# 矩形封闭声腔壁板轻量化对声固耦合特性的影响\*

 张 军<sup>1</sup> 杜 字<sup>1,2</sup> 李伟东<sup>1,2</sup> 赵京南<sup>2</sup>

 (1 汽车噪声振动和安全技术国家重点实验室 重庆 401120)

 (2 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室 运载工程与力学学部 汽车工程学院 大连 116024)

 2012 年 6 月 26 日收到

 2013 年 4 月 30 日定稿

**摘要** 基于模态耦合法建立了考虑对侧柔性壁板的矩形封闭腔体声固耦合模型,导出了耦合系统声振响应随柔性板材料属性 及厚度变化的近似关系。通过数值仿真计算,详细分析了单柔性板-单侧激励、双柔性板-双侧激励及双柔性板-单侧激励三 种情况下板的轻量化设计对系统声固耦合特性及腔内声压响应的影响。结果表明:对于单柔性板-单侧激励及双柔性板-双侧 激励情况,低频段腔内声压主要取决于板厚,其次是杨氏模量,而与板密度关系较弱。因此使用适当增厚的轻质板可以同时 达到减重和低频区降噪的目标。对于双柔性板-单侧激励情况,适当的轻量化设计可以显著增强两板间低频段振动的耦合, 从而降低该频段的声腔模态响应及腔内噪音。在中高频段,增加板厚和材料密度对降低三种情况的腔内声压均有利。 PACS 数: 43.20, 43.40

# Effects of the lightweight design on the structural-acoustic characteristics of a rectangular enclosure

ZHANG Jun<sup>1</sup> DU Yu<sup>1,2</sup> LI Weidong<sup>1,2</sup> ZHAO Jingnan<sup>2</sup>

(1 State Key Laboratory of Vehicle NVH and Safety Technology Chongqing 401120)

(2 School of Automotive Engineering, Faculty of Vehicle Engineering and Mechanics State Key Laboratory

of Structural Analysis for Industrial Equipment Dalian University of Technology Dalian 116024)

Received Jun. 26, 2012

Revised Apr. 30, 2013

**Abstract** Based on the modal interaction method, this study presents a structural-acoustic coupled model of a rectangular enclosure consisting of two flexible panels on opposite sides of the enclosure. A simplified relationship between the panel parameters and the NVH responses of the coupled system is derived. Using this modal, parametric studies aiming at reducing the total weight of the structure and simultaneously improving the NVH performance are conducted for cases of single flexible panel-single excitation (SPSE), dual flexible panel-dual excitation (DPDE) and dual flexible panel-single excitation (DPSE). For the SPSE and DPDE cases, it is found that in the low frequency range the sound level inside the cavity is most sensitive to the panel thickness, then to the panel modulus, and nearly independent of the material density. It is therefore concluded that a panel with larger thickness but lighter material may be able to reduce the structural weight and low frequency sound level simultaneously. For the DPSE case, proper lightweight design can enhance the coupling effect between the motions of the two flexible panels in certain frequency range, especially around the lower order modes of the panels and the cavity. This leads to both reduced modal response levels and pressure within the acoustic cavity. For mid to high frequencies, increasing the thickness and density of the panels is beneficial for all three cases in terms of reducing the noise level inside the cavity.

<sup>\*</sup> 国家重点基础研究发展计划 (973 计划)(2010CB736104) 资助

# 引言

基于节能和环保的需求,轻量化结构在航空航天 及车辆设计等领域受到广泛重视[1]。用轻质材料替 代传统的钢材是实现结构轻量化的有效方法之一。 由于轻质材料 (如铝镁合金) 的刚度和强度一般低于 钢, 替换后有可能造成结构 (如汽车车身) 碰撞和振 动噪声 (NVH) 等性能的弱化。因而轻量化过程通常 归纳为多目标优化问题,涉及的优化参数包括重量 以及各关键的结构静动态性能指标<sup>[2-3]</sup>。与只决定 于结构及材料特性的碰撞性能相比,声固耦合的复 杂性使得 NVH 性能在轻量化设计中难以得到分析 和保证。为此,一些学者在实践中提出了暂时忽略声 固耦合作用的策略<sup>[2-4]</sup>。例如, Lam 等在研究用轻 质铝或镁合金替代钢汽车仪表台设计中, 仅从振动 模态的角度出发,保证了轻量化设计与原始钢零件 设计具有相同或相近的低阶模态频率。显然, 这一方 法假设相似的模态特性对应相似的 NVH 性能, 而没 有考虑轻量化带来的结构声学及声固耦合特性方面 的变化。

要同时达到轻量化及 NVH 性能最优, 就要考虑 结构轻量化参数对结构-声腔耦合特性的影响。针对 声固耦合模型的研究最早开始于 Lyon 对声波通过柔 性板进入封闭腔体传输特性的探讨<sup>[5]</sup>。随后 Dowell 等人利用模态叠加原理给出了声固耦合系统的理论 解<sup>[6]</sup>,即文献中通常提到的"声弹性模型",或"模态 耦合模型 (Modal-Interaction Model)"<sup>[7]</sup>。在 Dowell 工作的基础上, Kim 从阻抗-导纳的角度, 用矩阵 和向量的形式重新推导并分析了板和声腔的耦合模 型<sup>[8]</sup>。其后, 靳国永等借用反馈控制的概念分析了强 弱耦合对系统模态频率及振型的影响<sup>[9]</sup>。为考虑板 间结构耦合,姚昊萍等从汉密尔顿原理出发,推导了 具有任意边界条件的相邻两柔性板的长方腔体声固 耦合模型<sup>[10]</sup>。为得到理论解析解,已有模型通常基 于长方体<sup>[8-11]</sup> 或圆柱空腔<sup>[12]</sup> 等规则形体。在长方 体模型中,多数只讨论了单柔性板声辐射的情况。 虽然也有少量研究涉及了两相邻柔性板通过结构耦 合<sup>[10]</sup> 及两对侧板通过声腔耦合<sup>[13-14]</sup> 的效果, 但缺 乏对板间耦合特性及机理的深入分析。此外目前报 道都还没有关于结构轻量化对声固耦合特性影响的 深入讨论。

本文从声固耦合理论出发,以分析结构减重与 NVH 性能关系为重点,详细探讨了同时实现轻量化 和提高降噪性能目标的可行性和条件。论文首先根据 模态耦合原理建立了包含两对侧柔性板的声固耦合 模型,并导出了与质量相关的结构参数与板振动速 度及腔内声压响应间的近似关系式。在此基础上, 从板-腔及板-腔-板模态耦合特性出发,系统进行 了单侧及双侧柔性板的轻量化设计对声固耦合系统 NVH 性能影响的仿真分析研究。

### 1 分析模型

如图 1,本文考虑一个体积为 V,尺寸为  $L_x =$ 1.5 m,  $L_y = 0.3$  m,  $L_z = 0.4$  m 的长方腔体。假 设与 x - y 平面平行的上下面板为柔性板,其余四 面为刚性边界。在下侧板 (板 1) 上作用一简谐激振 力  $f_0 = F_0 e^{j\omega t}$ 。式中  $F_0$  为激振力的幅值,单位为牛 顿; j为单位虚数;  $\omega$  是激振力圆频率; t为时间。 腔内介质为空气。





#### 1.1 包含双柔性板的结构-声腔耦合模型

根据声学理论可以写出对应图 1 腔内声压的非 齐次声学方程<sup>[7]</sup>:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\rho_0 \frac{\partial q_v}{\partial t},\tag{1}$$

式中 qv 为以体积速度表达的腔内单位体积声源激励 强度分布函数;  $\rho_0$  为空气密度;  $c_0$  为空气中声速。 设柔性板振动是唯一激励,则腔内声源强度分布可 表达为:

$$q_v(r) = -u_1(r_1)\,\delta(r - r_1) - u_2(r_2)\,\delta(r - r_2)\,,\quad(2)$$

式中 r,  $r_1$  和  $r_2$  分别是腔内、柔性板 1 和柔性板 2 上任一点的 (x, y, z) 坐标。 $u_1$  和  $u_2$  代表板 1 和板 2 的速度响应。 $\delta(\cdot)$  是垂直于板表面方向的一维 Dirac delta 函数。模型中,定义腔体外法线方向为板振动 的正方向。利用式 (2) 及模态叠加原理,腔的第 n 阶 模态坐标响应,  $p_n$  可表示为 [7-10]:

$$\ddot{p}_{n} + \omega_{n}^{2} p_{n} = -\frac{\rho_{0} c_{0}^{2}}{\Lambda_{n}} \left[ s_{1} \sum_{q_{1}=1}^{\infty} \dot{u}_{q_{1}} C_{nq_{1}} + s_{2} \sum_{q_{2}=1}^{\infty} \dot{u}_{q_{2}} C_{nq_{2}} \right],$$
(3)

式中  $s_i(i = 1, 2)$  代表板 i 表面积;  $u_{qi}$  对应板 i 的第 q 阶模态速度响应;  $\Lambda_n = \int_V \psi_n^2(r) dV$ ;  $C_{nqi} = (1/s_i)$  $\int_{s_i} \psi_n(r_i) \phi_{q_i}(r_i) ds_i$  是第 n 阶腔模态与板 i 的第 q 阶 模态间的无量纲模态耦合系数;  $\phi_{qi}(r_i)$  是无耦合时 板 i 的第 q 阶模态向量;  $\omega_n$  和  $\psi_n(r)$  分别是在刚 性边界条件下腔的第 n 阶自然频率和模态振型。上 式 (3) 就是决定耦合系统腔内声压响应的动力学方 程 (EOM)。注意到,为书写方便,式中省略了时间 变量 t。

另一方面,忽略板间的结构耦合及板与外界声场的耦合,可得描述柔性板 *i* 振动状态的 EOM 形如<sup>[7]</sup>:

$$D_i \nabla^4 w_i - \rho_i h_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = f_i \left( r_i \right) + p_i \left( r_i \right).$$
 (4)

式中  $D_i = E_i h_i^3 / [12(1 - \gamma_i^2)]$  为板 *i* 的弯曲刚度;  $w_i$ ,  $\rho_i$ ,  $h_i$ ,  $\gamma_i$ 和  $E_i$ 分别代表板 *i* 的位移响应、材料密 度、厚度、泊松比和杨氏模量;  $f_i$ 是单位面积上的外 激励输入;  $p_i$ 是腔内声压沿板 *i* 表面的分布。应用结 构格林函数及与前述声学 EOM 推导类似的过程, 耦 合系统中板振动 EOM 可以表达为<sup>[7]</sup>:

$$\ddot{w}_{qi} + \omega_{qi}^2 w_{qi} = \frac{s_i}{\Lambda_{qi}} \sum_{n=0}^{\infty} p_n C_{nq_i} + \frac{F_{qi}}{\Lambda_{qi}}, \quad (i = 1, 2), \quad (5)$$

式中 $\omega_{qi}$ 是板*i*的第*q*阶非耦合模态频率;  $F_{qi} =$ 

 $\int_{s_i} f_i(r_i) \phi_{q_i}^2(r_i) ds_i 是板 i 的第 q 阶广义模态力;$  $\Lambda_{q_i} = \int_{s_i} m(r_i) \phi_{q_i}^2(r_i) ds_i 是板 i 的第 q 阶广义模态$  $质量; <math>m(r_i) = \rho_i h_i$  是板 i 的面密度。在均质板假 设下, m 为常数。对式 (3) 和式 (5) 两端进行傅里 叶变换,并考虑第 n 阶声腔模态阻尼比  $\zeta_n$  及第 q 阶 板模态阻尼比  $\zeta_{q_i}$ ,得:

$$P_{n}(\omega) = -Z_{n}(\omega) \left[ s_{1} \sum_{q_{1}=1}^{\infty} U_{q1}(\omega)C_{nq_{1}} + s_{2} \sum_{q_{2}=1}^{\infty} U_{q2}(\omega)C_{nq_{2}} \right],$$

$$U_{qi}(\omega) = Y_{qi}(\omega)s_{i} \sum_{n=0}^{\infty} p_{n}(\omega)C_{nq_{i}} + y_{qi}(\omega)F_{qi}(\omega), \quad (i = 1, 2).$$
(6)
$$(6)$$

上两式中, 非耦合系统的第
$$n$$
 阶声腔模态阻抗 $Z_n(\omega)$   
及板 $i$ 的第 $q$  阶模态机械阻抗 $Y_{qi}(\omega)$ , 分别计算为:

$$Z_n(\omega) = \frac{j\omega\rho_0 c_0^2}{\Lambda_n \left(\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\zeta_n \omega \omega_n\right)},\tag{8}$$

$$Y_{qi}(\omega) = \frac{\mathrm{j}\omega}{\Lambda_{qi} \left(\omega_{qi}^2 - \omega^2 + 2\mathrm{j}\zeta_{qi}\omega\omega_{qi}\right)}.$$
 (9)

在一定频率范围内考虑总共 N 阶声腔模态和 Q 阶板模态,将式 (6)和式 (7)用矩阵形式表出:

$$\begin{cases} \{\boldsymbol{P}(\omega)\}_{Nx1} = -s_1 \boldsymbol{Z}(\omega) \boldsymbol{C}_1 \boldsymbol{U}_1(\omega) - \\ s_2 \boldsymbol{Z}(\omega) \boldsymbol{C}_2 \boldsymbol{U}_2(\omega), \\ \{\boldsymbol{U}_i(\omega)\}_{Qx1} = s_i \boldsymbol{Y}_i(\omega) \boldsymbol{C}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}(\omega) + \\ \boldsymbol{Y}_i(\omega) \boldsymbol{F}_i(\omega), \quad (i = 1, 2), \end{cases}$$
(10)

求解式 (10) 最终得出考虑对侧柔性板的声固耦合系统 (如图 1 所示) 在频率 ω 下的模态响应:

$$\begin{cases} \boldsymbol{P} = -\left[\boldsymbol{I} + \left(s_{1}^{2}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{Y}_{1\text{couple}} + s_{2}^{2}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{Y}_{2\text{couple}}\right)\right]^{-1}\left(s_{1}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{C}_{1}\boldsymbol{Y}_{1}\boldsymbol{F}_{1} + s_{2}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{C}_{2}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{F}_{2}\right), \\ \boldsymbol{U}_{1} = \left[-\left(\boldsymbol{I} + s_{1}^{2}\boldsymbol{Y}_{1}\boldsymbol{Z}_{1\text{couple}}\right)^{-1}\left(s_{1}s_{2}\boldsymbol{Y}_{1}\boldsymbol{C}_{1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{C}_{2}\right)\right]\boldsymbol{U}_{2} + \left(\boldsymbol{I} + s_{1}^{2}\boldsymbol{Y}_{1}\boldsymbol{Z}_{1\text{couple}}\right)^{-1}\boldsymbol{Y}_{1}\boldsymbol{F}, \\ \boldsymbol{U}_{2} = \left[-\left(\boldsymbol{I} + s_{2}^{2}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{Z}_{2\text{couple}}\right)^{-1}\left(s_{1}s_{2}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{C}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{C}_{1}\right)\right]\boldsymbol{U}_{1} + \left(\boldsymbol{I} + s_{2}^{2}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{Z}_{2\text{couple}}\right)^{-1}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{F}_{2}, \end{cases}$$
(11)

式中上标 T 表示矩阵的转置;  $P = [P_1, P_2, \dots, P_N]^T$ 是声压模态座标响应 N 阶列向量;  $U_i = [U_{1i}, U_{2i}, \dots, U_{Qi}]^T$  是板 *i* 的速度模态座标响应 Q 阶列向量;  $C_i$  是由  $C_{nqi}$  组成的  $N \times Q$  维声腔--板模态耦合系数 矩阵;  $Y_i$  是对角元素为  $Y_{qi}$  的  $Q \times Q$  维对角阵; Z 是 对角元素为  $Z_n$  的  $N \times N$  维对角阵;  $F_i$  是包含  $F_{qi}$ 的 Q 阶列向量; 此外,  $Y_{1couple} = C_1 Y_1 C_1^T$ ,  $Y_{2couple} =$  $C_2 Y_2 C_2^T$ ,  $Z_{1couple} = C_1^T Z C_1$ ,  $Z_{2couple} = C_2^T Z C_2$ . 若板 2 为刚性板,即  $Y_2 = 0$ ,上式简化成单柔性 板声固耦合模型:

$$\begin{cases} \boldsymbol{P} = -\left(\boldsymbol{I} + s_1^2 \boldsymbol{Z} \boldsymbol{Y}_{1\text{couple}}\right)^{-1} (s_1 \boldsymbol{Z} \boldsymbol{C}_1 \boldsymbol{Y}_1 \boldsymbol{F}_1), \\ \boldsymbol{U}_1 = \left(\boldsymbol{I} + s_1^2 \boldsymbol{Y}_1 \boldsymbol{Z}_{1\text{couple}}\right)^{-1} \boldsymbol{Y}_1 \boldsymbol{F}_1. \end{cases}$$
(12)

在得出模态响应后,腔内各点声压及板上各点速度 响应可由模态叠加法计算:

$$\overline{p}(r,\omega) = \mathbf{P}^{\mathrm{T}}(\omega)\Psi(r),$$

$$\overline{u}_{i}(r_{i},\omega) = U_{i}^{\mathrm{T}}(\omega)\Phi_{i}(r_{i}), \quad (i = 1,2)$$
(13)

式中 $\overline{p}$ 是坐标为r的腔内一点声压频率响应;  $\overline{u}_i$ 是板i在点 $r_i$ 处的速度频率响应;  $\Psi(r)$ 和 $\Phi_i(r_i)$ 分别为点r和 $r_i$ 处对应的声模态及板模态振型向量。

#### 1.2 结构与声腔响应性能指标

为方便 NVH 性能评价, 耦合系统腔内均方声压 及板的均方速度分别计算为:

$$\left\langle \overline{p}^{2} \right\rangle = \frac{1}{V} \int_{V} P(r,\omega) P^{*}(r,\omega) \,\mathrm{d}v, \qquad (14)$$

$$\left\langle \overline{u}_{i}^{2} \right\rangle = \frac{1}{s_{i}} \int_{s_{i}} \overline{u}_{i} \left( r_{i}, \omega \right) \overline{u}_{i}^{*} \left( r_{i}, \omega \right) \mathrm{d}s_{i}, \quad (i = 1, 2) \,. \tag{15}$$

式中 "\*" 代表共轭复数计算。进而以 dB 单位表达 的均方声压响应级 (MSPL) 及板均方速度响应级 (MSVL) 定义为:

$$MSPL = 20 \lg \frac{\sqrt{\langle \overline{p}^2 \rangle}}{20 \times 10^{-6}},$$
(16)

$$MSVL = 20 \lg \frac{\sqrt{\langle \overline{u}_i^2 \rangle}}{1 \times 10^{-9}}.$$
 (17)

注意到式 (14) 和式 (15) 分别定义了声腔和板的 空间平均响应。这两个指标反映了系统总体振动和 噪声水平,是对全局性能的评价,而不涉及板上或空 间特定某点的速度或声压响应。

#### 1.3 单柔性板系统板模态响应近似表达式

假设轻量化设计中声腔的特性不变,则腔内声 压的改变只与柔性板参数有关。由式 (12),忽略原 式中下标 "1",板的速度响应决定于系数矩阵 ( $I + s^2 Y Z_{couple}$ )<sup>-1</sup>Y。鉴于 Y 和 Z都是对角阵,考虑 主导板模态与声腔的耦合作用,上述系数矩阵可简 化为:

$$\left(\boldsymbol{I} + s^{2}\boldsymbol{Y}\boldsymbol{Z}_{\text{couple}}\right)^{-1}\boldsymbol{Y} \approx \begin{bmatrix} 1 + Y_{1}s^{2}\sum_{n=1}^{N}C_{n,1}^{2}Z_{n} & & \\ & \ddots & \\ & & 1 + Y_{Q}s^{2}\sum_{n=1}^{N}C_{n,Q}^{2}Z_{n} \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} Y_{1} \\ \vdots \\ Y_{Q} \end{array} \right\}.$$
(18)

将式 (18) 代回式 (12) 得出板的第 q 阶模态响应近似为:

$$U_q(\omega) \approx \frac{Y_q(\omega)}{1 + Y_q(\omega)s^2 \sum_{n=1}^N C_{n,q}^2 Z_n} F_q(\omega).$$
(19)

展开 Yq 和 Zn,并忽略阻尼项得:

$$U_q(\omega) \approx \frac{\mathrm{j}\omega F_q(\omega)}{\rho h \left(\omega_q^2 - \omega^2\right) \int_s \phi_q^2 \mathrm{d}s + \mathrm{j}\omega s^2 \sum_{n=1}^N C_{n,q}^2 \Lambda_n \left(\omega_n^2 - \omega^2\right)}.$$
(20)

当激励频率小于板的最低阶模态频率时,式(20) 可以进一步简化为:

$$U_q(\omega) \approx \frac{\mathrm{j}\omega F_q(\omega)}{\rho h \omega_q^2 \int_s \phi_q^2 \mathrm{d}s + \mathrm{j}\omega s^2 \sum_{n=1}^N C_{n,q}^2 \Lambda_n \left(\omega_n^2 - \omega^2\right)}.$$
(21)

注意到式 (21) 中,只有分母的第一项与板参数 有关。在简支边界条件下,该项可以表达为:

$$\rho h \omega_q^2 \int_s \phi_q^2 \mathrm{d}s = \sigma^{BC} \frac{Eh^3}{12\left(1 - \gamma^2\right)},\tag{22}$$

式中  $\sigma^{BC}$  只决定于板的边界条件。

#### 1.4 双柔性板系统板间模态响应耦合关系

由式 (11), 对于双柔性板系统, 当板 2 不受外激 励时, 其振动模态响应完全决定于被激励板 (即板 1) 的模态响应及一个与频率有关的耦合系数矩阵 *C<sub>p</sub>*:

$$\boldsymbol{C}_{p} = \left(\boldsymbol{I} + s_{2}^{2}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{Z}_{2\text{couple}}\right)^{-1} \left(s_{1}s_{2}\boldsymbol{Y}_{2}\boldsymbol{C}_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{C}_{1}\right). \quad (23)$$

利用式 (18—20) 结果, 耦合系数矩阵 C<sub>p</sub> 可以 进一步简化成如下形式:



式中 $Y_{cp}$ 为对角阵,其值与板2的厚度及密度有关;  $Z_{cp} = C_2^T Z C_1$ ,其值只与腔的模态阻抗矩阵及板与 腔之间的模态耦合矩阵相关,而与决定板2质量的 厚度和密度参数无关。

# 2 数值仿真和分析

采用图 1 所示的长方体模型并假设底面为厚度 5 mm 的柔性铝板,其余 5 面为刚性板。在所有模型 条件均相同的情况下,首先利用式 (13)重新计算了 文献 8 中给定的腔内点 (0.6, 0.15, 0.2)处的声压。 比较结果显示二者完全重合,从而验证了上述模型 推导的正确性。该模型将被用为下文参数分析的基 础。数值仿真中所用材料属性见表 1 所示。

材料	钢	铝	空气	
杨氏模量 $E$ (N/m <sup>2</sup> )	$1.95{\times}10^{11}$	$7.1{\times}10^{10}$		
密度 $ ho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$7.8 \times 10^{3}$	$2.7{\times}10^3$	1.21	
泊松比 $\gamma$	0.28	0.33		
模态阻尼比 $\zeta$	0.01	0.01	0.01	
声速 c <sub>0</sub> (m/s)			340	

表 1 数值仿真中所用材料属性

#### 2.1 包含单柔性板的耦合系统参数分析

考虑只包含单柔性板 (图 1 中底面板 1) 的声固 耦合系统。设柔性板轻量化前的原始参考设计为厚 度 3.52 mm 的钢板。在板上点 (0.65, 0.135, 0) 处加 幅值为 1 N 的简谐激励力 (即  $f_0 = 1 \times e^{j\omega t}$ )。用不 同厚度的铝板替代钢板以使结构轻量化。表 2 给出 了本文所考虑的 400 Hz 频率范围内未耦合条件下的 腔及 3 种板设计对应的模态频率。由式 (14) 可以计 算各频率下腔内的空间均方声压级,进而得到所考 虑频段内的总均方声压级 (TMSPL)。图 2 画出了非



图 2 单柔性板声固耦合系统不同铅板厚度下腔内 TMSPL (虚直线为参考 3.52 mm 钢板设计声压值)

表 2 400 Hz 以内结构 – 声腔未耕	👌 时的模态频率 (Hz)
------------------------	---------------

模态阶次	板			腔	
	3.52 mm 钢板或 3.4 mm 铝板	5 mm 铝板	模态序数	1.5×0.3×0.4 m 空腔	模态序数
1	96	142	(1,1)	0	(0,0,0)
2	107	159	(2,1)	113	(1,0,0)
3	126	186	(3,1)	227	(2,0,0)
4	151	224	(4,1)	340	(3,0,0)
5	185	274	(5,1)		
6	225	334	(6,1)		
7	273	405	(7,1)		
8	329		(8,1)		
9	373		(1,2)		
10	384		(2,2)		
11	391		(9,1)		

计权及 A 计权后腔内 TMSPL 随铝板厚度的变化。 注意到板厚变化的上下限为 10 mm 和 5 mm,此时 铝板分别具有与参考钢板相同的质量和弯曲刚度。 图中两虚直线分别为 121.4 dB 和 106.9 dBA,代表参 考钢板系统的非计权及 A 计权的 TMSPL。

由图 2 可见, 与参考设计相比, 铝板厚度对腔 内声压的影响存在三个关键点。首先,当用 6.85 mm 铝板替换原 3.52 mm 钢板时,结构质量减轻了 33%, 同时非计权声压降低了大概 2.5 dB; 然而对应的 A 计权声压却升高了 4.5 dB 左右。这一差别表明: 轻 质铝板提高了高频区噪声级,而却有利于降低低频 区噪声。其次,当铝板厚度为 8.25 mm 时, 腔内非 计权声压与参考系统相同,而A计权声压升高了大 概 5.5 dB(这一情况同样出现在 6.55 mm 及 7.25 mm 处)。第三,当铝板厚度进一步增加到 8.75 mm 时, A 计权声压不变,而非计权声压降低 6 dB,此时对应结 构减重 13%。以上结果表明,在一定频率范围内, 尤其是低频段,实现结构轻量化的同时也可以减低 噪声辐射。显然,由声固耦合模型计算的最优轻量化 结果与声压衡定标准(非计权或A计权)、减重目标 及频率范围等诸因素相关。如果忽略声腔与结构的 耦合,根据目前文献中常用的保持结构模态频率不 变的轻量化设计原则<sup>[3]</sup>,要求铝板厚度为 3.4 mm。 此时腔内非计权及 A 计权 TMSPL 将分别高于参考 系统 7 dB 和 9 dB 。可见简化的设计策略难以保证 轻量化结构的 NVH 性能;相反,在某些情况下还可 能导致性能的恶化。

在其它条件不变的情况下,为进一步研究板的 轻量化对腔内声压的影响,可以利用式 (20—22) 定 性分析涉及板质量的 *h*, *E* 及 *ρ* 这三个参数与声压响 应的关系。由式 (21) 和式 (22),在低频区,板 (进而 腔内声压)的模态响应与杨氏模量的一次方和板厚的 三次方成反比,且与材料密度无关。这解释了图 2 中 为什么用低模量但适当增厚的轻质板可以在减重的 同时降低噪声。

当激励频率升高并靠近某阶板模态时,式 (21) 的简化关系不再适用。根据式 (20),此时可以分三种 情况讨论板的响应。首先,对于频率远小于激励频率 ω 的模态响应近似有:

$$U_{q}(\omega) \approx \frac{\mathrm{j}\omega F_{q}(\omega)}{-\rho h \omega^{2} \int_{s} \phi_{q}^{2} \mathrm{d}s + \mathrm{j}\omega s^{2} \sum_{n=1}^{N} C_{n,q}^{2} \Lambda_{n} \left(\omega_{n}^{2} - \omega^{2}\right)}.$$
(25)

即低频模态响应与密度和板厚大致呈反比。其次,当 模态频率与激励频率很接近时,式(20)分母中第一 项近似为0,板模态响应完全受控于声腔模态分布。 第三,对于远高于激振频率的板模态,其响应又可以 由前述式(21)近似,即提高杨氏模量和板厚有利于 衰减系统响应。综合以上分析并考虑高于激振频率 的模态对系统影响较弱,可知在中高频段密度和板 厚的提高对应腔内声压响应降低。

为验证以上分析,图 3 给了用单柔性板声固耦 合模型获得的板厚、杨氏模量及密度对腔内 MSPL 的影响。结合表 2 数据,在腔模态 113 Hz,227 Hz 和 340 Hz 处明显存在与板参数无关的响应极值。在大 致 100 Hz (即第一阶板模态)以下的低频区,由于几 乎没有板模态,当铝板厚从 3 mm 增加到 10 mm 时 (增加 233%), MSPL 从 85 dB 下降到 50 dB(下降了 35 dB)。当杨氏模量从 50 GPa 变到 200 GPa(增加 300%)时,对应 MSPL 下降了 20 dB。另一方面, 图 3(c)显示低频下板密度对腔内声压影响不大。从而 验证了式 (21)的近似关系及结论。随着频率的升高 (如 100~400 Hz 区域),增加密度使声压持续降低; 增加杨氏模量和板厚改变了模态频率分布,尤其是



图 3 单柔性板声固耦合系统中板 (a) 厚度 h, (b) 杨氏模量 E, 和 (c) 密度 ρ 对腔内各频率下均方声压级 (MSPL) 的影响

板厚的增加,总体上有弱化声压响应的趋势。然而与 板和声腔模态间的具体耦合状态有关,这种弱化趋 势并不单调(参见图 2)。有别于低频区,在中高频 段板密度和厚度的增加(即提高 *ph*)利于减小腔内 声辐射,这使得该区域的轻量化和降噪目标难以同 时达到最优。值得指出的是,以上分析按板和腔的模 态分布定性地给出了在不同频段内板的参数改变对 腔内声压的影响。虽然图 1 长方体模型几何尺寸的 改变将导致系统模态频率的变化,进而改变低频区 或高频区对应的具体频率范围,但其在理论上不会 影响上述结论中对各频段声压趋势变化的讨论。

#### 2.2 包含双柔性板的耦合系统参数分析

考虑图 1 模型中底面及顶面均为柔性板,并分别 受指向腔体外法线方向作用于点 (0.65, 0.135, 0) 和 点 (0.65, 0.135, 0.4)处的幅值为 1 N 的简谐力激励。 参考设计中两板均为 3.52 mm 钢板。图 4(a) 给出了 当两板同时换用铝材后,板厚与腔内 TMSPL 的关 系。图中虚直线为参考设计的性能。比较图 4(a) 和 图 2 可知,两图趋势一致。因而图 3 所得结论完全 适用于图 4(a)的情况,表明该情况下两板的轻量化 设计可以独立进行。

另一值得讨论的情况是:只有底面板 (板 1) 受 外激励且固定为 3.52 mm 钢板,考虑改变顶面板 (板 2)设计以使结构轻量化。此情况类似于只考虑 传动系对车身输入时的情况。由于承载的要求,不宜 改变车身底板参数,而需通过改变其他壁板 (如顶板) 设计来达到轻量化。图 4(b)显示了此情况下腔内声 压随铝板 2 厚度的变化。与图 4(a)结果显著不同, 在多数频率下,图 4(b)中腔内声压除有微小升高外 基本不随板厚而变化。然而在 3.4 mm 处,即板 2 重 量减轻了 67%时对应腔内总声压的一个极小值 (非 计权声压级降低 1.5 dB)。下文将分析,这一结果与 板 2 振动通过声腔与板 1 振动的耦合状况相关。有 意思的是, 3.4 mm 铝板与参考设计的 3.52 mm 钢 板具有相同的模态频率。

为进一步研究图 4(b) 所示现象的机理,图 5 对比了由式 (17) 得到的三种情况下板 1 和板 2 的 MSVL 。图中实线为板 1, 虚线为板 2 。参考表 2, 图 5(a) 和图 5(c) 中两板具有相同的模态频率。此 时,板 2 与板 1 的耦合程度整体上要高于其模态远 离时 (图 5(b))。当两板的模态接近,且与邻近声腔 模态强耦合时,板间振动的耦合也显著增强。例如 3.52 mm 钢板及 3.4 mm 铝板的 (2,1) 模态与附近 113 Hz 的声腔 (1,0,0) 模态耦合,导致在 100 Hz 附 近的窄带内,板 2 与板 1 的速度响应幅值几乎相同 (图 5(a)和图 5(c))。除此以外,图 5 中三种情况均 显示在多数频率下,尤其是高频区域,板 2 响应远 小于板 1 响应,即两者通过声腔耦合很弱。

观察式 (24) 中对角阵 Y<sub>cp</sub> 和矩阵 Z<sub>cp</sub> 的元素 取值可以清晰地看出板 2 与板 1 在不同频率下的耦 合关系。首先, Z<sub>cp</sub> 决定于两板各自与声腔的模态耦 合矩阵  $C_1$  和  $C_2$ 。其次按定义,  $C_p$  中第 q 行元 素代表板 1 各阶模态响应对板 2 第 q 阶模态的贡献 系数,其值与 Y<sub>cp</sub> 中主对角元素的幅值大小直接相 关。显然,当激励频率与板2第q阶模态及某阶声 模态同时重合时, Y cp 中第 q 阶主对角元素达到一 个最大值;此时若相应板模态与腔模态耦合较好且 在该激励频率下板1第q阶模态为主导模态,则板2 第 q 阶模态与板 1 强耦合。反之,任何对上述条件的 偏离都会削弱两板间的耦合作用。此外,根据2.1节 中对式 (20) 分母项的讨论, 当 $\omega$ 较大时,  $Y_{cp}$ 中各 元素幅值随  $\omega, \rho$  和 h 的增大而减小。即频率越高, 两板耦合越弱, 且轻质薄板有利于增强两板间的耦 合。以上分析与图 5 所示的两板速度频率响应的趋 势完全吻合。

由 1.1 节的模型描述可知, 板的振动状态直接决 定了腔内声压级。对应图 5 中所示的三种情况以及 板 2 为刚性的情况, 图 6 给出了腔内 MSPL 的频率响 应。对比图 5 和图 6 可见: 在板间耦合最强的 113 Hz 附近, 用 3.4 mm 铝板替换原 3.52 mm 钢板使结构 减重 67%, 且腔内声压降低了 4.7 dB 左右 (对应了 图 4(b) 中的极小值点)。当铝板 2 厚度增加到 5 mm 时, 板 2 与板 1 的模态频率不再重合, 两板间耦合 减弱, 腔内声压升高并逼近板 2 为刚性的情况。而在 其它频率, 总体上板 2 厚度的变化对腔内声压几乎 没有影响。基于这一结果, 对于多柔性板腔结构的轻 量化,可优先考虑非受外激励板的减重, 并在一定条 件下 (如低频段) 实现减重和降噪的最大化, 同时保 持其它频段噪声辐射水平不受影响。

为进一步解释板间耦合的强弱对声腔响应的影 响,以图 5 中所示的板间耦合作用最显著的 113 Hz 附近为例,图 7 比较了该频率下对应不同柔性板设 计的声腔前四阶模态响应。参考图 5 结果及相关分 析,随着板间耦合的增强 (板 2 设计从 5 mm 铝到 3.52 mm 钢,再到 3.4 mm 铝),位于 113 Hz 的声腔 第 2 阶主导模态响应逐步降低,从而有效地降低了 该频率附近的声压值。









图 6 双柔性板声固耦合系统单侧激励不同板设计下腔内 MSPL 随频率的变化



图 7 113 Hz 下采用不同柔性板设计时声腔前四阶模态响应幅值 (a) 和相位 (b)

## 3 结论

本文从包含双面柔性板封闭腔体的声固耦合模型出发,推导了柔性板材料特性参数与耦合系统响应的近似关系式。以在结构轻量化的同时降低噪声辐射为目标,详细分析了不同柔性板及不同激励情况下,材料及结构参数对耦合系统声压响应的影响及两板振动通过声腔耦合的特性。结果表明:

(1)基于简化关系模型展开的理论分析与基于完整模型的数值仿真结果一致,初步揭示了结构轻量化参数对结构声固耦合特性及板间耦合特性影响的机理和物理本质。

(2)对于单柔性板及双柔性板受对称激励的情况,在一阶板模态以下的低频区,耦合系统腔内声压主要取决于板厚的3次方及材料杨氏模量,而与材料密度基本无关。这表明在低频范围内,轻量化与提高NVH性能的目标可以同时实现。随着频率的升高,腔内声压与板厚及密度大致呈反比变化,此时轻量化程度与NVH指标相互制约。

(3)对于单侧受激励且两板间振动通过声腔耦合的双柔性板系统,板间耦合作用随频率升高而迅速减弱。板参数的变化只有在两板模态分布相同或接近,且板模态与邻近声模态耦合时才显著影响腔内声压;此时对无激励板的适当轻量化设计可以明显降低该频率附近的噪声辐射。其它频率下,可以认为无激励板参数的改变基本不影响耦合系统声压响应。

#### 参考文献

- Benedyk J C. Light metals in automotive applications. Light Metal Age, 2000; 58(10): 34—35
- 2 Liang X, Zhu P, Lin Z, Zhang Y. Acoustic analysis of lightweight auto-body based on finite element method and boundary element method. *Front. Mech. Eng. China*,

2007; 2(1): 99-103

- 3 Lam K P, Behdinan K, Cleghorn W L. A material and gauge thickness sensitivity analysis on the NVH and crashworthiness of automotive instrument panel support. *Thinwalled Structures*, 2003; **41**: 1005—1018
- 4 Sobieszczanski-Sobieski J, Kodyyalam S, Yang R Y. Optimization of car body under constraints of noise, vibration, and harshness (NVH), and crash. *Struct. Multidisc. Optim.*, 2001; **22**: 295—306
- 5 Lyon R H. Noise reduction of rectangular enclosures with one flexible wall. Journal of the Acoustical Society of America, 1963; 35(11): 1791—1797
- 6 Dowell E H, Gorman G F. Acoustoelasticity: general theory, acoustic modes and forced response to sinusoidal excitation, including comparisons with experiment. *Journal* of Sound and Vibration, 1977; **52**: 519—542
- 7 Fahy F. Sound and Structural Vibration Radiation, Transmission and Response. San Diego: Academic Press, 1985
- 8 Kim S M, Brennan M J. A compact matrix formulation using the impedance and mobility approach for the analysis of structural-acoustic systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1999; **223**(1): 97—113
- 9 靳国永,杨铁军,刘志刚,李玩幽,季振林.弹性板结构封闭声腔的结构-声耦合特性分析.声学学报,2007;32(2):179—188
- 10 姚昊萍,张建润,陈南,孙庆鸿.不同边界条件下的而封闭矩形 声腔的结构-声耦合分析.声学学报,2007;32(6):497—501
- 11 Pan J, Hansen C H, Bies D A. Active control of noise transmission through a panel into a cavity: I. Analytical study. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1990; 87(5): 2098—2108
- 12 Estève S J, Johnson M E. Reduction of sound transmission into a circular cylindrical shell using distributed vibration absorbers and Helmholtz resonators. *Journal of the Acoustical Society of America*, **112**(6): 2840–2848
- 13 Hou C G, Zhu S R, Zu S H. New modeling method and mechanism analyses for active control of interior noise in an irregular enclosure using piezoelectric actuators. *Jour*nal of the Acoustical Society of America, 2003; **113**(3): 1439—1447
- 14 靳国永,刘志刚,杨铁军.双层板腔结构声传输及其有源控制研究.声学学报,2010;35(6):665-677