

Pekeris 波导中简正波声强流及其互谱信号处理^{*}

惠俊英 孙国仓 赵安邦

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

2007 年 7 月 21 日收到

2008 年 1 月 7 日定稿

摘要 探讨了 Pekeris 波导中声压场和质点振速场的联合描述, 尤其关注垂直声强流的分析。研究表明, 由于各阶简正波的干涉作用, 水平和垂直声强流均既有有功分量, 亦有无功分量。低频声场的垂直声强流的无功分量虽不参与声能的输运, 当单个声矢量传感器做适当放置后却可用以判断声源的特定深度。这对于矢量信号处理是有意义的。给出了声压和质点振速联合互谱处理进行目标判别的算法。

PACS 数: 43.30, 43.60

Normal mode acoustic intensity flux in Pekeris waveguide and its cross spectra signal processing

HUI Junying SUN Guocang ZHAO Anbang

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University Harbin 150001)

Received Jul. 21, 2007

Revised Jan. 7, 2008

Abstract The layered media normal mode theory has been well established in the middle of the last century, but few attentions have been paid to the particle velocity field. The combined descriptions of the pressure field and particle velocity field in Pekeris waveguide, especially the vertical acoustic intensity flux are proposed. The result of the study shows that either the horizontal or vertical acoustic intensity flux has both active and reactive component because of the interference between the normal modes. When an acoustic vector sensor is placed appropriately, the reactive component of the vertical acoustic intensity flux in low frequency acoustic field can be used to tell the source's specified depth, although it can't transport energy. Then the reactive component of the vertical acoustic intensity flux is of importance for vector signal processing. The pressure and particle velocity cross spectra signal processing algorithm is proposed to distinguish the targets.

引言

20 世纪中叶, 浅海分层介质点源声场的简正波理论已成熟^[1-6], 但都仅关心声压场, 少有人问津其质点振速场。该理论认为声场是简正波和侧面波之和, 后者随距离增加急剧衰减, 在远距离处波导简正波(实数本征值对应的那部分)决定了接收点声场; 简正波在水平方向上是行波, 在垂直方向上是驻波, 即认为声能仅沿着水平方向输运; 标量声强度为 $I = \langle p^2(t) \rangle / \rho c$ 。 $\langle p^2(t) \rangle$ 为声压平方的时间平均, ρc 为

介质声阻抗。分层介质声传播理论推动了 20 世纪 60 年代以后水声技术的飞速发展。恰值该理论成熟之际, 矢量传感器、矢量声学 and 矢量信号处理技术方才起步, 继后, 在 20 世纪 90 年代受到国内学界的关注。相对于标量场声压 p , 同时关注声压和质点振速 v (下文简称振速)的声学称为矢量声学^[7]。矢量声学认为描述声场特性(除了所谓简单声场外)须用 p 和 v , 仅用 p 不能全面地描述声场特性; 声强度的根本的定义是通过单位面积的平均有功声强流 $\langle \text{Re}(pv^*) \rangle$ 。这里 $\text{Re}(\cdot)$ 表示取实部, 上标 $*$ 表示复共轭。

^{*} 国防科技重点实验室基金(9140C200101080C2005)和哈尔滨工程大学基础研究基金(HEUFT07072)资助项目

本文讨论了浅海声传播的最简单的模型,即 Pekeris 波导中点源声场简正波的声强流,不但讨论有关表述及其特性,更为关注的是从物理上为矢量信号处理技术提供基础性的分析。关注基于声强流分析的低频 (70 Hz 以下) 声压 p 、振速垂直分量 v_z 的互谱分析的目标判别原理,用于确定目标的特定深度。

1 Pekeris 波导中点源声压场

为行文需要,扼要引述简正波理论^[6]。

如图 1 示,水层中介质是均匀的,密度为 ρ_1 ,声速为 c_1 。在柱坐标系中,海面为 $z = 0$ 平面,海底为 $z = H$ 平面, z 轴正方向垂直指向下。点源位于 $[0, z_0]$,接收点位于 $[r, z]$, r 为水平距离。海底介质声阻抗为 $\rho_2 c_2$;海面为绝对软界面,其上声压为零。点源辐射谐和声波,时间因子为 $e^{-j\omega t}$, ω 为角频率。

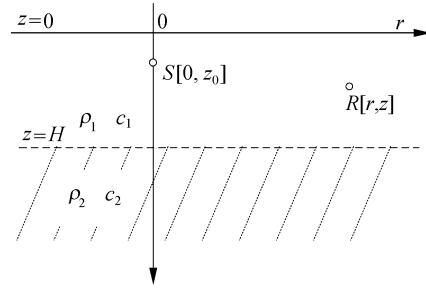


图 1 Pekeris 波导示意图

声场为简正波和侧面波之和,在较远处可仅考虑波导简正波。

水层中简正波的质点振速势函数为^[6]:

$$\varphi(r, z_0, z) = 2\pi j \sum_n \sin(\beta_{1n} z) F(z_0, \xi_n) H_0^{(1)}(\xi_n r), \quad (1)$$

$$0 \leq z \leq H$$

上式省略了时间因子, $H_0^{(1)}(x)$ 为第一类零阶 Hankel 函数, 其中:

$$F(z_0, \xi_n) = \frac{\beta_{1n} \sin(\beta_{1n} z_0)}{\beta_{1n} H - \sin(\beta_{1n} H) \cos(\beta_{1n} H) - b^2 \tan(\beta_{1n} H) \sin^2(\beta_{1n} H)}, \quad (2)$$

且有 $\beta_{1n} = \sqrt{k_1^2 - \xi_n^2}$, $b = \rho_1/\rho_2$, $k_i = \omega/c_i$ ($i = 1, 2$), n 为简正波的序号, ξ_n 为第 n 阶本征值, 它是下面的本征方程的根:

$$x \cos x - j b \sqrt{x^2 - \sigma^2} \sin x = 0, \quad (3)$$

其中:

$$x = \beta_{1n} H, \quad \sigma^2 = (k_1^2 - k_2^2) H^2. \quad (4)$$

每一阶简正波都对应一个截止频率 f_n , 即当声压频率 $f < f_n$ 时, 第 n 阶波导简正波不能被声源激发。有^[6]:

$$f_n = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right) c_1 c_2}{2H \sqrt{c_2^2 - c_1^2}}. \quad (5)$$

2 简正波的声强流

由式 (1) 得声压 p 为:

$$p(r, z_0, z) = 2\pi\omega\rho_1 \sum_n \sin(\beta_{1n} z) F(z_0, \xi_n) H_0^{(1)}(\xi_n r) \approx$$

$$e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \omega\rho_1 \sum_n \sqrt{\frac{1}{\xi_n}} \sin(\beta_{1n} z) F(z_0, \xi_n) e^{j\xi_n r} \quad (6)$$

上式中最后对 Hankel 函数作了大宗量渐近展开。

振速 $\mathbf{v}$ 与声压 p 的关系为:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p. \quad (7)$$

注意到时间因子为 $e^{-j\omega t}$, 所以上式为:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{j\omega\rho} \nabla p = \frac{1}{j\omega\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i} + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{k} \right]. \quad (8)$$

因为声场是柱对称的, 所以上式中与水平方位角有关的项为零。

对式 (6) 求导数后代入式 (8) 得到振速水平分量 v_r 为:

$$v_r \approx e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \sum_n \sqrt{\xi_n} \sin(\beta_{1n} z) F(z_0, \xi_n) e^{j\xi_n r}. \quad (9)$$

振速的垂直分量 v_z 为:

$$v_z \approx -j e^{-j\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{8\pi}{r}} \sum_n \sqrt{\frac{1}{\xi_n}} \beta_{1n} \cos(\beta_{1n} z) F(z_0, \xi_n) e^{j\xi_n r}. \quad (10)$$

声强流水平分量为:

$$I_r = p v_r^* \approx \frac{8\pi\omega\rho_1}{r} \sum_n \sin^2(\beta_{1n} z) F^2(z_0, \xi_n) +$$

$$\frac{8\pi\omega\rho_1}{r} \sum_{n, n \neq m} \sum_m \sin(\beta_{1n} z) \sin(\beta_{1m} z) F(z_0, \xi_n)$$

$$F(z_0, \xi_m) \sqrt{\frac{\xi_m}{\xi_n}} \{ \cos[(\xi_m - \xi_n)r] + j \sin[(\xi_m - \xi_n)r] \} \quad (11)$$

上式右边第 1 项为实数, 它是各阶简正波单独自身的水平声强流, 它是有功声强流 (实数)。这是说就每阶简正波单独自身而言, 它在水平方向输运能量, 在水平方向是行波。但式 (11) 的第 2 项是复

数, 这表明由于多阶简正波的相互干涉, 水平声强流既有有功分量又有无功分量, 说明即使就简正波声场来说, 它也具有矢量声场特性的表现。

水平声强流有功分量 I_{rA} 和无功分量 I_{rR} 分

$$I_z = pv_z^* \approx j \frac{8\pi\omega\rho_1}{r} \sum_n \frac{\beta_{1n}}{\xi_n} \sin(\beta_{1n}z) \cos(\beta_{1n}z) F^2(z_0, \xi_n) + j \frac{8\pi\omega\rho_1}{r} \sum_{n,n \neq m} \sum_m \frac{\beta_{1m}}{\sqrt{\xi_n \xi_m}} \sin(\beta_{1n}z) \cos(\beta_{1m}z) F(z_0, \xi_n) F(z_0, \xi_m) \{ \cos[(\xi_m - \xi_n)r] + j \sin[(\xi_m - \xi_n)r] \} \quad (13)$$

上式中的第 1 项为虚数, 表明各阶简正波单独自身的垂直声强流是无功的, 但上式第 2 项为复数, 由于多阶简正波的交叉干涉, 在 z 轴方向 (垂直方向) 也有有功声强流, 将在某些距离段处声能在垂直方

别为:

$$I_{rA} = \text{Re}(pv_r^*), \quad I_{rR} = \text{Im}(pv_r^*) \quad (12)$$

垂直声强流为:

向有输运现象, 这加深了对简正波声场的理解。

垂直声强流有功分量 I_{zA} 及无功分量 I_{zR} 分别为:

$$I_{zA} = \text{Re}(pv_z^*) = \frac{8\pi\omega\rho_1}{r} \sum_{n,n \neq m} \sum_m \frac{\beta_{1m}}{\sqrt{\xi_n \xi_m}} \sin(\beta_{1n}z) \cos(\beta_{1m}z) F(z_0, \xi_n) F(z_0, \xi_m) \sin[(\xi_m - \xi_n)r], \quad (14)$$

$$I_{zR} = \text{Im}(pv_z^*) = \frac{4\pi\omega\rho_1}{r} \sum_n \frac{\beta_{1n}}{\xi_n} \sin(2\beta_{1n}z) F^2(z_0, \xi_n) + \frac{8\pi\omega\rho_1}{r} \sum_{n,n \neq m} \sum_m \frac{\beta_{1m}}{\sqrt{\xi_n \xi_m}} \sin(\beta_{1n}z) \cos(\beta_{1m}z) F(z_0, \xi_n) F(z_0, \xi_m) \cos[(\xi_m - \xi_n)r]. \quad (15)$$

声强流的无功分量虽然不输运能量, 却是声场的重要特性之一。从信号处理的角度看, 它仍然携带了声场的重要信息。水平声强流和垂直声强流的无功分量和有功分量在低频时的定量分析参见下节。

3 低频声强流特性

从物理意义来看, 有功分量参与声能输运, 是水声传播研究的重点。无功分量并不输运声能, 但在矢量信号处理中, 无功分量一样可用于声信号检测和目标分类、识别。为服务于后一目的, 首先需要了解无功分量的特性。这里着重分析低频垂直声强流无功分量的特性, 它示于式 (15)。

条件: 海深 $H = 100$ m, $c_1 = 1480$ m/s, $c_2 = 1550$ m/s, $b = \rho_1/\rho_2 = 1/1.723$, 频段为 70 Hz 以下的低频声波, 点源辐射单频谐波和声波。

根据式 (5) 和上述条件, 计算得到截止频率 f_n 值, 列于表 1。

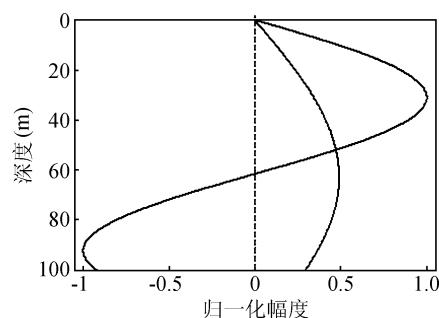
表 1 浅海水层中各阶简正波的截止频率

n 阶	1	2	3	4	5
f_n (Hz)	12.5	37.4	62.3	87.2	112.1

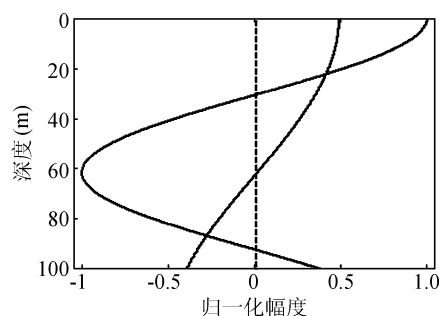
当声源的声波频率在表 1 所列的 f_2 和 f_3 之间时, 浅海中只存在头二阶简正波。本征值的精度对声场的解算至关重要, 以 50 Hz 为例, 解得 $\beta_{11} = 0.02501634836221$, $\beta_{12} = 0.05109931544741$, $\xi_1 =$

0.21079051027606, $\xi_2 = 0.20602746629668$ 。对应的头二阶简正波在垂直方向的声压振幅和振速振幅分布分别如图 2(a) 和图 2(b) 所示。

对应于频率为 50 Hz 的声波, 当接收矢量传感器分别位于 $z = 36$ m, 38 m, 40 m 处时, 若声源的深度从水面 $z_0 = 0$ m 变化到海底 $z_0 = 100$ m 处, 接收到的垂直声强流的无功分量的正负号分别如图 3(a)、



(a) 头二阶简正波声压幅度分布



(b) 头二阶简正波振速幅度分布

图 2 头二阶简正波的声压、振速在垂直方向的振幅分布 (50 Hz)

图 3(b) 和图 3(c) 所示, 图中纵坐标表示声源的深度, 横坐标表示的是接收点距离声源的水平距离, 黑色表示负号区域, 白色表示正号区域。从图中可以看出, 当源深度变动时, 接收到的垂直声强流无功分量的正负号呈有规律地变动。对于频率分别为 40 Hz 和 60 Hz 的声波, 类似的结果分别示于图 3(d)、图 3(e)、图 3(f) 和图 3(g)、图 3(h)、图 3(i)。综合这三种位于截止频率 f_2 和 f_3 之间的声波在接收点的垂直声强流无功分量的特性, 如选取 $z = 38$ m 为接收矢量传感器的布放位置, 设 $z_0 = 40$ m 为“临界深度”, 则可以由垂直声强流的无功分量的正负判断目标相对于临界深度的位置。就本例而言, 为保证航行

安全, 目标不可能在大于 80 m 的深度航行, 这样可根据目标航行深度与临界深度的关系将目标分为两类。需要特别指出的是接收传感器的放置深度并非任意的, 就本例而言可以看出其放置深度以 38 m 为宜, 但对深度的精度要求并不高。

由第 2 节可知声强流在水平方向和垂直方向均不仅有有功分量, 也有无功分量。设接收矢量传感器位于 $z = 38$ m 处, 与声源的水平距离为 4 km, 当频率为 50 Hz 的声源在海深度范围内变化时, 接收到的声强流的各分量如图 4(a) 所示, 图中各分量的大小已按水平声强流的有功分量 I_{rA} 的最大值作了归一化处理, I_{rR} , I_{zA} , I_{zR} 分别表示水平声强流的无

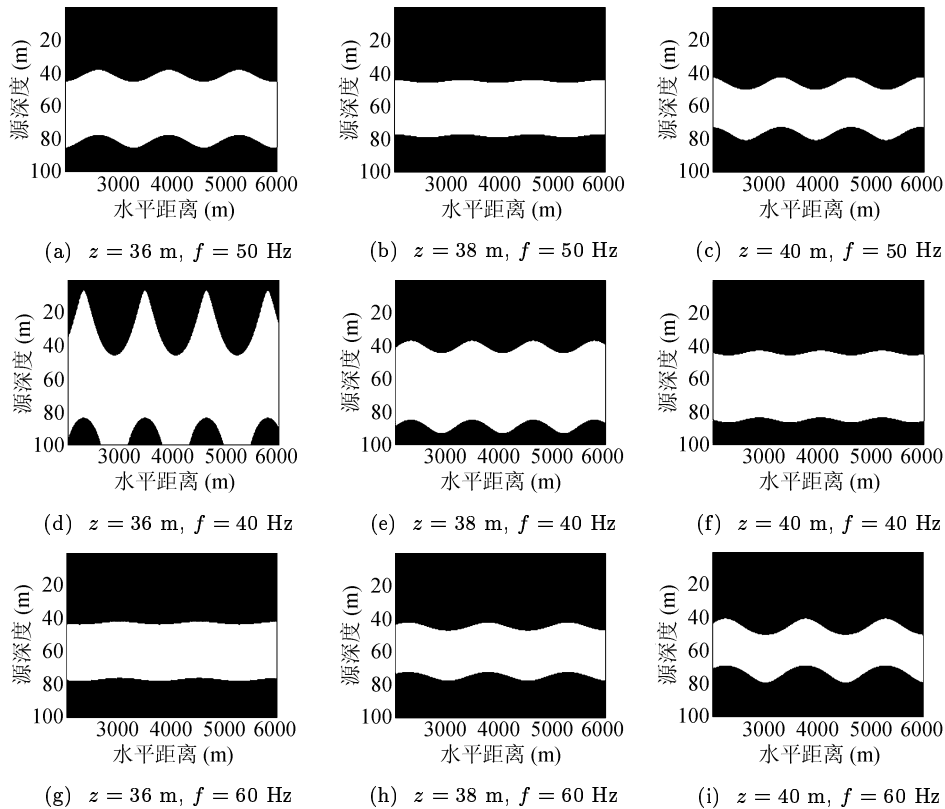
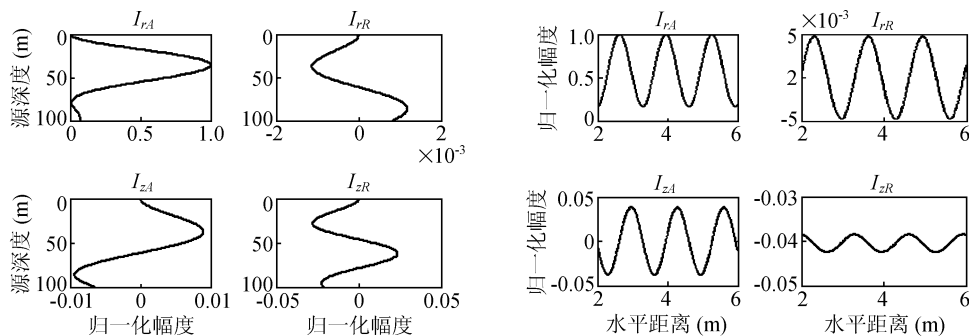


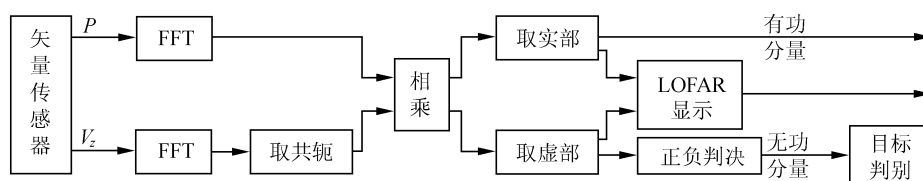
图 3 垂直声强流无功分量的正负号随声源深度的变化 (黑色为负, 白色为正, 接收深度为 z , 声波频率为 f)



(a) 接收深度 $z = 38$ m, 与声源水平距离 $r = 4$ km

(b) 声源深度 $z_0 = 2$ m, 接收深度 $z = 38$ m

图 4 声强流各分量的相对幅度分布 (50 Hz)

图 5 p 和 v_z 互谱处理器框图

有功分量、垂直声强流的有功分量、无功分量。由于各阶简正波的相互干涉作用，声强流的各分量均为有限值，没有为零的项。当频率为 50 Hz 的声源位于水下 $z_0 = 2$ m 时，在水平距离为 2~6 km 处，深度 $z = 38$ m 处声强流各分量随距离的变化如图 4(b) 所示 (图中已扣除了按柱面波衰减的因素，并按 I_{rA} 最大值进行了归一化)。 I_{rA} 的幅值随着距离作周期性地变化，将导致不同距离或深度上的信噪比的附加变化，这对分析基于 I_{rA} 的声强器方位估计结果有指导意义。 I_{rR} 和 I_{zA} 随着距离作波动，而 I_{zR} 在本例条件下随着距离的起伏较小，再次表明垂直声强流的无功分量可作为信号处理的对象。

4 互谱处理器

根据以上研究结果，可得到互谱处理器框图 (见图 5)。

经对 $p(t)$ 和 $v_z(t)$ 作共轭互谱分析后，我们可得到 $P(f)V_z^*(f)$ 。其中：

$$p(t) \xrightarrow{\text{FFT}} P(f),$$

$$v_z(t) \xrightarrow{\text{FFT}} V_z(f).$$

这里：有功分量为 $\text{Re}[P(f)V_z^*(f)]$ ，而无功分量为 $\text{Im}[P(f)V_z^*(f)]$ 。检测目标的辐射线谱，若 $\text{Im}[P(f)V_z^*(f)]$ 为负，则判为小于临界深度的目标，否则判为大于临界深度的目标。工程应用中，矢量传感器的布放位置要根据海区的具体环境条件而定。

5 结束语

低频声传播日益受到关注，本文探讨了 Pekeris 波导中点源声场的声强流的描述及其基本特性。总的声强流中不仅包含了各阶简正波单独自身的声强流，而且包含了各阶简正波之间相互干涉的能量。水平声强流的有功分量随距离的变化作周期性的变化，会影响到接收信噪比。垂直声强流的无功分量虽不参加声能的输运，当单个声矢量传感器做适当放置后却可在信号处理中用以判别目标的特定深度，这对于矢量被动声呐等有应用价值。

参 考 文 献

- 1 Pekeris C L. Theory of propagation of explosive sound in shallow water. *Geol. Soc. Am. Mem.*, 1948; **27**: 1—117
- 2 Brekhovskikh L M. *Waves in layered media*. New York: Academic, 1960
- 3 Tolstoy I, Clay C S. *Ocean acoustics*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1966
- 4 汪德昭, 尚尔昌. 水声学. 北京: 科学出版社, 1981
- 5 Boyles C A. *Acoustic waveguides*. John Wiley & Sons, Inc, 1984
- 6 杨士莪. 水声传播原理. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 1994
- 7 Shchurov V A. *Vector acoustics of the ocean*. Vladivostok: Dalnauka, 2006