动有效地增强了气泡振动的前三阶频率成分, 而且相应地加强了气泡第一次塌缩的剧烈程度。这样, 自相似驱动也为最优化的驱动提供了一个直观的物理解释。由于自相似驱动可以简单的实现, 所以, 自相似驱动将是在实际中提高 SBSL 发光效率的一个有效手段。当然, 本文中是采用气泡动力学中的三个物理量来衡量 SBSL 的发光强度, 实际上, 影响 SBSL 发光强度的物理、化学的因素还有很多, 气泡动力学的因素只是其中一个重要因素, 因此我们需要进一步从实验上检验我们的理论。

参 考 文 献

- 1 Gaitan D F, Crum L A, Church C C, Roy R A. Sonoluminescence and Bubble dynamics for a single,stable cavitation bubble. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1992; **91**(6): 3116—3188
- 2 汪承颤等. 单一空化泡的电磁辐射和光辐射. 声学学报, 1964; **1**(2): 60—68
- 3 Holzfuss J, Ruggeberg M, Mettin R. Boosting Sonoluminescence. *Physical Review Letters*, 1998; **81**(9): 1961—1964
- 4 Moraga F J et al. Role of very-high-frequency excitation in single-bubble sonoluminescence. *Physical Review E*, 2000; **62**(2): 2233—2237
- 5 Hargreaves K, Matula T. The radial motion of a sonoluminescence bubble driven with multiple harmonics. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2000; **107**(3): 1774—1776
- 6 Chen W Z, Chen X, Lu M J, Miao G Q, Wei R J. Single bubble sonoluminescence driven by non-simple-harmonic ultrasounds. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2002; **111**(6): 2632—2637
- 7 Chen W Z, Chen X, Lu M J, Miao G Q, Wei R J. Effects of pulse drive on singlebubble sonoluminescence. *Chinese Physics Letters*, 2001; **18**(8): 1126—1128
- 8 钱梦霖等. 单泡声致发光中气泡的动力学特性——振子模型. 声学学报, 2002; **27**(4): 289—294
- 9 Press W H et al. Numerical Recipes in C(2nd ed). Cambridge University Press, Cambridge, England : 1992
- 10 陈溪. 单泡声致发光. 南京大学硕士毕业论文, 2000
- 11 Brenner M P, Lohse D, Dupont T F. Bubble shape oscillations and the onset of sonoluminescence. *Physical Review Letters*, 1995; **75**(5): 954—957
- 12 Wu C C, Roberts P H, Bubble shape instability and sonoluminescence. *Physics Letter A*, 1998; **250**(1-3): 131—136