统计最优近场声全息重建精度和计算速度优化方法*

张永斌　毕传兴　张小正
(合肥工业大学噪声振动工程研究所　合肥　230009)

2012 年 9 月 24 日收到
2013 年 6 月 4 日定稿

摘要　分析了统计最优近场声全息 (Statistically optimized nearfield acoustic holography, 简称 SONAH) 的重建过程发现采用 SONAH 重建噪声源表面法向振速时误差较大的原因在于正则化参数选取较小。在此基础上提出一种单元平面波优化选择方法，该方法保留了单元平面波中的全部传播波和部分倏逝波，去除了一些较高波数的倏逝波成分，保证了重建过程中正则化参数的准确选取。另外，采用单元平面波优化选择方法还可以降低 SONAH 中传递矩阵的阶数，从而解决 SONAH 的计算速度随着测量点数目的增加急剧变慢的问题。通过数值仿真和实验对所提出的单元平面波优化选择方法的有效性进行了验证，结果表明采用该方法后 SONAH 的计算速度和法向振速的重建精度都得到了较大提高。

PACS 数：43.60

The method for improving the reconstruction accuracy and computational speed of the statistically optimized nearfield acoustic holography

ZHANG Yongbin　BI Chuanxing　ZHANG Xiaozheng
(*Institute of Sound and Vibration Research, Hefei University of Technology*　Hefei　230009)

Received Sept. 24, 2012
Revised Jun. 4, 2013

Abstract　By analyzing the reconstruction process of the statistically optimized nearfield acoustic holography (SONAH), it is found that selecting regularization parameter too small is the essential reason for the low accuracy of SONAH when normal velocity on the surface of noise sources is reconstructed. In order to improve the reconstruction accuracy of SONAH, a method for optimized selection of elementary planar waves is proposed to guarantee the correct selection of the regularization parameter, in which all the propagating waves and parts of evanescent waves are retained and parts of the evanescent waves related to high wave number are eliminated. Moreover the order of the transfer matrix of SONAH decreases after using the proposed method, consequently the problem that the computational speed will become slow rapidly as soon as the number of measurement points increase can be solved simultaneously. The numerical simulation and the experiment are conducted to demonstrate the validity of the proposed method, and the results of which show that both the reconstruction accuracy and the computational speed of SONAH are improved a lot by the proposed method.

引言

噪声源识别是进行噪声和振动控制的先决条件，对噪声源识别技术的研究也越来越受到人们的关注。近场声全息 (NAH) 是一种用于噪声源识别定位和声场可视化的先进技术。该技术通过测量包含倏逝波的近场数据既可以重建出噪声源的表面声压和法向振速，又可以对整个三维声场中任意点处的声压、质点速度、有功无功声强、声源辐射声功率和远场指向性等声学量进行重建和预测。另外， NAH 技术还有着其他声源识别方法所不具备的高分辨率。

经过 20 年的发展形成了众多的 NAH 重建算法，例如空间 Fourier 变换 [1−3]、统计最优、边

* 国家自然科学基金 (11004045, 11274087, 51322505) 和高等学校博士学科点专向科研基金 (20100111110007) 资助

界元法 (BEM)[4]、分布源边界点法[5]、等效源法 (ESM)[6−7]、Helmholtz 方程最小二乘法 (HELS)[8] 等，这些重建算法各有优缺点，各有自己的适用范围。而本文的研究对象是统计最优 NAH(Statistically Optimized NAH) 技术 [9−10], 也被简称为 SONAH 。

SONAH 直接通过空间域中全息面上复声压的线性叠加来重建或预测噪声源表面或空间声场中的复声压和质点振速, 不存在卷积运算, 克服了基于空间 Fourier 变换的 NAH 技术对测量面尺寸的严格要求。但是 SONAH 技术仍然存在一定的不足之处, 限制了该技术的广泛实际应用。 SONAH 的不足之处主要表现在重建精度和计算速度两个方面。首先采用 SONAH 重建噪声源表面法向振速时误差有时较大, 不能准确识别噪声源的表面振动情况；其次随测量点数目增大， SONAH 的计算速度会急剧变慢。例如在同一台计算机上，测量点为 21×21 点时，单个频率下 SONAH 计算耗时约 13 s, 当测量点增加为 31×31 时，单个频率耗时约 165 s, 增加了十几倍。

本文即针对 SONAH 的这两个不足之处进行研究。首先分析这两个不足之处产生的根本原因，然后提出一种单元平面波优化选择方法用于同时解决这两个不足之处，最后通过数值仿真和实验研究验证所提出的单元平面波优化选择方法的有效性和实用性。

1 统计最优近场声全息 (SONAH)

假设测量面 (也被称为全息面) 位于 $z=z_H$, 在全息面上测量点坐标为 $\boldsymbol{r}_{Hj}=(x_j,y_j,z_H)$, $j=1,2,\cdots,M$ 。 SONAH 的基本思想是声场中任意一点处的声压可以表示为全息面上这些测量点复声压的线性叠加，即：

$$p(\boldsymbol{r}_C)=\sum_{j=1}^{M}c_j(\boldsymbol{r}_C)p(\boldsymbol{r}_{Hj})=\boldsymbol{p}_H^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}_C),\qquad(1)$$

式中， $\boldsymbol{r}_C=(x,y,z_C)$ 表示的是重建或预测点的坐标； $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}_C)$ 为对应测量点声压的权重系数列向量。SONAH 中的权重系数独立于声场分布, 也就是说只要全息面测量点 $\boldsymbol{r}_{Hj}$ 和计算点 $\boldsymbol{r}_C$ 的位置不变, 即使对于不同的声场, 不同的全息面声压, 都可以采用同一组权重系数叠加得到计算点的声压值。既然这组权重系数适用于所有声场，也必然适用于各项单元平面波，所以权重系数必然满足：

$$\varPhi(\boldsymbol{k}_n,\boldsymbol{r}_C)\approx\sum_{j=1}^{M}c_j(\boldsymbol{r}_C)\varPhi(\boldsymbol{k}_n,\boldsymbol{r}_{Hj}),\qquad(2)$$

式中， $\boldsymbol{k}_n=(k_{x,n},k_{y,n},k_{z,n})$ 表示波数域中的采样点； $\varPhi(\boldsymbol{k}_n,\boldsymbol{r})=\mathrm{e}^{\mathrm{i}[k_{x,n}x+k_{y,n}y+k_{z,n}(z-z_S)]}$ 为声源 z_S 处产生的单元平面波的表达式，其中：

$$k_{z,n}=\begin{cases}\sqrt{k^2-k_{x,n}^2-k_{y,n}^2}, & k_{x,n}^2+k_{y,n}^2\leqslant k^2,\\ \mathrm{i}\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,n}^2-k^2}, & k_{x,n}^2+k_{y,n}^2>k^2.\end{cases}$$

从 $k_{z,n}$ 的表达式可以看到 SONAH 中用到的单元平面波既包含传播过程中幅值保持不变的传播波成分，也包括幅值随传播距离增加呈指数衰减的倏逝波成分。传播波和倏逝波以辐射圆为分界线，令 $k_r=\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,n}^2}$, 当 $k_r\leqslant k$ 时为传播波，当 $k_r>k$ 时为倏逝波。

当全息面的测量声压 $\boldsymbol{p}_H$ 已知， SONAH 的关键是权重系数 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}_C)$ 的求解。权重系数 $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}_C)$ 可以由式 (2) 计算得到，为分析方便，将式 (2) 改写为矩阵形式：

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}_C),\qquad(3)$$

式中，$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)$ 为 $\varPhi(\boldsymbol{k}_n,\boldsymbol{r}_C)$ 组成的 $N\times 1$ 阶列向量； N 为波数域中的采样点数，也是参与计算的单元平面波项数； $\boldsymbol{A}_{n,j}=\varPhi(\boldsymbol{k}_n,\boldsymbol{r}_{Hj})$ 为 $N\times M$ 阶矩阵。

假设全息面上沿 x 和 y 方向的测量点间距分别为 Δx 和 Δy, 根据采样定理，SONAH 所采用的 $k_{x,n}$ 和 $k_{y,n}$ 的范围为 $k_{x,n}\in[-\pi/\Delta x,\pi/\Delta x]$, $k_{y,n}\in[-\pi/\Delta y,\pi/\Delta y]$ 。在基于空间 Fourier 变换的 NAH 技术中沿 k_x 和 k_y 方向的采样间隔为 $2\pi/L_x$ 和 $2\pi/L_y$, 其中 L_x 和 L_y 为测量面的尺寸. 但是在 SONAH 中采用相同的波数域采样间隔不能满足对声场的近似要求, 所以 SONAH 中通常都是选取波数域采样间隔为 π/L_x 和 π/L_y 。也就是说, 如果在全息面 x 和 y 方向上测量点数分别为 N_x 和 N_y $(N_xN_y=M)$, 那么沿 k_x 和 k_y 方向的抽样点数分别是 $2N_x-1$ 和 $2N_y-1$ 。因此 $N=(2N_x-1)(2N_y-1)$ 。

从式 (3) 可以直接求得权重系数向量：

$$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{r}_C)=\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C),\qquad(4)$$

式中，“+” 表示广义逆矩阵. 把式 (4) 代入式 (1) 可以得到：

$$p(\boldsymbol{r}_C)=\boldsymbol{p}_H^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{+}\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C).\qquad(5)$$

对矩阵 $\boldsymbol{A}$ 进行奇异值分解：

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{U}\boldsymbol{\varSigma}\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{U}\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_M)\boldsymbol{W}^{\mathrm{H}},$$

式中，$\boldsymbol{\varSigma}=\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_M)$ 为对角矩阵，σ_j $(j=1,2,\cdots,M)$ 为矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的奇异值，且满足 $\sigma_1\geqslant\sigma_2\geqslant\cdots\geqslant\sigma_M>0$; $\boldsymbol{U}$ 和 $\boldsymbol{W}$ 为酉矩阵。

把奇异值分解结果代入式 (5) 可以得到：

$$p(\boldsymbol{r}_C)=\boldsymbol{p}_H^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\mathrm{diag}(\sigma_1,\sigma_2,\ldots,\sigma_M)^{-1}\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C). \quad (6)$$

由于测量声压 $\boldsymbol{p}_H$ 通常包含测量误差，所以需要采用 Tikhonov 正则化限制测量误差的放大。引入正则化后的 SONAH 重建公式为：

$$p(\boldsymbol{r}_C)=\boldsymbol{p}_H^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\mathrm{diag}\left(\frac{f_1}{\sigma_1},\frac{f_2}{\sigma_2},\cdots,\frac{f_j}{\sigma_j},\cdots,\frac{f_M}{\sigma_M}\right)\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)=\boldsymbol{R_P}\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C), \quad (7)$$

式中，$f_j=\sigma_j^2/(\sigma_j^2+\lambda^2)$, λ 为正则化参数，可以通过 GCV、L 曲线 [11] 等方法确定。

在式 (7) 的基础上，根据 Euler 方程可以得到声源表面法向振速的重建公式为：

$$v(\boldsymbol{r}_C)=\frac{1}{\mathrm{i}\rho\omega}\boldsymbol{R_P}\frac{\partial\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)}{\partial z_C}, \quad (8)$$

式中，

$$\frac{\partial\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)}{\partial z_C}=\mathrm{i}\,[k_{z,1}\varPhi(\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{r}_C),k_{z,2}\varPhi(\boldsymbol{k}_2,\boldsymbol{r}_C),\cdots,k_{z,N}\varPhi(\boldsymbol{k}_N,\boldsymbol{r}_C)]^{\mathrm{T}}.$$

2 单元平面波优化选择方法

首先对采用 SONAH 重建声源表面法向振速时误差较大的原因进行分析。SONAH 重建过程具有不适定性，产生的主要原因是传递矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的小奇异值。实际中因为高波数倏逝波衰减较快，即使在近场范围内测量，也很容易被测量误差掩盖，所以测量数据 $\boldsymbol{p}_H$ 在高波数处包含误差信号。从式 (6) 可以看到，当除以较小的奇异值 (<1) 时，这些误差会被放大。

从式 (7) 可以看到 Tikhonov 正则化就是对矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的奇异值进行处理，限制小奇异值对测量误差的放大作用，正则化的效果取决于正则化参数 λ 的选取准确与否。参数 λ 的取值在最大奇异值和最小奇异值之间，即 $\lambda\in[\sigma_M,\sigma_1]$ 。若 λ 选取过大，会造成过滤波，导致重建结果过小；若 λ 选取过小，又不能限制测量误差的放大 [12] 。

矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的奇异值分布对应的是根据采样定理确定的波数域区间内的单元平面波。需要注意矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的秩为 N_xN_y, 奇异值的个数自然也为 N_xN_y, 但 SONAH 中用到的单元平面波有 $(2N_x-1)(2N_y-1)$ 项，所以奇异值和各项单元平面波并不是一一对应。实际上较大的奇异值对应的是传播波和低波数的倏逝波，较小的奇异值对应的是高波数的倏逝波。

在保持空间采样间隔 Δx 和 Δy 不变，即保持最高波数为 $\sqrt{(\pi/\Delta x)^2+(\pi/\Delta y)^2}$ 不变，同时保持波数域的采样间隔 π/L_x 和 π/L_y 不变的情况下，如果仅从矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中去掉一些高波数的倏逝波成分，那么位于区间 $[\sigma_k,\sigma_1]$ 的奇异值数值保持不变，而位于 $[\sigma_M,\sigma_k]$ 的奇异值数值变小。这里 $1<k<M$, 去掉的倏逝波的项数越多，k 的值越小。这一现象表明建立矩阵 $\boldsymbol{A}$ 所用高波数倏逝波项数越多，表征倏逝波的小奇异值的数值也越大。同样地，如果仅从矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中去掉一些传播波或者低波数的倏逝波，那么位于区间 $[\sigma_k,\sigma_1]$ 的奇异值数值变小，而位于 $[\sigma_M,\sigma_k]$ 的奇异值数值保持不变。

从上面的分析可以知道如果建立 $\boldsymbol{A}$ 时使用的高波数倏逝波的项数过多，那么小奇异值的数值会比较大。因为小奇异值的本身数值已经较大，不管采用何种正则化参数选取方法，用矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和测量数据 $\boldsymbol{p}_H$ 确定的正则化参数 λ 往往都过于靠近 σ_M 。也就是说会导致参数 λ 选取较小。

但是注意由于小奇异值本身数值较大，即使 λ 选取较小，式 (7) 中 $\boldsymbol{R_P}$ 这一项计算过程中对测量误差也不会过于放大。又因为 $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)$ 中元素的最大幅值是 1, 而且在对应测量误差的高波数处 $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)$ 的幅值远小于 1, 所以乘以 $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)$ 不但没有放大作用，还会进一步削弱测量误差的影响。因此 SONAH 按式 (7) 重建声压时，只要不是测量误差过大， λ 选取较小这一问题的影响并不大。

而式 (8) 所示的声源表面法向振速的重建情况又有所不同，主要原因在于 $\partial\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)/\partial z_C$ 本身数值较大，尤其是在对应误差信号的高波数处 $\partial\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)/\partial z_C$ 的幅值远大于 1 。当 λ 选取较小时，虽然 $\boldsymbol{R_P}$ 这一项的计算中对测量误差的放大程度不高，但是乘以 $\partial\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{r}_C)/\partial z_C$ 之后形成了对测量误差的二次放大，从而导致采用 SONAH 重建声源表面法向振速时误差较大。

从上面的分析可以总结得到：要提高 SONAH 重建噪声源表面法向振速的精度，建立传递矩阵 $\boldsymbol{A}$ 时需要减少高波数倏逝波的项数，以保证正则化参数 λ 的正确选取。

另外，传递矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数为 $(2N_x-1)(2N_y-1)\times N_xN_y$ 。如果假设测量点数目为 21×21 点，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数为 1681×441; 当测量点数目为 31×31 点，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数为 3721×961 。从这个简单举例可以看出随着测量点数目的增加，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数增加非常之快，相应地计算量和耗时也会急剧增加。特别是当对一个频带进行分析时，这一问题表现更加明显。为提高 SONAH 的计算速度，需要减少矩阵 $\boldsymbol{A}$ 阶数，也就是减少参与计算的单元平面波的项数。

总之，如果从 $(2N_x-1)(2N_y-1)$ 项单元平面波中去掉一些高波数的倏逝波对提高振速重建精度和计算速度都是有利的，这样也就可以同时解决 SONAH 存在的两个问题。但是需要注意的是不能把倏逝波完全去掉，否则重建图像的分辨率会大大降低。因此，这里需要对单元平面波，尤其是倏逝波进行优化选择，而且在选择的过程中需要考虑倏逝波的衰减过程。

本文提出的单元平面波优化选择方法的基本思想是：在建立矩阵 $\boldsymbol{A}$ 时用到的 $(2N_x-1)(2N_y-1)\times N_xN_y$ 项单元平面波中，幅值大于某一门限值 ε 的单元平面波予以保留，而舍弃幅值小于 ε 的单元平面波。即只保留满足

$$A_m=\left|\mathrm{e}^{\mathrm{i}[k_{x,n}x_j+k_{y,n}y_j+k_{z,n}(z_H-z_S)]}\right|=\left|\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_{z,n}(z_H-z_S)}\right|=\begin{cases}1, & k_{x,n}^2+k_{y,n}^2\leqslant k^2,\\ \mathrm{e}^{-(z_H-z_S)\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,n}^2-k^2}}, & k_{x,n}^2+k_{y,n}^2>k^2,\end{cases}>\varepsilon \tag{9}$$

的单元平面波。门限值 ε 的选取需要考虑多种因素，本文提出 ε 的选取方法为：

$$\varepsilon=\frac{1}{N_e}\sum_{n=1}^{N_e}\mathrm{e}^{-(z_H-z_S)\sqrt{k_{x,n}^2+k_{y,n}^2-k^2}}, \tag{10}$$

式中，N_e 表示矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中倏逝波总项数；$k_{x,n}$ 和 $k_{y,n}$ 满足 $k_{x,n}^2+k_{y,n}^2>k^2$, 表示只有倏逝波参与计算。

从式 (10) 可以看到 ε 的含义是对矩阵 $\boldsymbol{A}$ 中所有的倏逝波幅值进行平均，其取值兼顾了测量面与声源的距离 z_H-z_S, x 和 y 方向的空间采样间隔 Δx 和 Δy, 测量面的尺寸 L_x 和 L_y 以及所要分析的波数 k 等几方面的共同影响。确定了 ε 取值之后，根据式 (9) 可以对单元平面波进行优化选择。将 ε 值代入式(9)可以发现本文所提出的单元平面波优化选择方法保留了所有的传播波和部分的倏逝波成分，并舍弃了一些幅值小于平均值的较高波数的倏逝波成分，达到了减少矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数和保证正则化参数 λ 的选取稳定的双重目的。

3 数值仿真研究

下面以简支铝板为声源对单元平面波优化选择方法的有效性进行验证。铝板的长宽为 0.8 m×0.8 m, 厚度为 0.003 m 。激励点位于板的中心，激振力为 10 N 。测量面和重建面的中心都和板中心相对，尺寸都为 0.8 m×0.8 m, 而且分析中两个面上的测点分布情况相同。为更接近实际情况，对测量面声压添加信噪比为 30 dB 的正态分布伪随机噪声。另外，在重建过程中采用 Tikhonov 正则化稳定重建过程，正则化参数选取方法本文为 L 曲线法。首先定义 SONAH 重建误差为：

$$\mathrm{err}=\frac{\sqrt{\sum_{j=1}^{M}\left|\mathrm{var}_j^{\mathrm{true}}-\mathrm{var}_j^{\mathrm{reconstructed}}\right|^2}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{M}\left|\mathrm{var}_j^{\mathrm{true}}\right|^2}}\times 100\%, \tag{11}$$

式中 M 为计算点总数，$\mathrm{var}_j^{\mathrm{true}}$ 和 $\mathrm{var}_j^{\mathrm{reconstructed}}$ 分别表示第 j 个计算点处分析变量的理论值与重建值。

首先分析本文所提出方法在提高 SONAH 计算速度方面的效果。测量面位于距离板表面 0.05 m 处，重建面位于距离板表面 0.02 m 处。当测量点数目为 21×21, 频率分别为 200 Hz, 400 Hz 和 600 Hz 时，采用单元平面波优化选择方法前后 SONAH 计算所需时间和声压重建精度的对比如表 1 所示。从表 1 可以看到采用优化选择方法之前，矩阵的阶数为 1681×441, SONAH 计算所需时间约为 13.2 s; 而采用优化选择方法之后，矩阵的阶数小于原来的三分之一，相应地计算所需时间也大大减少，约为 4.6 s 。在声压重建误差方面，采用优化选择方法之后稍有减小；不管是采用优化选择方法之前还是之后，声压重建误差都不大。这一趋势和前文中提到的正则化参数 λ 选取较小对声压重建精度影响不大的结论相吻合。

表 2 中给出的是测量点数目为 31×31, 频率分别为 200 Hz, 400 Hz 和 600 Hz 时，采用单元平面波优

表 1 测量点数目为 21×21 时， SONAH 计算时间和计算精度对比

比较参数	优化选择前			优化选择后		
	200 Hz	400 Hz	600 Hz	200 Hz	400 Hz	600 Hz
矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数	1681×441			473×441	481×441	465×441
计算所需时间 (s)	13.11	13.23	13.19	4.63	4.65	4.59
声压重建误差 (%)	3.61	4.22	5.33	3.16	4.06	4.68

表 2 测量点数目为 31×31 时， SONAH 计算时间和计算精度对比

比较参数	优化选择前			优化选择后		
	200 Hz	400 Hz	600 Hz	200 Hz	400 Hz	600 Hz
矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数	3721×961			793×961	805×961	793×961
计算所需时间 (s)	164.64	165.21	164.77	20.42	21.00	20.34
声压重建误差 (%)	3.19	3.83	3.23	2.07	2.91	2.15

化选择方法前后 SONAH 计算所需时间和声压重建误差的对比。从表 2 可以看到测量点数目增加到 31×31 之后, SONAH 计算所需时间增加到约 165 s 。而且这一计算时间只是针对单一频率而言，如果我们需要对某一频带进行重建，计算时间还会成倍增加。采用优化选择方法之后, 在保证声压重建精度的前提下，计算所需时间约为优化选择之前的 1/8, 很大程度地提高了计算速度。

接下来分析本文所提出方法在提高噪声源表面法向振速重建精度方面的效果。这里测量点数目保持为 21×21 不变，频率在 200 Hz 到 1500 Hz 之间变化, 对简支铝板表面法向振速进行重建, 并与理论值进行对比。采用本文提出的单元平面波优化选择方法前后板表面法向振速的 SONAH 重建误差以及计算所需时间的对比如图 1 和图 2 所示。从图 1 可以看到在单元平面波优化选择之前， SONAH 的表面法向振速重建误差较大，平均在 40% 以上，最高甚至达到了 110% 。而采用优化选择方法之后，重建误差明显下降，总体低于 20% 。从图 2 可以看到在表面法向振速重建过程中, 采用优化选择方法同样提高了 SONAH 计算速度，所需时间从平均 13 s 下降到只需 4.5 s 。

数值仿真结果表明, 不管是在声压重建还是声源表面法向振速重建过程中, 采用提出的单元平面波优化选择方法都可以很大程度上减少计算时间, 提高计算速度; 采用单元平面波优化选择方法之后, 声压重建误差变化不大, 但是声源表面法向振速重建误差得到了明显减小。仿真中添加噪声的信噪比为 30 dB, 当所加噪声的信噪比为 20 dB 或 40 dB 等情况下，可以得到相同的数值仿真结果。

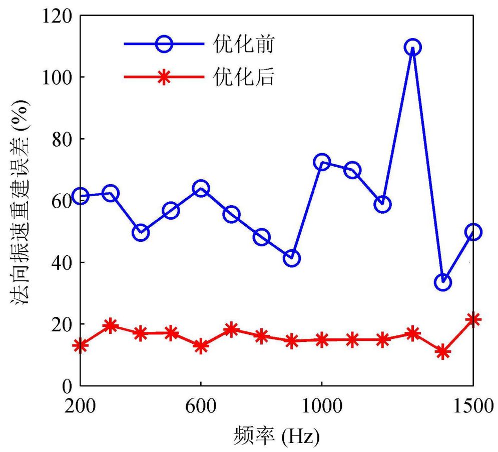


图 1 法向振速重建误差对比

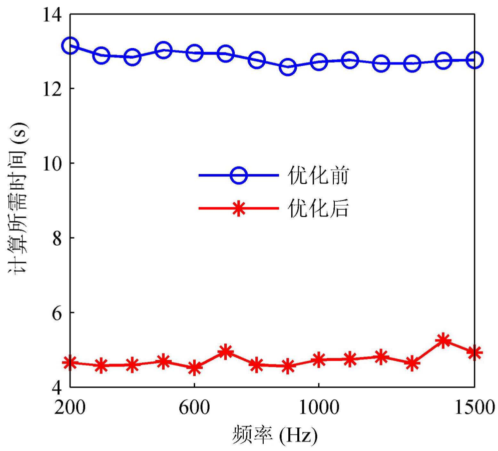
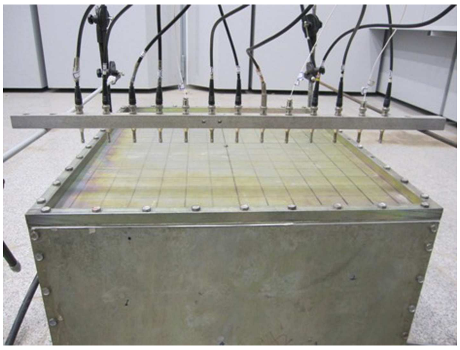


图 2 计算所需时间对比

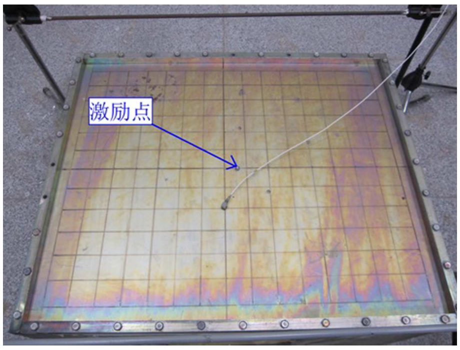
4 实验验证

实验在半消声室中进行，场景如图3所示，所用声源为 0.84 m×0.7 m×0.46 m 的箱体，为 Q235 钢加工而成。箱体的底板厚度为 0.03 m, 四周围板厚均为 0.02 m 。上盖板厚度为 0.003 m 。上盖板的四周分别

用 0.02 m×0.02 m 的正方形压条，通过密封垫片和螺栓紧固在箱体四边壁上。箱体内部放置激振器对上盖板激励，激励点位于中心。



(a) 声压测量



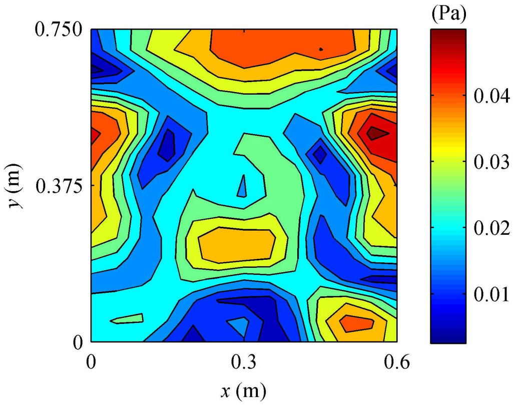
(b) 加速度测量

图 3 实验场景

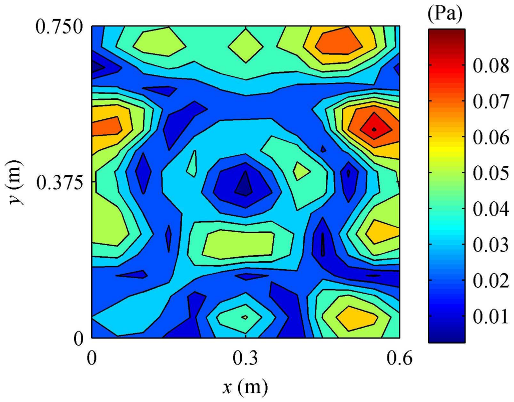
采用由 13 个传声器组成的线阵列，在距离箱体上盖板 0.09 m 和 0.05 m 的两个平面上扫描测量了 13×16 点的声压数据，测点间距为 0.05 m，所以两个测量面的尺寸均为 0.75 m×0.6 m 。因为需要验证单元平面波优化选择方法在表面法向振速重建中的效果，所以采用一个加速度传感器扫描测量了箱体上盖板 13×16 点 (0.75 m×0.6 m) 的加速度信号，经过处理后得到法向振速。声压和法向振速测量过程中的参考信号均为激振器的输入信号。

当激振器输入信号的频率为 450 Hz 时，测量声压和法向振速的幅值如图 4 所示。

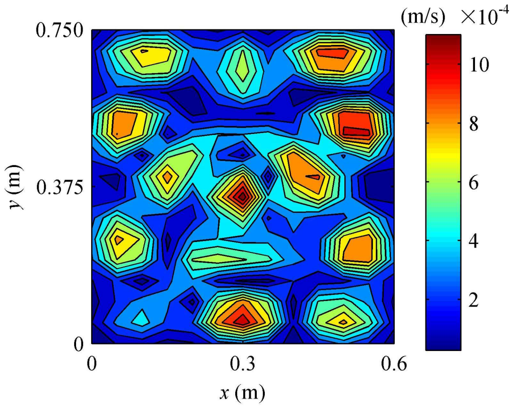
采用图 4(a) 所示 0.09 m 处测得的复声压作为 SONAH 的输入对 0.05 m 处的声压进行重建，重建结果如图 5 所示。由图 5 可以看到，采用单元平面波优化选择方法之前和之后的重建结果比较接近，而且都与图 4(b) 所示直接测量值吻合较好。采用单元平面波优化选择方法之前，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数为 775×208，计算所需时间为 2.22 s，声压重建误差为 8.33%；采用单元平面波优化选择方法之后，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数为 177×208，计算所需时间为 0.83 s，声压重建误差为 8.06% 。



(a) 距离箱体上表面 0.09 m 处声压幅值



(b) 距离箱体上表面 0.05 m 处声压幅值



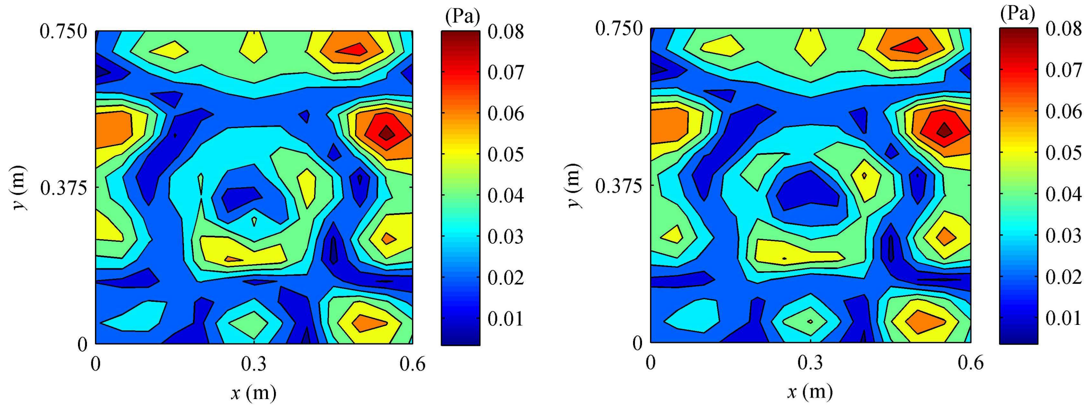
(c) 箱体上表面法向振速幅值

图 4 声压和箱体上表面法向振速测量值

采用图 4(b) 所示 0.05 m 处测得的复声压作为 SONAH 的输入对箱体上表面的法向振速进行重建，重建结果如图 6 所示。对比图 6(a) 和图 4(c) 可以看到，采用单元平面波优化选择方法之前，表面法向振速的重建完全错误，重建误差为 105.5% 。对比图 6(b) 和图 4(c) 可以看到，采用单元平面波优化选择方法之后，重建结果得到很大改善而且与测量值吻合较好，此时重建误差为 12.27% 。另外，在箱体表面法向振速重建过程中，采用单元平面波优化选择方法后，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的阶数由 775×208 降低为 241×208，计算所需时间也从 2.34 s 减少为 1.06 s 。

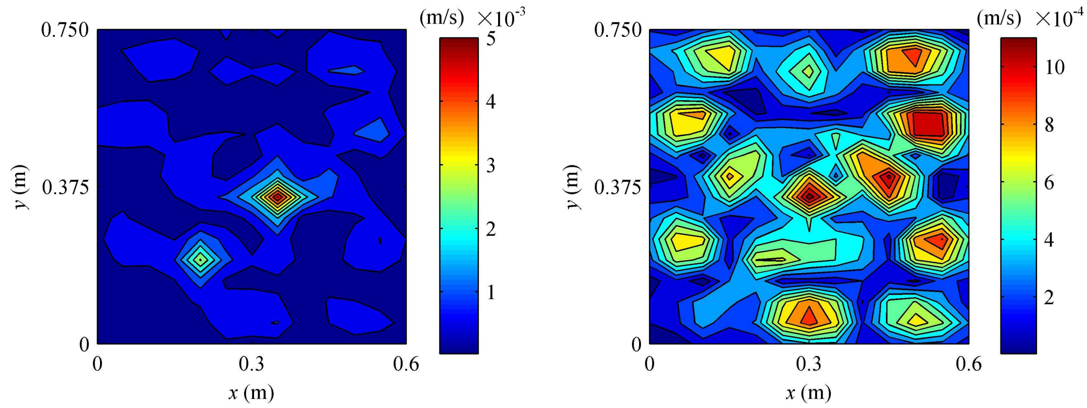
除了 450 Hz 之外，对激振器输入信号频率分别为 350 Hz, 400 Hz, 500 Hz 和 550 Hz 时的声场和箱体上表面的法向振速也进行了测量和 SONAH 重建。表 3 和表 4 分别给出了采用单元平面波优化选择方法前后 0.05 m 处的声压以及箱体上表面的法向振速的重建误差和计算所需时间。从表 3 可以看到对单元平面波优化选择前后，声压重建误差变化不大，但计算速度有所提高。从表 4 可以看到对单元平面波优化选择之后，声源表面法向振速的重建精度和计算速度都得到有效地提高，尤以 450 Hz 最为明显。

但是， 350 Hz 和 400 Hz 时，虽然重建精度分别提高了 13% 和 25%, 但采用单元平面波优化选择方法之后的误差仍然大于 30% 。其原因在于单元平面波优化选择方法的效果与测量信号中的误差分布相关，去除高波数的倏逝波，限制的是分布在高波数区域的测量误差的影响。由于高波数的倏逝波衰减快，容易被测量误差掩盖，多数情况下认为测量误差分布在高波数区域 [13], 也因此在单元平面波优化选择的过程中侧重抑制高波数倏逝波的影响。当然实际中也会出现测量误差不仅是分布在高波数区域的情况，



(a) 采用单元平面波优化选择方法之前 (b) 采用单元平面波优化选择方法之后

图 5 距离箱体上表面 0.05 m 处声压重建结果



(a) 采用单元平面波优化选择方法之前 (b) 用单元平面波优化选择方法之后

图 6 箱体上表面法向振速重建结果

表 3 重建距离箱体上表面 0.05 m 处声压时， SONAH 计算时间和计算精度对比

频率		350 Hz	400 Hz	450Hz	500Hz	550Hz
优化选择之前	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 阶数	775×208				
	所需时间 (s)	2.23	2.23	2.22	2.28	2.19
	重建误差 (%)	8.93	9.95	8.33	7.22	6.24
优化选择之后	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 阶数	173×208	165×208	177×208	177×208	173×208
	所需时间 (s)	0.79	0.78	0.83	0.83	0.79
	重建误差 (%)	10.09	9.89	8.06	5.53	4.89
0.09 m 处测量声压的信噪比		44.2 dB	63.6 dB	36.4 dB	43.6 dB	45.5 dB

表 4 重建箱体上表面法向振速时， SONAH 计算时间和计算精度对比

频率		350 Hz	400 Hz	450 Hz	500 Hz	550 Hz
优化选择之前	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 阶数	775×208				
	所需时间 (s)	2.41	2.41	2.34	2.36	2.38
	重建误差 (%)	48.54	55.74	105.5	23.72	21.49
优化选择之后	矩阵 $\boldsymbol{A}$ 阶数	241×208	241×208	241×208	241×208	241×208
	所需时间 (s)	1.10	1.12	1.06	1.11	1.11
	重建误差 (%)	35.58	30.03	12.27	18.83	13.64
0.05 m 处测量声压的信噪比		45.8 dB	65.9 dB	40.2 dB	45.3 dB	48.5 dB

比如本实验中 350 Hz 和 400 Hz 时，采用单元平面波优化选择方法之前重建误差较大，采用后重建误差虽然也明显降低，但效果不如 450 Hz 时明显。

5 结论

本文针对 SONAH 在计算速度和噪声源表面法向振速重建精度两个方面存在的不足之处进行研究。对法向振速重建误差较大的原因进行深入分析，建立了 SONAH 传递矩阵的奇异值和各项单元平面波之间的关系，并确定了导致 SONAH 法向振速重建误差较大的直接因素是正则化参数选取较小。

本文提出一种单元平面波优化选择方法，用于同时解决 SONAH 存在的上述两个不足。该方法保留了 SONAH 所用单元平面波中的全部传播波和部分倏逝波，去除了一些较高波数的倏逝波成分，在减少传递矩阵阶数的同时也保证了正则化参数的准确选取。通过数值仿真和实验对所提出的单元平面波优化选择方法的有效性和实用性进行了验证，结果表明采用该方法后 SONAH 的计算速度和法向振速的重建精度都得到了较大提高。

参 考 文 献

1 Maynard J D, Williams E G, Lee Y. Near-field acoustic holography: I. Theory of generalized holography and development of NAH. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1985; **78**(4): 1395—1413

2 何元安，何祚镛，商德江等. 基于平面声全息的全空间场变换: II. 水下大面积平面发射声基阵的近场声全息实验. 声学学报, 2003; **28**(l): 45—51

3 杨殿阁，郑四发，李兵等. 基于声全息方法和双目视觉实现运动声源声场可视化. 声学学报， 2010; **35**(1): 19—25

4 张海滨，蒋伟康，万泉. 基于边界元法的循环平稳近场声全息理论. 声学学报， 2008; **33**(3): 231—237

5 毕传兴，陈剑，陈心昭等. 分布源边界点在声场全息重建和预测中的应用. 机械工程学报， 2003; **39**(8): 81—85

6 Bi C X, Chen X Z, Chen J. Nearfield acoustic holography based on the equivalent source method. *Science in China (Series E)*, 2005; **48**(3): 338—353

7 张永斌，毕传兴，陈剑等. 基于等效源法的平面近场声全息及其实验研究. 声学学报， 2007; **32**(6): 489—496

8 Wang Z, Wu S F. Helmholtz Equation-Least Method for reconstructing the acoustic pressure field. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1997; **102**(4): 2020—2032

9 Steiner R, Hald J. Near-field acoustical holography without the errors and limitations caused by the use of spatial DFT. *Int. J. Acoust. Vib.*, 2001; **6**(2): 83—89

10 李卫兵，陈剑，于飞，毕传兴等. 统计最优平面近场声全息原理与声场分离技术. 物理学报， 2005; **54**(3): 1253—1260

11 Hansen P C, O'Leary D P. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM J. Sci. Comput.*, 1993; **14**(6): 1497—1503

12 Bi C X, Chen X Z, Zhou R *et al.* Reconstruction stability of nearfield acoustic holography. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005; **18**(4): 504—509

13 Williams E G. Regularization methods for near-field acoustical holography. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2001; **110**(4): 1976—1988