高斯叠代法研究相控阵非线性声场*

许阳 郭霞生 章 东†

(南京大学声学研究所 近代声学国家重点实验室 南京 210093)

2012 年 7 月 3 日收到 2012 年 10 月 17 日定稿

摘要 相控阵在聚焦超声治疗应用中不可避免地受到非线性影响,提出了采用高斯叠代法计算相控阵的非线性声场。在该方法中,利用预设焦点参数并应用伪逆矩阵算法得到阵元的激励参数;然后将阵元近似拟合成一组高斯声束的叠加,通过高斯声束叠代计算非线性声场。数值计算中以 64 阵元一维相控阵为研究对象;线性条件下,高斯叠代法结果与菲涅耳积分结果的误差低于 0.5%,验证了该方法的可行性;单焦点及双焦点模式的相控阵非线性声场结果表明非线性效应能提高焦点聚焦性能,并且非线性效应与激励声压及激励频率成正比。

PACS 数: 43.25, 43.35

Study of the acoustic nonlinear field generated from a phased array using Gaussian superposition technique

XU Yang GUO Xiasheng ZHANG Dong

(Key Lab of Modern Acoustics, MOE, Institute of Acoustics, Nanjing University Nanjing 210093)

Received Jul. 3, 2012

Revised Oct. 17, 2012

Abstract A numerical approach is developed to calculate the nonlinear sound field generated from a phased array based on the superposition technique of Gaussian beams. The parameters of the phased array elements are first estimated from the focal parameters using the inverse matrix algorithm; Then the elements are expressed as a set of Gaussian functions; Finally, the nonlinear sound field can be calculated using the superposition technique of Gaussian beams. A 64×1 phased array is performed in the numerical simulation. In the linear case, the difference between the results of the Gaussian superposition technique and the Fresnel integral is less than 0.5%, which verifies the feasibility of the approach. In the nonlinear case, the nonlinear fields of single-focus and double-focus modes are calculated. The results reveal that the nonlinear effects can improve the focusing performance, and the nonlinear effects are related with the source pressures and the excitation frequencies.

引言

高强度聚焦超声 (High Intensity Focused Ultrasound, HIFU) 作为一种新型无创肿瘤治疗技术,已 经成为人们研究的焦点^[1-2]。其原理是通过一定的 聚焦方式,将体外超声能量聚焦到体内靶组织,在 较短的时间内迅速提升靶组织区域内温度,使肿瘤细 胞凝固性坏死,从而达到治疗效果,且对非聚焦区域 的正常组织影响较小。 HIFU 中相控阵技术可根据 病灶区的深度及大小,通过控制多阵元发射声束的 相位与幅度,实现焦点的精确控制,并可实现多焦点 聚焦及电子扫描。在相控阵技术中,需控制发射信号 的时间延时,使得各阵元发射的声波在焦点位置同 相,从而实现焦点位置声压幅值达到最大,实现超声 波束的聚焦。目前采用的相控阵理论是由 Ebbini 提

^{*} 国家科技部 973 计划 (2011CB707900)、国家自然科学基金 (81127901, 10974093, 11174141, 11104140, 11161120324)、江苏 省自然科学基金 (BE2011110, BK2011543)、中央高校基本科研业务费专项资金 (1103020402, 1116020410, 1112020401)和江苏高校优 势学科建设工程资助项目。

[†] 通讯作者: 章东, Email: dzhang@nju.edu.cn

出的伪逆算法^[3-6]。基本原理是采用矩阵形式表示 声源到目标点的传输函数,根据预设目标点的声场 参数,通过矩阵计算得到声源参数,从而实现对相控 阵阵元的振幅和相位控制。近年来,相控阵的理论研 究主要集中在优化相控阵声场,如关于伪逆算法中阵 元激励的优化算法^[7],抑制相控阵声场中的栅瓣^[8], 相控阵声场的检测与调制^[9],扫描模式以及扫描时间 控制^[10]等。但上述研究中,相控阵的声场计算都基 于瑞利方程,没有考虑声传播的非线性效应。而在 HIFU 应用中,非线性效应不可忽略,给相控阵控制 带来误差^[11]。

本文结合伪逆声场理论和高斯叠代法,研究相 控阵的非线性声场。数值计算中以一维相控阵为研 究对象。线性条件下,比较了高斯叠代法与菲涅耳积 分得到的相控阵声场分布,以证明高斯叠代法与伪 逆声场理论结合的可行性;进而在非线性条件下,基 于高斯叠代法研究了相控阵单焦点及双焦点模式的 非线性声场,并讨论了非线性效应对相控阵声场的 影响。

1 理论与方法

设 *n* 阵元的复数激励为: $\boldsymbol{u} = [u_1, u_2, \cdots, u_n]^T$, *m* 个焦点为: $\boldsymbol{p} = [p_1, p_2, \cdots, p_m]^T$,此时声源到焦点 处的传输因子 $H_{m,n}$ 为^[3]:

$$H_{m,n}u_n = P_m,\tag{1}$$

线性条件下的传输因子为:

$$H_{m,n} = \frac{\mathrm{i}\rho ck}{2\pi} \int_{S_n} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}kr(m,n)}}{r(m,n)} \mathrm{d}S'_n, \qquad (2)$$

其中 *r* 表示计算点和振动源位置的空间距离, ρ和 *c* 分别表示传播介质的密度以及声波的传播速度, *k* 为波数。根据伪逆声场理论可得到^[3]:

$$u_n = H_{m,n}^+ P_m, \tag{3}$$

其中 *H*⁺_{*m,n*} 为 *H*_{*m,n*} 的伪逆。如果已知焦点位置的声 压和相位,可求出初始阵元的复数激励:

$$u_n = H_{m,n}^{*T} (H_{m,n} H_{m,n}^{*T})^{-1} P_m, \qquad (4)$$

为研究相控阵的非线性声场,我们采用高斯声束叠代 法^[12]。其原理是将换能器的初始条件近似为一组高 斯函数的叠加,然后根据这组高斯函数可以计算换能 器的非线性声场。单个矩形阵元的初始声压 q(ω,r) 可以使用一组高斯声束叠加得到^[13]:

$$\begin{cases} \widetilde{q}_{x}(k_{x}) = w_{x} \sum_{n}^{N_{x}} A_{n} e^{-B_{n}k_{x}^{2}(w_{x}/2)^{2}}, \\ \widetilde{q}_{y}(k_{y}) = w_{y} \sum_{m}^{M_{y}} A_{m} e^{-B_{m}k_{y}^{2}(w_{y}/2)^{2}}, \\ q(\omega, r) = q(\omega, z) \widetilde{q}_{x}(k_{x}) \widetilde{q}_{y}(k_{y}), \end{cases}$$
(5)

其中 $\tilde{q}_x(k_x)$ 和 $\tilde{q}_y(k_y)$ 为阵元的的初始声压在 xy 平 面上傅里叶变换的分量, $q(\omega, z)$ 为 z 方向的分量。 k_x 和 k_y 为 xy 平面傅里叶变换的系数, w_x 和 w_y 为 矩形换能器的边长, A_n 和 B_n 及 A_m 和 B_m 为高斯 声束的系数。

媒质中声的非线性传播符合 (Khokhlov-Zabolot-skaya Kuznetsov) KZK 非线性方程 ^[13-14]:

$$\frac{\partial q_1}{\partial z} + \frac{\mathrm{i}}{2k} \nabla_{\perp}^2 q_1 + \alpha_1 q_1 = 0,
\frac{\partial q_2}{\partial z} + \frac{\mathrm{i}}{4k} \nabla_{\perp}^2 q_2 + \alpha_2 q_2 = \left(\frac{\beta k}{2\rho c^2}\right) q_1^2.$$
(7)

其中 q₁ 和 q₂ 分别为基波和二次谐波的复声压, α₁ 及 α₂ 为媒质在在基频及二次谐频下的吸收系数, β 为非线性参数, *k* 为波数。

将式 (5) 和式 (6) 代入式 (7), 可得到基波声场:

$$q_{1} = q(0) \frac{w_{x} w_{y}}{4\pi} e^{-\alpha_{1}(z-z')}$$

$$\sum_{n=1}^{N_{x}} \sum_{m=1}^{N_{y}} A_{n} A_{m} \frac{e^{-\left(\frac{x^{2}}{4C_{n}} + \frac{y^{2}}{4D_{m}}\right)}}{\sqrt{C_{n}D_{m}}},$$
(8)

其中:

$$C_n = B_n \frac{w_x^2}{4} - \frac{i(z - z')}{2k}, \ D_m = B_m \frac{w_y^2}{4} - \frac{i(z - z')}{2k},$$

q(0) 为矩形换能器的激励声压。 二次谐波声场表示为:

$$q_{2} = \frac{\beta k^{2} w_{x}^{2} w_{y}^{2}}{16\pi^{2} \rho c^{2}} q_{1}^{2} (r_{0}') \int_{z_{0}}^{z} e^{-2\alpha_{1}(z'-z_{0})-\alpha_{2}(z-z')} G_{x} G_{y} dz',$$

$$G_{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{s=1}^{N_{x}} \sum_{m=1}^{N_{x}} \frac{A_{s} A_{m}}{\sqrt{C_{s} C_{m}}} \frac{1}{\sqrt{ik + (z-z')E_{sm}}} e^{\frac{-ikE_{sm}}{ik + (z-z')E_{sm}} x^{2}},$$

$$G_{y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=1}^{N_{y}} \sum_{n=1}^{N_{y}} \frac{A_{l} A_{n}}{\sqrt{D_{l} D_{n}}} \frac{1}{\sqrt{ik + (z-z')F_{ln}}} e^{\frac{-ikF_{ln}}{ik + (z-z')F_{ln}} y^{2}},$$
(9)

其中:

$$E_{sm} = \frac{1}{4C_s} + \frac{1}{4C_m}, \quad F_{\ln} = \frac{1}{4D_l} + \frac{1}{4D_n}.$$

根据式 (4),

$$u_n = H_{m,n}^{*T} (H_{m,n} H_{m,n}^{*T})^{-1} P_m, \qquad (10)$$

其中激励信号至焦点的传输因子为:

$$H_{m,n} = \frac{w_x w_y}{4\pi} e^{-\alpha_1 (z-z')} \sum_{n=1}^{N_x} \sum_{n=1}^{N_y} A_n A_m \frac{e^{-\left(\frac{x^2}{4C_n} + \frac{y^2}{4D_m}\right)}}{\sqrt{C_n D_m}},$$
(11)

有着这样一个声场传递关系:

$$P_0 = H_{m,n}^{*T} \left(H_{m,n} H_{m,n}^{*T} \right)^{-1} P, \qquad (12)$$

其中 P 是焦点位置的复数声压, P₀ 为阵元的初始激励对应的初始复数声压。基于式 (12) 设计相控阵模型,得到相控阵阵元的激励声压。再根据高斯声束叠 代模型,计算相控阵声场的基波以及二次谐波。

2 结果与讨论

为计算简单起见,计算模型采用一维相控阵。 伪逆声场理论和高斯叠代法同样可以应用于多维相 控阵。如图 1 为一个 64 × 1 的一维相控阵,阵元 的长为 1.25 mm,宽为 15 mm,阵元的中心距离为 1.5 mm,驱动信号的频率为 2 MHz,预设焦点位置 的声压为 2 MPa,焦平面为 Z = 0.1 m。数值计算 中,水的非线性系数取值 $\beta = 3.6$,水的吸收系数取 值 $\alpha = 0.025$ Np/(m·MHz)。十组高斯声束的叠加已 可以精确描述矩形活塞换能器的初始条件,表 1 列 出了这十组高斯函数的系数^[14]。

首先我们讨论高斯叠代法与伪逆算法的结合可 行性。在相控阵进行单焦点聚焦情况下,图2比较了 高斯叠代法与菲涅耳积分^[15]得到的焦点位置处轴向 及垂直轴向的归一化声场分布。结果表明:高斯声束 叠代法得到的声压分布都和菲涅耳积分的结果相吻 合,焦点位置声场误差小于0.5%。通过对高斯系数 的优化,误差可以更小。

其次考虑传播介质的非线性效应,我们分别计 算了水中一维相控阵在单、双焦点模式下的非线性 声场。图 3 比较了单焦点模式下线性声场及非线性 声场,其中图 3(a)为线性,图 3(b)为非线性,图 3 中颜色表示绝对声压幅度。由图 3 可见,在单焦点模 式下二次谐波对焦点形状的影响不明显,焦点处声 压幅值约增加 3.75%。但焦域的大小变化很小。图 4 为焦点附近声压 *x* 轴方向分布的线性声场与非线性 声场的比较,其中实线为轴向基波声场,虚线为轴向 基波和二次谐波的叠加。由图 4 可见, 焦点处的声压 幅值相对基波增加了 3.75%。



表 1 十组高斯声束的系数

N	An	Bn
1	4.9769 - 0.2777i	0.0615 + 0.0034i
2	0.0196 + 0.0033i	0.0007 - 0.0119i
3	-2.5145 + 2.0448i	0.0243 + 0.0278i
4	0.6771 - 0.2612i	0.0047 + 0.0154i
5	-0.6743 - 1.4602i	0.0096 + 0.0207i
6	0.0860 + 0.2442i	0.0025 + 0.0120i
7	-0.1699 + 0.2273i	0.0055 - 0.0229i
8	-1.3600 - 0.6037i	0.0240 - 0.0352i
9	0.0220 + 0.0737i	0.0018 - 0.0156i
10	-0.0599 + 0.0067i	0.0014 + 0.0099i





图 5 为双焦点模式下的线性及非线性声场,焦 点位于在焦平面的 x 轴上,两个焦点距离 x 轴为 4 mm, y 轴为 0。由图 5 可见,在双焦点模式下二次 谐波对焦点形状的影响仍然不明显,焦点处声压幅 值增强 5.16%。图 6 为焦点位置处 x 轴上的基波声 场与非线性声场比较,其中实线为基波,虚线为二次 谐波与基波叠加。由图 6 可见,焦点位置的声压幅值 增加 5.16%。相对于单焦点模式,由于多焦点情况下 阵元的声压激励变高,所以声场的非线性效应也增 强。无论是单焦点还是双焦点模式,非线性效应使得 焦点声压变大且边瓣幅度也增加,这与文献中实验 结果符合^[9]。



最后我们讨论非线性效应对声场聚焦增益的影响。图7为单焦点模式下焦点声压增益与预设焦点 声压的关系。由图7可见,预设焦点的声压从1Mpa 增加至5Mpa,焦点声压的增加将产生更强的非线性 效应,焦点声压增益从1.88%增加至9.38%。图8则 为单焦点模式下焦点声压增益与激励频率的关系。 图8中结果表明频率的增加将增强非线性效应;相 对于声压的变化,频率的变化引起的非线性效应更显 著。0.1 MHz 时为0.70%,而5 MHz 时为10.91%。 频率提高将有效提高声场聚焦性能,相控阵聚焦效 果更好。这个变化规律与文献中^[16]改进的Westvelt 方程计算相控阵非线性声场的结果比较一致。



3 结语

相控阵换能器已在 HIFU 治疗肿瘤中显现出重 要的应用前景。相控阵换能器的非线性声场的理论 模型,对于提高基于相控阵的 HIFU 治疗具有重要 的研究意义。本文基于高斯叠代法及相控阵的伪逆 矩阵算法,提出了利用高斯声束叠代法计算相控阵 的非线性声场。线性条件下该方法与菲涅耳积分的 结果误差小于 0.5%, 验证了该方法的可行性。 64 阵 元线相控阵在单焦点及双焦点模式下, 当预设焦点 声压为 2 Mpa 时,非线性效应对焦点声压增益的提 升分别为 3.75% 及 5.16%。焦点数目的增加将增强 非线性效应,并且非线性效应与激励声压及激励频 率相关。在多阵元、多焦点、高频率和高强度的相控 阵系统中,非线性效应的影响不能忽略。本文的工作 还需进一步完善,例如从一维相控阵推广至多维相 控阵,以及实验验证。综上所述,高斯声束叠代法可 以计算相控阵的非线性声场,在相控阵设计及应用 中有积极的指导作用。

参考文献

- Zhang Z, Chen T, Zhang D. Lesions in porcine liver tissues created by continuous high intensity ultrasound exposures in vitro. *Chin. Phys. Letts.*, 2013; **30**(2): 024302
- 2 Hynynen K. Review of ultrasound therapy. IEEE Ultrasonics Symposium, 1997(2): 1305—1313
- 3 Ebbini E S, Ibbini M S, Cain C A. An inverse method for hyperthermia phased-array pattern synthesis. IEE Ultasonics Symposium, 1988(2): 947—950
- 4 Ebbini E S, Cain C A. Multiple-focus ultrasound phasedarray pattern synthesis: optimal driving-signal distributions for hyperthermia. *IEE Trans. Ultrason. Ferro. Freq. Contr.*, 1989; **36**(5): 540—548
- Ebbini E S, Cain C A. A field conjugation method for direct synthesis of hyperthermia phased-array heating patterns. *IEE Trans. Ultrason. Ferro. Freq. Contr.*, 1989; 36(1): 3—9
- 6 Ballard J R, Casper A J, Wan Y Y, Ebbini E S. Adaptive transthoracic refocusing of dual-mode ultransound arrays. *IEE Trans. Biomed. Eng.*, 2010; 57(1): 93—102
- 7 Lu M Z, Wan M X. Focused beam control for ultrasound surgery with spherical-section phased array:sound field calculation and genetic optimization algorithm. *IEEE Trans. Ultrason. Ferro. Freq. Contr.*, 2005; **52**(8): 1270—1290
- 8 李国伟, 陈亚珠. 不等间距排列的球面高强度聚焦超声相控阵 列. 声学学报, 2001; 26(2): 117—120
- 9 Daum D R, Hynynen K. A 256-elements ultrasonic phased array system for the treatment of large volumes of deep seated tissue. *IEEE Trans. Ultra. Ferroelec. Freq. Control*, 1999; **46**(5): 1254—1268
- 10 Li D H, Shen G F, Luo H, Bai J F, Chen Y Z. A study of heating duration and Scanning path in focused ultrasound surgery. J. Med. Syst., 2011; 35: 779-786
- Filonenko E A, Khokhlova V A. Effect of acoustic nonlinearity on heating of biological tissue by high-intensity focused ultrasound. *Acoustical Physics*, 2001; 47(4): 541-549
- Wen J J , Breazeale M A. A diffraction beam field expressed as the superposition of Gaussian beams. J. Acoust. Soc. Am., 1988; 83: 1762—1768
- 13 Sha K, Yang J. A complex virtual source approach for calculating the diffraction beam field generated by a rectangular plannar source. *IEEE Trans. Ultrason. Ferro. Freq. Contr.*, 2003; **50**(7): 890—897
- 14 Yang J, Sha K, Gan W S, Tian J. A fast field scheme for the parametric sound radiation from rectangular aperture source. *Chin. Phys. Lett.*, 2004; **21**(1): 110—113
- Freedman A. Sound Field of a Rectangular Piston. J. Acoust. Soc. Am., 1960; 32(2): 197—209
- 16 Yuldasheb P V, Khokhlova V A. Simulation of three dimensional nonlinear fields of ultrasound therapeutic arrays. *Acoust. Phys.*, 2011; 57(3): 334—343