第 46 卷第 4 期　　声　学　学　报　　Vol. 46, No. 4
2021 年 7 月　　ACTA　ACUSTICA　　Jul., 2021

运动小孔径水平基阵估计目标深度*

李天宇[1,2,3]　李　宇[1,2]　黄海宁[1,2†]　杨习山[3,4]

(1　中国科学院声学研究所　北京　100190)

(2　中国科学院先进水下信息技术重点实验室　北京　100190)

(3　中国科学院大学　北京　100049)

(4　中国科学院声学研究所 声场声信息国家重点实验室　北京　100190)

2019 年 11 月 30 日收到

2021 年 4 月 26 日定稿

摘要　针对浅海动态声场，基于简正波模型提出了一种利用运动小孔径水平基阵估计目标深度的方法。通过合成孔径算法将运动小孔径水平基阵扩展成虚拟的大孔径水平基阵，利用稀疏近似最小方差准则可以在相对较小的合成孔径上估计各阶简正波模态能量，不同深度的模态匹配度由 Camberra 距离的负指数度量，目标深度估计结果是模态匹配度最大值对应深度。数值仿真与实验结果表明，在简正波声场结构基础上，声源频率越低则实现目标深度估计需要的合成孔径距离越小，当声源与阵列端射方向成一定角度时，对所需合成孔径的影响与其相对速度变化时的影响相同，在典型浅海水平分层波导中，当单阵元输入信噪比为 10 dB 时，准确估计 200 Hz 和 350 Hz 声源的深度，分别要求合成孔径大于 12 倍和 16 倍波导深度。利用实验数据验证了该方法对水下低频线谱声源的深度估计能力。

PACS 数：43.30, 43.20, 43.60

Source depth estimation using a small-aperture horizontal moving array

LI Tianyu[1,2,3]　LI Yu[1,2]　HUANG Haining[1,2]　YANG Xishan[3,4]

(1　*Institute of Acoustics*, *Chinese Academy of Sciences*　Beijing　100190)

(2　*Key Laboratory of Science and Technology on Advanced Underwater Acoustic Signal Processing*, *Chinese Academy of Sciences*　Beijing　100190)

(3　*University of Chinese Academy of Sciences*　Beijing　100049)

(4　*State Key Laboratory of Acoustics*, *Institute of Acoustics*, *Chinese Academy of Sciences*　Beijing　100190)

Received Nov. 30, 2019

Revised Apr. 26, 2021

Abstract　For the source depth estimation in shallow water, considering the normal mode theory which indicates the information of the depth that the depth information of the source and receiving hydrophones is contained in the modal energy distribution, an approach using a small-aperture horizontal moving array has been proposed. The normal mode model for the signals received by a horizontal moving array in the shallow water dynamic sound filed has been established and the real small aperture of array is expanded into a virtual large aperture using synthetic aperture algorithm. The sparse asymptotic minimum variance criterion was used to estimate the modal energy distribution. The negative index of Camberra distance was used to calculate the mode matched degree, which indicates the probability distribution of the source depth. Both simulations and experiments showed, based on the sound field structure of the normal mode theory wave model, the lower the source frequency, the smaller the synthetic aperture distance required to achieve estimate the source depth estimation. When the sound source is at a certain angle from the end-fire direction of the array, the effect on the required synthetic aperture is the same as that when the relative velocity changes. In a typical shallow-sea stratified waveguide, when the signal-to-noise ratio is 10 dB, the depth of the 200 Hz and 350 Hz sound sources

*　国家自然科学基金项目 (11904386) 资助

†　通讯作者：黄海宁，hnn@mail.ioa.ac.cn

is accurately estimated, and the synthetic aperture is required to be greater 12 times and 16 times the depth of the waveguide, respectively.

引言

目标深度估计可以为目标识别提供关键信息，是当前水下目标三维定位的难点。匹配场处理方法 (MFP)[1−3] 是一种常用的声源定位方法，主要分成两类，一类是利用空间相关性将阵元接收数据和拷贝场进行匹配 [4−5]，另一类是当传播模态数目不大于阵元数时将阵元域匹配转换到模态域匹配 [6−8]。在二维空间内搜索声源位置的计算量大，并且两者都依赖准确的环境参数信息，假设的传播模型与实际海洋波导之间的失配是导致声源定位结果误差大的主要原因。为解决环境失配问题，文献 9 和文献 10 分别提出贝叶斯和卡尔曼滤波方法同时反演环境参数和估计声源位置，但对声源运动形式有较严格限制，在实际复杂场景中仍存在应用上的问题。

由于不同深度的目标激发的简正波的强度由模态深度函数决定，因此早期的方法聚焦在利用垂直阵进行模态提取。Bucker 开创性地将 Bartlett 处理器应用于 MFP [4]，Bartlett 处理器对环境失配的鲁棒性较高但存在分辨率较低和模糊函数旁瓣较高的问题。随后涌现出一系列超分辨算法，如 Capon 处理器等，Daugherty 等总结了这些算法并提出了一种统一的框架 [11]。Walker 等利用垂直阵提取运动声源辐射噪声中不同阶模态的频率差来分离模态 [12]。垂直阵在 MFP 问题中受到广泛关注的原因是其可以在全部或部分深度观测深度函数的幅值变化进而分离模态。Bogart 等证明了如果水平阵的孔径足够长，利用不同阶模态的水平波数差异也可以分离模态并提出了有效孔径的概念 [13]。Premus 等通过大孔径水平阵提取低阶模态的能量进行水面、水下声源的分辨 [14]。李鹏等针对水平阵提出了一种基于模态域波束形成的目标深度估计方法 [15]。大孔径垂直阵在实际应用中存在的问题包括阵形姿态受海流影响大，不具备水平方向的分辨能力和固定布放带来的安全性、隐蔽性差等问题。固定式大孔径水平阵存在不能灵活调整布放方向，而且只对处于端射方向的目标有较好的深度分辨能力等问题；拖曳式水平阵存在孔径受限和阵形不完全平直等问题。

目标深度估计的难点是从接收信号中估计简正波波数和恢复模态能量，Chouhan 等利用 MUSIC 方法从拖曳阵数据中估计模态波数 [16]。黄勇等利用合成孔径方法进一步提高了波数分辨力 [17]，但不同阶简正波模态间的相干性强，只有基阵运动距离大于模态相干距离时才能正确分离波数，导致实际使用效果不佳。Yang 利用声压和深度分离的格林函数之间的 Hankel 变换关系准确估计了波数谱 [18−19]，但要求声源保持匀速直线运动，并且在较长的距离范围内进行积分才能获得好的分辨率来分离波数，实际上限制了使用场景。水下无人平台 (UUV) 的声纳载荷是小孔径水平阵，缺点是阵列孔径小，但利用 UUV 的机动能力和合适的合成孔径技术可以扩展基阵孔径，还可以通过调整航向改变目标的相对方向兼顾目标方向估计和目标深度估计能力，因此适合应用在浅海环境的水下目标深度估计任务中，但目前的研究较少。本文将对 UUV 小孔径水平阵的目标深度估计能力进行深入分析。

针对以上问题，本文利用 UUV 的机动能力提出一种基于合成孔径的稀疏近似最小方差目标深度估计方法 (SA-SAMV)，将浅海环境的目标深度估计问题分为 3 个步骤。首先建立浅海动态场景中运动水平基阵接收信号的简正波模型，利用 UUV 的机动能力和改进的合成孔径算法将运动小孔径水平基阵扩展成虚拟大孔径的水平基阵。然后利用稀疏近似最小方差 (SAMV)[20−21] 准则估计简正波模态能量，与 MFP 和 MMP 相比，该方法不依赖精确的环境信息，通过和其它算法比较表明，SA-SAMV 方法的优点是波数分辨率高、孔径要求小，并且是一种基于能量的迭代估计方法。最后使用 Camberra 距离的负指数来度量模态匹配度，根据估计的模态能量和已知的水平基阵深度计算不同深度目标的匹配度。数值仿真与实验结果表明，在简正波声场结构基础上，声源频率越低则实现目标深度估计需要的合成孔径距离越小；目标偏离阵列端射方向的角度越大，可以等效为阵列在和目标连线方向上的速度分量越小，因此，相同探测时间内形成的合成孔径距离越小；在典型浅海分层波导中，当单阵元输入信噪比为 10 dB 时，准确估计 200 Hz 和 350 Hz 声源的深度，分别要求合成孔径大于 12 倍和 16 倍波导深度。

1 SA-SAMV 方法的基本原理

1.1 动态声场模型

在实际的目标深度估计任务中，目标声源通常是运动的，UUV 也时刻处于运动状态。假设波导水平分层且环境参数与距离无关，目标声源在深度 z_s 以速度 $\boldsymbol{v}_s$ 匀速水平直线运动，声源辐射频率为 Ω，UUV 在深度 z_r 以速度 $\boldsymbol{v}_r$ 匀速水平直线运动，目标

声源和 UUV 的速度矢量与两者位置连线在水平方向的夹角分别为 θ_s 和 θ_r。根据文献 22, 浅海中单位强度点声源激发声场在任意位置处的声压为：

$$\psi(\boldsymbol{r_0}+\boldsymbol{v_r}t,z,t)=\frac{1}{2\pi}\int d^2\boldsymbol{k_r}G(\boldsymbol{k_r},z;\Omega+\boldsymbol{k_r}\cdot\boldsymbol{v_s}) \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\{[\Omega+\boldsymbol{k_r}\cdot(\boldsymbol{v_s}-\boldsymbol{v_r})]t-\boldsymbol{k_r}\cdot\boldsymbol{r_0}\}}, \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{k_r}$ 是水平波数矢量, $G(\boldsymbol{k_r},z;\Omega+\boldsymbol{k_r}\cdot\boldsymbol{v_s})$ 是频率为 $\Omega+\boldsymbol{k_r}\cdot\boldsymbol{v_s}$ 的深度分离的格林函数。式 (1) 是声场的精确解, 因为时间和波数耦合在一起, 所以难以直接求解, 利用 Fourier 变换可进行时间和波数耦合的分离, 得到以基阵为参考系的接收信号表达式为：

$$\psi(\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{v}_rt,z,\omega)= \frac{1}{2\pi}\int d^2\boldsymbol{k_r}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\boldsymbol{k_r}\cdot\boldsymbol{r_0}}S(\Omega_d)G(\boldsymbol{k_r},z;\omega+\boldsymbol{k_r}\cdot\boldsymbol{v_s}), \tag{2}$$

其中, $S(\Omega_d)$ 是声源功率谱, Ω_d 是包含多普勒频移的声源频率。

$$\Omega_d=\omega-\boldsymbol{k_r}\cdot(\boldsymbol{v_s}-\boldsymbol{v_r}). \tag{3}$$

实际探测时, 声源到基阵的距离一般远大于探测平台的基阵孔径, 因此, 为了简化计算, 可以近似认为 θ_s 和 θ_r 保持不变。利用 Hankel 变换代替水平波数的二维 Fourier 变换, 再将格林函数表示为具有离散水平波数的模态累加的形式, 可以得到简正波模型下的接收信号表达式为：

$$\psi(\boldsymbol{r_0}+\boldsymbol{v_r}t,z,\omega)\simeq\frac{\mathrm{i}}{4\rho(z_s)}\sum_n S(\Omega_n)\varphi_n(z_s)\varphi_n(z_r) H_0^{(1)}\left[k_nr_0\left(1+\frac{v_r}{v_{ng}}\cos\theta_r\right)\right], \tag{4}$$

其中, $\Omega_n=\omega-k_n(v_s\cos\theta_s-v_r\cos\theta_r)=\omega[1-(v_s/v_{np})\cos\theta_s+(v_r/v_{np})\cos\theta_r]$, v_{ng} 和 v_{np} 分别是第 n 阶模态的群速度和相速度, k_n 是 Sturm-Liouville 本征方程在确定边界条件下的解, 表示离散的水平波数, $\varphi_n(z)$ 是对应的本征函数。

1.2　基于浅海简正波模型的合成孔径算法

由于不同阶简正波的水平波数接近, 准确分离波数和估计模态能量需要较大基阵孔径和较多阵元数, 但实际的基阵尺寸难以满足要求, 因此需要通过合成孔径算法形成满足分辨率要求的虚拟大孔径。本文根据上节的接收信号模型在文献 23 中 ETAM 算法的基础上进行改进, 利用 UUV 的机动能力和改进的合成孔径算法, 根据运动小孔径水平基阵的接收数据计算相位校正因子, 对其进行相位补偿, 得到虚拟的大孔径的水平基阵接收数据, 如图 1 所示。为后续表述方便, 进一步假设目标处于水平基阵端射方向, 即 $\theta_s=\theta_r=0°$, 水平基阵靠近目标一端的阵元为参考阵元, 探测开始时, 参考阵元和声源的距离为 r_0。根据前一节的分析, 当声源辐射频率为 Ω 的单频信号时, UUV 接收到一串经历多普勒频移的离散频点信号, 对应各阶简正波的频率为：

$$\omega_n=\Omega+k_n(v_s-v_r). \tag{5}$$

据此可以构建接收信号时域表达式, 基阵第 $m+q$ 个阵元在 t 时刻的信号表达式为：

$$\psi_{m+q}(t)\simeq\sum_n\Phi_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}k'_n[r_0+(m+q-1)d]-\mathrm{i}[\Omega+k_n(v_s-v_r)]t}, \tag{6}$$

其中, k'_n 是以 UUV 为参考系的第 n 阶简正波水平波数, 由 UUV 运动速度和模态群速度决定, $k'_n=k_n(1+v_r/v_{ng})$, Φ_n 包含第 n 阶简正波的幅度信息,

$$\Phi_n=\sqrt{\frac{2\pi}{k'_nr}}\varphi_n(z_s)\varphi_n(z_r)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\pi/4}. \tag{7}$$

类似的, 第 m 个阵元在 $t+\tau$ 时刻的信号表达式为：

$$\psi_m(t+\tau)\simeq\sum_n\Phi_n\mathrm{e}^{\mathrm{i}k'_n[r_0+(m-1)d]-\mathrm{i}[\Omega+k_n(v_s-v_r)](t+\tau)}. \tag{8}$$

忽略前后位置微小距离变化导致的模态衰减, 如果测量间隔 τ 满足：

$$\tau=\frac{qd}{v_r-v_s}\left(1+\frac{v_r}{\overline{v}_g}\right), \tag{9}$$

其中, $\overline{v}_g$ 为平均模态群速度, d 为相邻阵元间距, 则任意两次相邻测量中相关阵元的接收数据存在固定

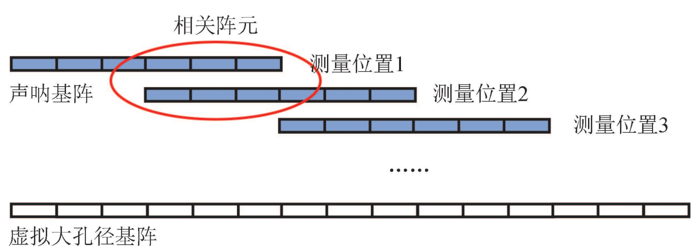


图 1　将运动小孔径水平基阵扩展成虚拟大孔径的水平基阵

相位差 $\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega\tau}$,

$$\psi_{m+q}(t)=\psi_m(t+\tau)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega\tau}, \tag{10}$$

可以通过计算相关阵元共轭相乘后的期望来估计相邻测量的相位差，即相位补偿因子 $\widehat{\theta}$,

$$\widehat{\theta}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega\tau}=\mathrm{E}\left\{\mathrm{angle}\left[\psi_{m+q}(t)\overline{\psi}_m(t+\tau)\right]\right\}, \tag{11}$$

其中，$\overline{\psi}_m(t+\tau)$ 代表 $\psi_m(t+\tau)$ 的复共轭，angle[$\cdot$] 代表复数 f 的辐角，E$\{\cdot\}$ 代表求期望。

计算得到相邻测量的相位补偿因子 $\widehat{\theta}$ 后，可以将不同时刻 UUV 在不同位置的接收信号变换到合成的虚拟孔径在初始时刻的等效接收信号。

式中时延因子 τ 的计算方法不同于传统 ETAM 算法，可以从两方面来理解这个结果。首先，分母中的 v_r-v_s 表示孔径扩展的有效速度是声源和 UUV 的相对运动速度，其次，扩展因子 $1+v_r/\overline{v}_g$ 代表 UUV 运动速度和模态群速度对相邻测量时延的影响，仿真分析表明，一般情况下用模态群速度平均值进行计算是合理的。

1.3 SAMV 模态估计算法

根据上面的推导，假设波导中存在 $\widetilde{N}$ 阶简正波，合成孔径后的虚拟阵元数为 M, 则第 m 个虚拟阵元接收的信号为：

$$\begin{aligned}y_(t)\simeq&\sum_{n=1}^{\widetilde{N}}\sqrt{\frac{2\pi}{k_n'\left[r_0+(m-1)d\right]}}\varphi_n(z_s)\varphi_n(z_r)\\&\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_n'[r_0+(m-1)d]-\mathrm{i}[\Omega+k_n(v_s-v_r)]t}+e_m(t),\end{aligned} \tag{12}$$

式中 $\sqrt{2\pi/\{k_n'[r_0+(m-1)d]\}}$ 意味着模态能量随距离增加而减小，如果对接收信号进行均衡可以消除能量起伏的影响，进而可将式 (12) 写成如下矩阵形式，

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{W}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{e}(t), \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{y}(t)$ 是 $M\times L$ 维的接收信号矩阵，L 是每个阵元采样点数，$\boldsymbol{W}$ 是 $M\times\widetilde{N}$ 的波数向量矩阵，$\boldsymbol{W}_n=\boldsymbol{w}(k_n')=[1,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_n'd},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_n'(M-1)d}]^{\mathrm{T}}$ 是第 n 阶模态水平波数的函数；$\boldsymbol{s}(t)$ 是 $\widetilde{N}\times L$ 维的矩阵，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{s}_n(t)=&\sqrt{\frac{2\pi}{k_n'r_0}}\varphi_n(z_s)\varphi_n(z_r)\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_n'r_0-\mathrm{i}[\Omega+k_n(v_s-v_r)]t}=\\&\Phi_n^*\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_nt},\end{aligned} \tag{14}$$

其中，Φ_n' 包含第 n 阶简正波模态的幅度和相位信息，$\sqrt{2\pi/(k_n'r_0)}$ 代表对信号能量进行均衡；$\boldsymbol{e}(t)$ 是 $M\times L$ 维的加性噪声，不同于一般的实孔径阵列采集信号，由于虚拟阵元受 UUV 工作状态影响明显并且是时变的，因此得到的虚拟孔径接收信号中的各阵元噪声可假设为具有随机方差的独立分布高斯白噪声，噪声协方差矩阵为 $\mathrm{E}[\boldsymbol{e}(t_1)\boldsymbol{e}^{\mathrm{H}}(t_2)]=\mathrm{Diag}(\sigma_1,\cdots,\sigma_M)\delta_{t_1,t_2}$，$\delta_{t_1,t_2}$ 是 Kronecker 函数。进一步假设，$\boldsymbol{s}(t)$ 和 $\boldsymbol{e}(t)$ 彼此独立，并且 $\mathrm{E}[\boldsymbol{s}(t_1)\boldsymbol{s}^{\mathrm{H}}(t_2)]=\mathrm{Diag}(p_1,\cdots,p_N)\delta_{t_1,t_2}$。令 $\boldsymbol{p}$ 是包含全部模态能量和各阵元噪声方差的未知向量，

$$\boldsymbol{p}=[p_1,\cdots,p_{\widetilde{N}},\sigma_1,\cdots,\sigma_M]^{\mathrm{T}}.$$

根据以上分析，虚拟孔径接收信号的真实协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$ 可以写成，

$$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}, \tag{15}$$

其中，$\boldsymbol{A}=[\boldsymbol{w}_1,\cdots,\boldsymbol{w}_{\widetilde{N}},I]=[\boldsymbol{w}_1,\cdots,\boldsymbol{w}_{\widetilde{N}},\boldsymbol{w}_{\widetilde{N}+1},\cdots,\boldsymbol{w}_{\widetilde{N}+M}]$, $\boldsymbol{I}$ 是 M 阶单位矩阵，$\boldsymbol{P}=\mathrm{diag}(\boldsymbol{p})$。测量协方差矩阵根据阵列测量数据计算，$\widehat{\boldsymbol{R}}=\boldsymbol{Y}Y^{\mathrm{H}}/L$, $\boldsymbol{Y}=[\boldsymbol{y}(1),\cdots,\boldsymbol{y}(L)]$。真实协方差矩阵 $\boldsymbol{R}$ 向量化后得到真实协方差向量，

$$\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})=\mathrm{vec}(\boldsymbol{R})=\overline{\boldsymbol{A}}\,\boldsymbol{p}, \tag{16}$$

其中，$\overline{\boldsymbol{A}}=[\overline{\boldsymbol{w}}_1,\cdots,\overline{\boldsymbol{w}}_{\widetilde{N}+M}]$, $\overline{\boldsymbol{w}}_n=\boldsymbol{w}_n^*\otimes\boldsymbol{w}_n$, $n=1,\cdots,\widetilde{N}+M$。

为了获得良好的分辨率, 采用稀疏近似最小方差 (SAMV) 算法进行模态估计, 还可以有效降低正则参数对算法性能的影响。SAMV 方法假设采样协方差矩阵近似服从高斯分布，即 $\widehat{r}=\mathrm{vec}(\widehat{\boldsymbol{R}})\sim\mathcal{CN}(r,C_r)$, $\boldsymbol{C}_r=\boldsymbol{R}^*\otimes\boldsymbol{R}$。在简正波模态估计问题中，接收信号中存在的模态数通常不是准确已知的，因此 SAMV 方法在波数分布区间内划分网格 $\{k_n\}_{n=1}^N$, N 是离散化的波数点数，远大于真实模态数，网格中的每一个离散波数上可能存在对应的简正波模态并且能量是待估计的，因此未知向量 $\boldsymbol{p}$ 的维数为 $N+M$。对于任意一种参数估计方法，文献 24 给出了 $\boldsymbol{p}$ 的估计协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_p$ 的下界，即：

$$\boldsymbol{C}_p\geqslant\left(\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_r\boldsymbol{S}\right)^{-1}, \tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{S}=\mathrm{d}\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})/\mathrm{d}\boldsymbol{p}$。近似最小方差算法就是一种使估计协方差矩阵 $\boldsymbol{C}_p$ 最小, 即达到其下界 $(\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_r\boldsymbol{S})^{-1}$ 的估计方法。文献 20 给出了一种实现算法，其表达式为：

$$\begin{aligned}&\widehat{\boldsymbol{p}}=\arg\min f(\boldsymbol{p}),\\&f(\boldsymbol{p})=\left[\widehat{\boldsymbol{r}}-\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})\right]^{\mathrm{H}}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{r}}^{-1}\left[\widehat{\boldsymbol{r}}-\boldsymbol{r}(\boldsymbol{p})\right].\end{aligned} \tag{18}$$

下面利用迭代方法求解 $\widehat{\boldsymbol{p}}=[\widehat{p}_1,\cdots,\widehat{p}_N,\widehat{\sigma}_1,\cdots,\widehat{\sigma}_M]^{\mathrm{T}}$。假设得到了 $\widehat{\boldsymbol{p}}$ 第 i 次迭代的结果 $\widehat{\boldsymbol{p}}^{(i)}$, 设置辅助量 $\boldsymbol{r}_n'=\boldsymbol{r}-p_n^{(i)}\overline{\boldsymbol{w}}_n$, $n=1,\cdots,N+M$, $p_n^{(i)}$ 是 $\widehat{\boldsymbol{p}}^{(i)}$ 的第 n 个参数。将式中 $\boldsymbol{r}$ 替换为 $\boldsymbol{r}_n'+p_n^{(i)}\overline{\boldsymbol{w}}_n$, 令其对 p_n 的导数等于 0, 并利用矩阵向量化和 Kronecker

乘积的性质，可以得到 p_n 的第 $i+1$ 次估计值，

$$p_n^{(i+1)}=\frac{\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}R^{-1(i)}\widehat{R}R^{-1(i)}\boldsymbol{w}_n}{\left(\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}R^{-1(i)}\boldsymbol{w}_n\right)^2}+p_n^{(i)}-\frac{1}{\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}R^{-1(i)}\boldsymbol{w}_n},\quad n=1,\cdots,N+M. \tag{19}$$

进一步考虑 Capon 估计器中的关系式 $p_n=1/(\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}R^{-1}\boldsymbol{w}_n)$，可以得到 3 种不同稀疏度的 SAMV 迭代方法，

$$p_n^{(\alpha,i+1)}=p_n^{\alpha(\alpha,i)}\frac{\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}R^{-1(i)}\widehat{R}R^{-1(i)}\boldsymbol{w}_n}{\left(\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}R^{-1(i)}\boldsymbol{w}_n\right)^{(2-\alpha)}},\ \alpha=0,1,2. \tag{20}$$

后续通过仿真比较 α 不同取值带来的影响。

待估计量的初始值可以通过各种基于能量的估计算法获得，例如采用周期图法由下式给出，

$$p_n^{(0)}=\frac{\boldsymbol{w}_n^{\mathrm{H}}\widehat{R}\boldsymbol{w}_n}{\|\boldsymbol{w}_n\|^4},\quad n=1,\cdots,N+M. \tag{21}$$

至此，已经实现利用 SA-SAMV 方法从测量数据中估计模态能量，下面将通过计算模态匹配度进行目标深度估计。

1.4　模态匹配

不同于传统模态匹配算法，模态滤波后得到一组复数，幅值中包含目标深度信息，相位中包含目标距离信息，通常采用 Bartlett 匹配器进行模态匹配。在目标深度估计中，通过 SA-SAMV 算法提取得到的目标深度特征是一组反映模态能量分布的实数。设计模态匹配器时，需要一个度量估计的模态能量分布与不同深度目标的理论模态能量分布相似性大小的函数。由于不同阶模态的能量一般差异较大，如果采用传统的欧式距离进行度量，不能反映模态能量变化和起伏带来的影响，因此采用下面定义的 Camberra 距离的负指数来度量模态匹配度，Camberra 距离是经过尺度调整后的绝对差之和，尺度调整后，绝对能量偏差转化为考虑了模态起伏的相对偏差。计算其负指数时，可以得到限制在 $[0,1]$ 范围内的归一化匹配度。

$$D(A,B)=\exp\left(-\sum_k\frac{|A_k-B_k|}{|A_k+B_k|}\right). \tag{22}$$

2　理论仿真

描述声源和 UUV 运动状态以及声学环境参数的浅海波导模型如图 2 所示，水深 44 m，声源处于水平基阵端射方向，阵元数 12，相邻阵元间距 1 m，声源和 UUV 分别以 $v_s=0.5$ m/s 和 $v_r=2$ m/s 的速度水平相向运动，初始距离为 2000 m，声源深度为 $z_s=23$ m，UUV 深度为 $z_r=11$ m 。

本文提出的 SA-SAMV 目标深度估计方法在合成孔径基础上先进行模态估计，再进行模态匹配，因此模态估计的误差将直接影响目标深度估计的准确性。首先比较所提出算法的模态分辨率，然后分析单阵元输入信噪比、声源频率以及声源和水平基阵位置关系对模态估计误差的影响，最后比较不同条件下的目标深度估计误差。

2.1　模态估计仿真

首先通过仿真比较 SA-SAMV 和其它几种模态估计算法的性能，环境参数如图 2 示，声源频率为 289 Hz 。比较的方法包括 CBF, MUSIC, SPICE[25] 和 Yang 提出的声场积分法[18−19]，此外，对比上节给出的 SAMV 的 3 种指数因子迭代形式 (SAMV-0, SAMV-1, SAMV-2) 的性能差异。假设 UUV 连续探测 250 s，根据合成孔径算法可知，孔径扩展速度为声源和基阵的相对运动速度，合成孔径扩展为 625 m,

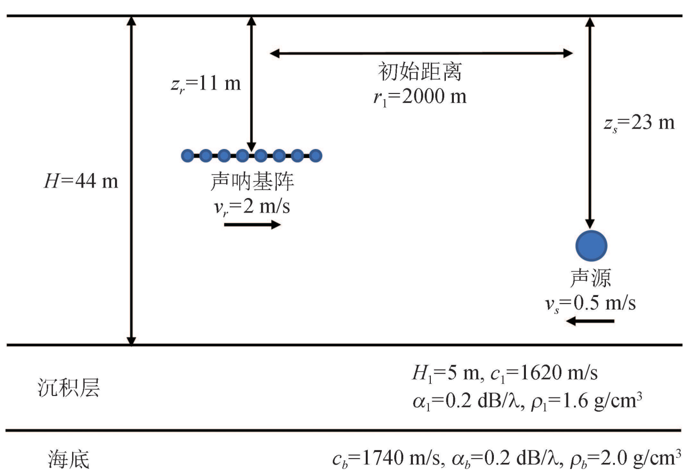
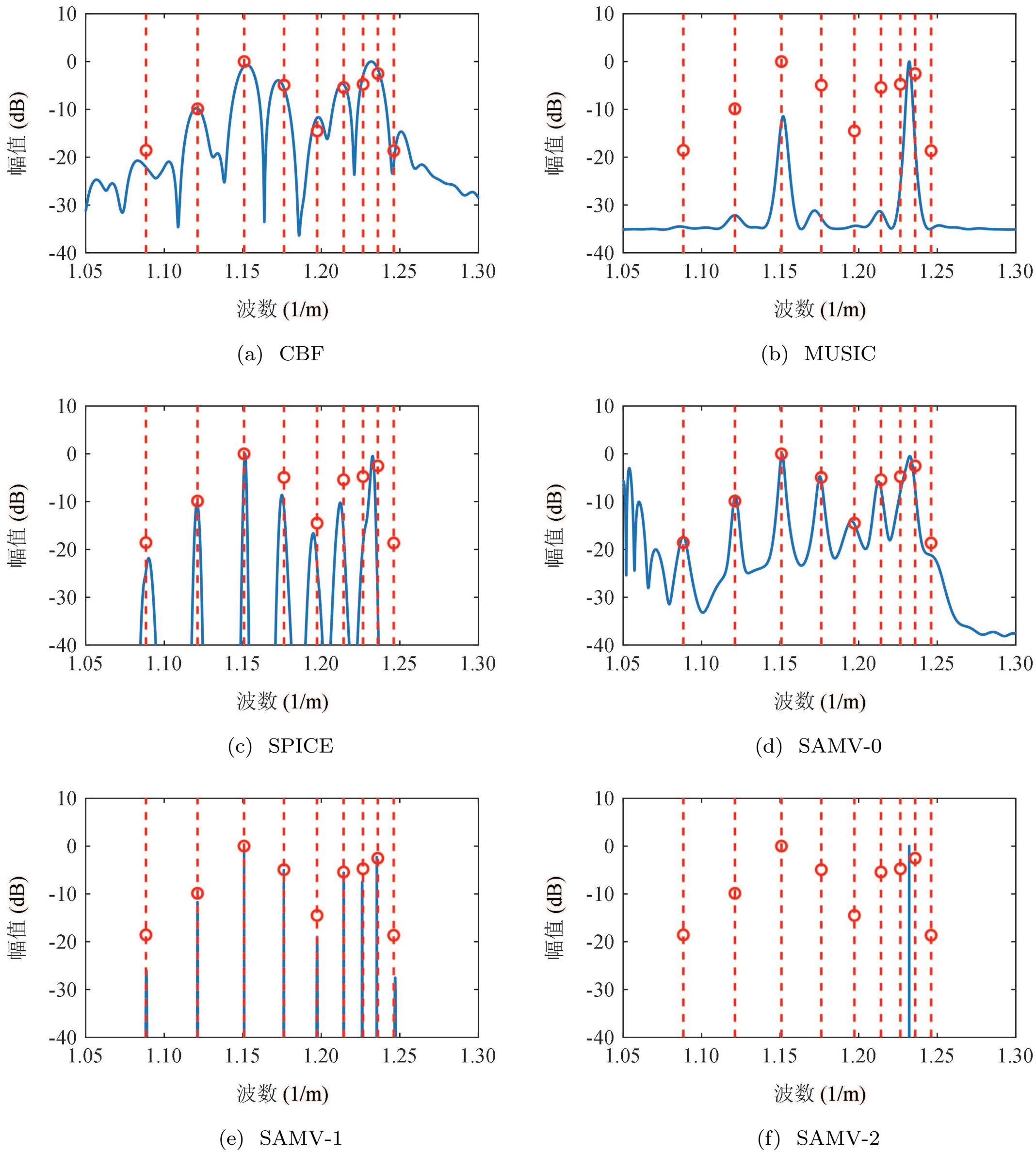


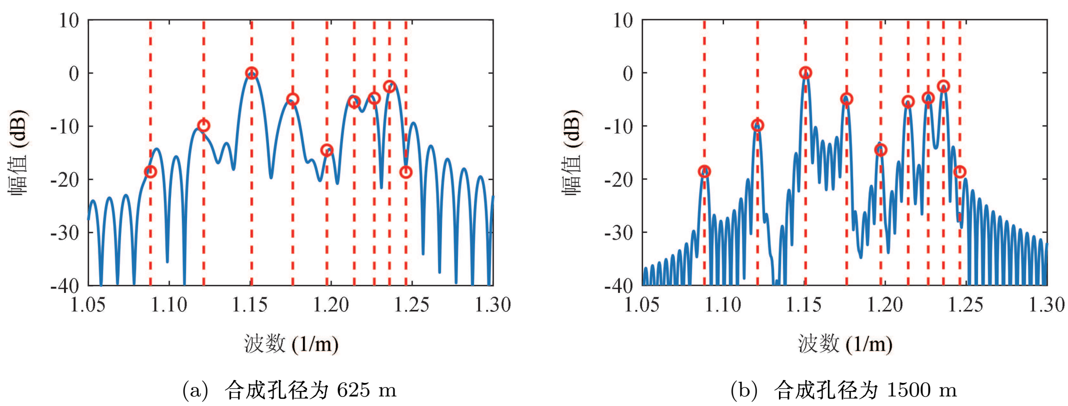
图 2　浅海波导模型

单阵元输入信噪比为 10 dB, 模态估计归一化结果如图 3 所示。声场积分法在合成孔径为 625 m 和 1500 m 时的模态估计归一化结果如图 4 所示。从中容易看出， CBF 的波数分辨力最差；由于不同阶模态函数之间的相干性较强，导致 MUSIC 的估计结果偏差较大且无法从伪谱上获得正确的模态能量；SAMV-0,



(a) CBF (b) MUSIC (c) SPICE (d) SAMV-0 (e) SAMV-1 (f) SAMV-2

图 3 单阵元输入信噪比为 10 dB, 合成孔径为 625 m 时的模态估计归一化结果 (圆圈为理论幅值)



(a) 合成孔径为 625 m (b) 合成孔径为 1500 m

图 4 声场积分法模态估计归一化结果 (圆圈为理论幅值)

SAMV-1 和 SAMV-2 之间关系是稀疏性逐步提高，但会逐渐增加抵消弱信号风险，其中，SAMV-0 的波数分辨力较差，SAMV-2 极易损失弱信号，SAMV-1 具有较高的波数分辨力和良好的稳健性，是模态估计的理想选择。声场积分法也可以估计模态向量，但要求在较长的目标距离范围内进行声场积分，实际中往往伴随着信号的空间相干性下降等问题，另外得到的波数谱中旁瓣过多，会影响对能量较弱模态的有效估计。

2.2 模态估计的影响因素

波导中的简正波阶数和水平波数由声源频率和传播条件决定，进一步研究 SA-SAMV 算法对不同频率声源的模态估计能力。在不同单阵元输入信噪比和合成孔径条件下，通过 100 次 Monte Carlo 仿真得到模态估计均方根误差如图 5 所示，声源频率分别为 200 Hz, 25 Hz 和 35 Hz, 信噪比分别为 10 dB, 5 dB 和 0 dB, 合成孔径范围为 500～900 m, 以 2 m 为间隔。从图 5 中可以看出，声源频率一定时，模态估计误差随合成孔径的增加而减小，并且受信噪比影响明显；当合成孔径足够大时，模态估计误差不再进一步随合成孔径的增加而减小；当合成孔径和信噪比一定时，模态估计误差与声源频率有关，对低频声源的模态估计更准确，这是因为低频声源激发的简正波阶数较少，波数间隔较大，易于分辨和估计。

以上仿真均假设目标位于水平基阵端射方向，实际目标可能出现在任意方向，当目标方向与水平基阵端射方向夹角为 θ_r 时，基阵的径向相对运动速度为 $v_r' = v_r \cos\theta_r$, 合成孔径后的虚拟阵元间距 $d' = d\cos\theta_r$。径向相对运动速度的改变造成 3 个方面的影响，分别是以基阵为参考系的简正波水平波数 $k_n' = k_n(1 + v_r\cos\theta_r/v_{ng})$, 受多普勒效应影响的简正波频率 $\omega_n = \Omega + k_n(v_s - v_r\cos\theta_r)$ 以及合成孔径的有效速度 $v_{SA}' = v_r\cos\theta_r - v_s$。通过仿真研究目标角度对模态估计的影响，假设 UUV 进行时长 360 s 的观测，根据前述讨论，当目标处于水平基阵端射方向时，合成孔径长度为 900 m, 当目标处于端射方向以外的任意方向时，相同观测时间内的合成孔径长度减小，同时虚拟阵元间距减小，将夹角 θ 在 $0°$～$60°$ 范围内以 $1°$ 间隔连续变化，通过 100 次 Monte Carlo 仿真得到模态估计均方根误差如图 6 所示。从图中可以看出，当目标方向 $\theta_r = 0°$ 时，模态估计误差与图 5 中目标位于端射方向且合成孔径为 900 m 时的结果相同；当目标方向偏离端射方向时，模态估计误差随角度 θ_r 增加而增大；通过与图 5 比较发现，目标方向变化对模态估计的影响与合成孔径减小带来的影响类似，结果验证了上述影响因素分析是合理的。此外，当合成孔径长度与初始距离数量级相差不大时目标偏离基阵端射方向角度的增大，相对运动会带来 θ_s 和 θ_r 变化的问题，如果不加以补偿会降低模态估计性能。

2.3 目标深度估计仿真

通过仿真验证 SA-SAMV 算法的目标深度估计性能。首先研究模态估计误差对目标深度估计误差的影响，目标深度估计是在 SA-SAMV 算法得到模态估计结果的基础上，利用式 (22) 在不同深度上计算模态匹配度，匹配度最大值对应的深度即判定为目标深度。依次将模态估计均方根误差 ε 选取为 0.1, 0.2 和 0.4, 模态匹配度分布如图 7 所示，图中数值为式 (22) 计算的模态匹配度，横轴为仿真的声源真实深度，当其固定时，仿真的模态匹配度为对应的沿纵

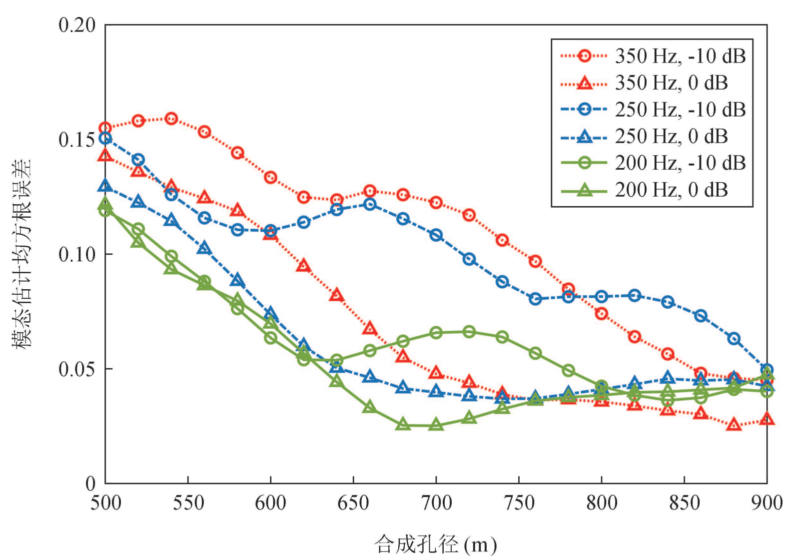


图 5 不同目标频率、信噪比和合成孔径对模态估计结果的影响

轴的分布的图像。从图 7 中可以看出，对处于不同深度的目标进行模态匹配的结果有显著差异，可以将其大致分为 3 种目标类型，分别是水面目标 (0～6 m)、水体目标 (6～40 m) 和水底目标 (40～44 m)。进一步选取 3 个深度范围内的目标计算其深度估计均方根误差，显示在图 8 中。从图 8 中可以看出，不同深度区间的目标深度估计误差都随模态估计误差增大而增大；本文采用的 Camberra 距离负指数匹配度计算方法相比于传统的欧氏距离对模态估计误差更宽容，在估计水体目标和水底目标深度时尤其明显。图 7 和图 8 中水面目标与其它类型目标的深度估计性能不同的原因是，水面目标模态能量随模态阶数增加而单调增大，且各阶模态能量随深度增加而单调增大，水体目标和水底目标不具有此模态分布规律，因此在图 7 中水面目标的匹配模糊局限于水面附近较小深度范围内，不会泄露到其它深度范围，在

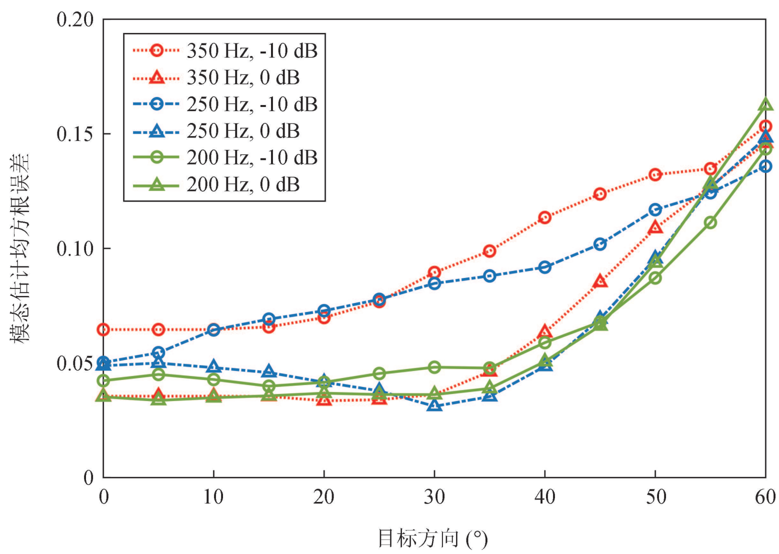


图 6 不同目标方向对模态估计的影响

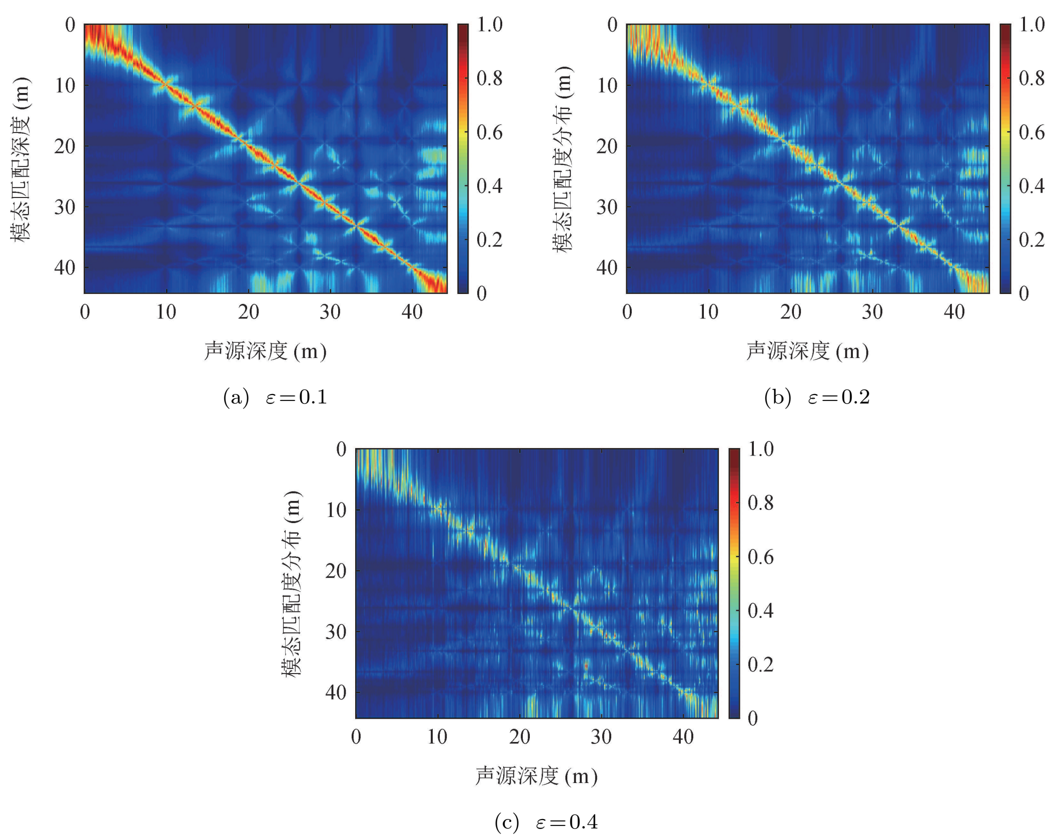


图 7 模态估计误差对不同深度目标的模态匹配度分布的影响

图 8 中采用 Camberra 距离可以显著改善非水面目标深度估计精度。综合 3 种目标深度估计误差曲线可以看出，为了得到可靠的目标深度估计结果，模态估计误差应小于 0.15。

最后仿真不同目标声源频率、单阵元输入信噪比和合成孔径大小对目标深度估计的影响，使用 SA-SAMV 算法在不同的条件下进行 100 次蒙特卡洛仿真，计算每种情况下的目标深度估计均方根误差，如图 9 所示。从图 9 中容易看出，目标深度估计误差随合成孔径的增大或单阵元输入信噪比的增加而减小；在目标声源频率和单阵元输入信噪比一定的条件下，存在一个实现准确估计的最小合成孔径，超过此合成孔径后，目标深度估计误差接近且变化不大；在相同单阵元输入信噪比条件下，对低频 (200 Hz) 目标的深度估计误差小于高频 (350 Hz) 目标；准确估计低频目标深度所需的最小合成孔径小于高频目标，当单阵元输入信噪比为 1 dB 时，准确估计 200 Hz 和 350 Hz 目标的深度，分别需要 500 m 和 700 m 的合成孔径，分别是波导深度的 12 倍和 16 倍。定性分析造成这一现象的原因是波导中存在的模态数随声源频率增加而增加、水平波数间隔随声源频率增加而减小，因此需要更大的孔径才能准确分离模态。与该分析结果类似，Bogart 在文献 13 中提出，在目标声源频率足够低的情况下，水平阵孔径不小于 12 倍波导深度时能够获得和全深度垂直阵相近的目标定位能力。需要指出，该结果仅是特定环境条件下的仿真结果，传播声场受到多种环境因素的复杂影响，并且匹配方法本身也存在一定的不确定性，因此从理论上预测实现不同场景条件下精确的目标深度估计所需的最小合成孔径距离需要进一步深入研究。

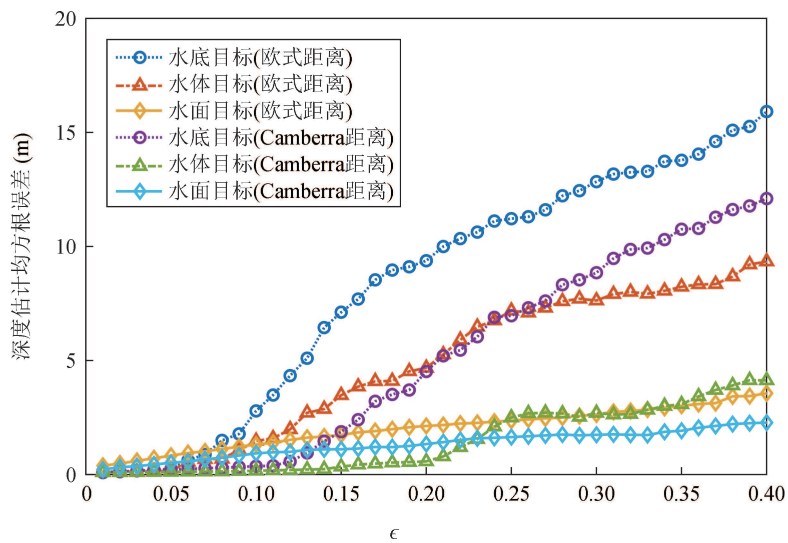


图 8　不同模态估计误差和目标声源深度对目标深度估计误差的影响

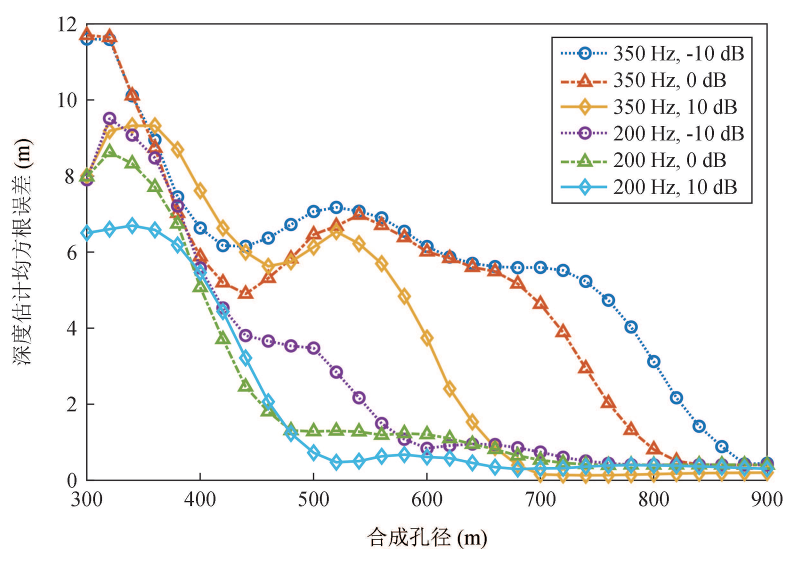
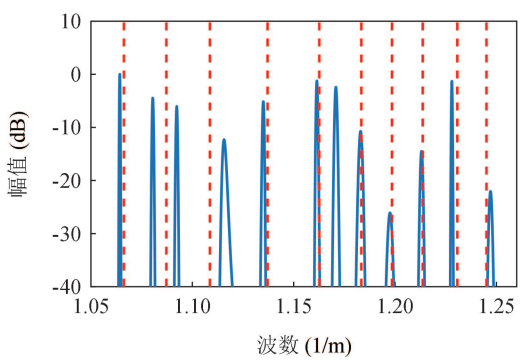


图 9　不同目标声源频率、单阵元输入信噪比和合成孔径对目标深度估计误差的影响

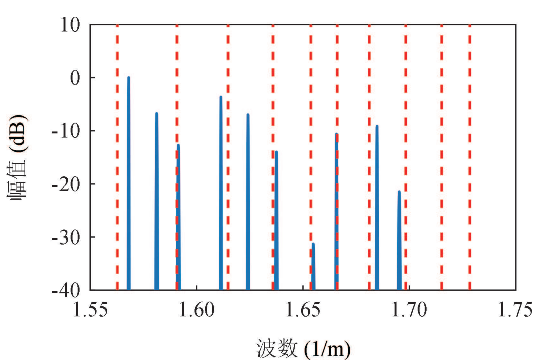
3 实验数据处理

实验在夏季进行，声速剖面为强负梯度结构。低频声源模拟目标发射 4 个单频信号，频率分别为 256 Hz, 289 Hz, 358 Hz 和 400 Hz, 声源深度为 25 m。UUV 搭载 12 元拖曳阵以 1.62 m/s 的速度背向驶离声源，深度为 13 m, 初始距离为 750 m, 数据采集时长为 300 s, 合成孔径长度为 486 m。由于 UUV 工作在水下一定深度，因此受海面风浪影响较小，随机加速度偏差较小，实际实验中的航行器记录表明在预设参数和自动控制的基础上，探测基阵保持了理想的水平匀速直线运动状态。如果实际应用中基阵的随机加速度误差明显，可以使用二阶锁相环对阵列接收数据进行预处理，滤除相位扰动 [19]。

289 Hz 和 400 Hz 频率的简正波模态估计结果如图 10 所示，其中红色虚线为理论波数位置。从中可以看出，模态估计值与理论值符合度较高，其中对 400 Hz 频率的低阶模态估计由于能量较弱和合成孔径不足而没有出现明显峰值。导致低阶模态能量微弱的原因是强负梯度声速剖面下低阶模态深度函数在水面至波导深度的 1/2 深度范围内幅值较小，在等声速环境下，或 UUV 处于较深的深度，模态估计误差会进一步降低。与图 10 对应的目标深度估计结果如图 11 所示，从中可以看出，两个频率的模态匹配度在真实声源深度 (25 m) 出现峰值，但在非声源深度也有较高的匹配度，这是由于存在模态估计误差导致的。如果目标辐射若干线谱，对每个频率的模态匹配度进行综合能在一定程度上消除匹配度副极大值的干扰，从而提高目标深度估计的正确率，图 11(c) 是综合 4 个频率的目标深度估计结果。

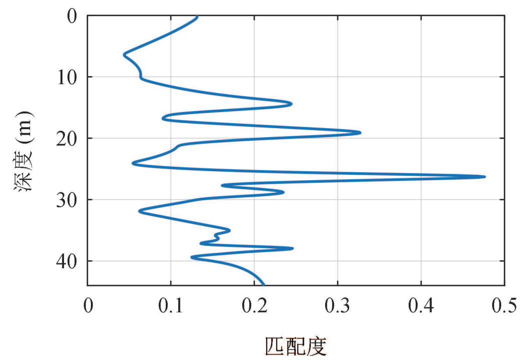


(a) 289 Hz

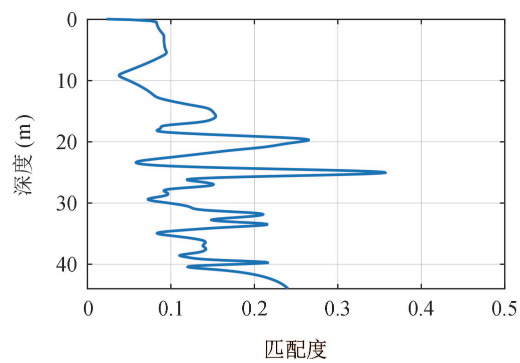


(b) 400 Hz

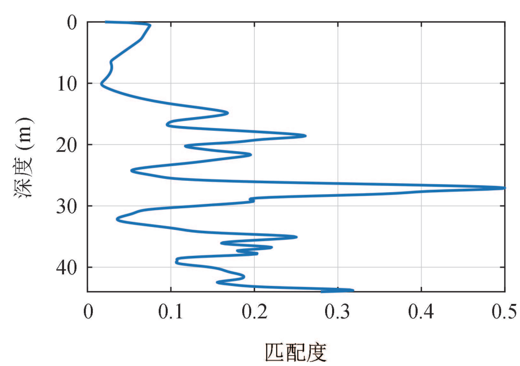
图 10 简正波模态估计结果



(a) 289 Hz 单频信号



(b) 400 Hz 单频信号



(c) 归一化多频点综合

图 11 目标深度估计结果

4 结论

本文研究了在浅海环境下使用 UUV 搭载小孔径水平基阵进行目标深度估计的 SA-SAMV 算法。首先建立了浅海动态声场中基阵接收信号的简正波模型，并利用 UUV 的机动能力和改进的合成孔径算法

将运动小孔径水平基阵扩展成虚拟大孔径的水平基阵，声源和基阵运动带来了两方面的影响，一是两者的速度差是孔径扩展的有效速度，二是基阵速度与模态群速度之比引入时延扩展因子。然后利用 SAMV 准则估计简正波模态能量，具有以下 3 个优点：(1) 属于数据驱动的方法，与 MFP 和 MMP 相比，不依赖精确的海洋环境信息；(2) 与传统波数估计方法相比，在更小的孔径上可以获得高分辨率的估计结果；(3) 属于基于能量的估计方法，不需要先估计模态波数，再恢复能量。最后提出了一种基于 Camberra 距离的负指数的模态匹配度计算方法，根据估计的模态能量分布和已知的水平基阵深度得到目标深度估计结果。通过仿真分析了模态估计和目标深度估计受单阵元输入信噪比、目标声源频率和目标方向以及合成孔径距离的影响，当单阵元输入信噪比为 10 dB 时，在典型浅海环境下使用 SA-SAMV 算法准确估计 200 Hz 和 350 Hz 声源的深度，分别需要 500 m 和 700 m 的合成孔径。利用实验数据准确估计了目标深度，验证了算法的有效性。

参　考　文　献

1 Baggeroer A B, Kuperman W A, Mikhalevsky P N. An overview of matched field methods in ocean acoustics. *IEEE J. Oceanic Eng.*, 1993; **18**(4): 401—424

2 Tolstoy A. Matched field processing for underwater acoustics. World Scientific, 1993

3 Sazontov A G, Malekhanov A I. Matched field signal processing in underwater sound channels. *Acoustical Physics*, 2015; **61**(2): 213—230

4 Bucker H P. Use of calculated sound fields and matched-field detection to locate sound sources in shallow water. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1976; **59**(2): 368—373

5 Baggeroer A B, Kuperman W A, Schmidt H. Matched field processing: Source localization in correlated noise as an optimum parameter estimation problem. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1988; **83**(2): 571—587

6 Shang E C. Source depth estimation in waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1985; **77**(4): 1413—1418

7 Yang T C. Effectiveness of mode filtering: A comparison of matched-field and matched-mode processing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1990; **87**(5): 2072—2084

8 Bogart C W, Yang T C. Comparative performance of matched-mode and matchedfield localization in a range-dependent environment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1992; **92**(4): 2051—2068

9 李倩倩，李整林，张仁和．不确知海洋环境下的贝叶斯声源定位法．声学学报，2014; **39**(5): 535—543

10 郭晓乐，杨坤德，马远良．浅海声速剖面与移动声源的跟踪定位．声学学报，2017; **42**(1): 3—15

11 Daugherty J R, Lynch J F. Surface wave, internal wave, and source motion effects on matched field processing in a shallow water waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1990; **87**(6): 2503—2526

12 Walker S C, Roux P, Kuperman W A. Modal Doppler theory of an arbitrarily accelerating continuous-wave source applied to mode extraction in the oceanic waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2007; **122**(3): 1426—1439

13 Bogart C W, Yang T C. Source localization with horizontal arrays in shallow water: Spatial sampling and effective aperture. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1994; **96**(3): 1677—1686

14 Premus V E, Helfrick M N. Use of mode subspace projections for depth discrimination with a horizontal line array: Theory and experimental results. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2013; **133**(6): 4019—4031

15 李鹏，章新华，付留芳等．一种基于模态域波束形成的水平阵被动目标深度估计．物理学报，2017; **66**(8): 084301

16 Chouhan H M, Anand G V. Normal mode wave-number estimation using a towed array. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1993; **93**(4): 1807—1814

17 黄勇，李宇，朱沛胜，李峥，黄海宁．基于水平合成阵列的简正波波数估计．声学学报，2009; **34**(3): 229—233

18 Yang T C. Data-based matched-mode source localization for a moving source. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2014; **135**(3): 1218—1230

19 Yang T C. Source depth estimation based on synthetic aperture beamfoming for a moving source. *J. Acoust. Soc. Am.*, 2015; **138**(3): 1678—1686

20 Abeida H, Zhang Q, Li J *et al.* Iterative sparse asymptotic minimum variance based approaches for array processing. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2012; **61**(4): 933—944

21 杨龙，杨益新，汪勇，卓颉．一种改进的稀疏近似最小方差 DOA 估计算法研究．声学学报，2016; **41**(4): 465—476

22 Schmidt H, Kuperman W A. Spectral and modal representations of the Doppler-shifted field in ocean waveguides. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1994; **96**(1): 386—395

23 李宇，黄勇，黄海宁．空时被动合成孔径阵列处理算法研究．信号处理，2008; **24**(3): 426—430

24 Delmas J P. Asymptotically minimum variance second-order estimation for noncircular signals with application to DOA estimation. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2004; **52**(5): 1235—1241

25 Stoica P, Babu P, Li J. SPICE: A sparse covariance-based estimation method for array processing. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2010; **59**(2): 629—638