

# 叠合结构超低频弯张换能器

刘永平<sup>1,2,3</sup> 莫喜平<sup>1,2,3†</sup> 张运强<sup>2</sup> 崔斌<sup>2</sup> 蔡海荣<sup>2</sup>

(1 哈尔滨工程大学 水声工程学院 哈尔滨 150001)

(2 中国科学院声学研究所 北京 100190)

(3 哈尔滨工程大学 水声技术重点实验室 哈尔滨 150001)

2021 年 11 月 26 日收到

2022 年 1 月 19 日定稿

**摘要** 研究了一种将多个椭圆弯张壳体在短轴方向进行机械叠合的超低频弯张换能器，每个弯张壳体采用超磁致伸缩材料进行驱动。推导了多个叠合壳体的等效电路，利用支路阻抗方法得到了换能器频率和阻抗的方程表达式。针对多个壳体叠合的结构复杂性，采用有限元方法计算并分析了叠合壳体换能器的多个结构点的振动位移分布，通过平动位移分布设计了活塞辐射面的结构参数。将有限元方法计算的换能器在空气中和水中的谐振频率与等效电路法计算的结果进行了对比，符合较好。研制了 6 个壳体叠合的超低频弯张换能器样机，换能器外形尺寸为  $\Phi 230 \times 630$  mm，重量为 39 kg。换能器经湖上试验，水中谐振频率 130 Hz，最大发送电流响应 161.1 dB，最大发射声源级为 180.4 dB，实现了超低频、小尺寸的发射能力。

PACS 数: 43.38

## An ultra-low frequency flexextensional transducer with multiple elliptical flexextensional shells

LIU Yongping<sup>1,2,3</sup> MO Xiping<sup>1,2,3†</sup> ZHANG Yunqiang<sup>2</sup> CUI Bin<sup>2</sup> CAI Hairong<sup>2</sup>

(1 College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University Harbin 150001)

(2 Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences Beijing 100190)

(3 Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University Harbin 150001)

Received Nov. 26, 2021

Revised Jan. 19, 2022

**Abstract** An ultra-low frequency flexextensional transducer with multiple elliptical flexextensional shells mechanically cascaded in the direction of the short axis is studied, and each flexextensional shell is driven by giant magnetostrictive materials. The equivalent circuit of multiple cascaded shells is deduced, and the frequency and impedance equations of the transducer obtained by using the branch impedance method. Because of the structural complexity of the multiple cascaded shells, the finite element method is used to calculate the vibrating displacements of multiple structural points of the transducer. Through the translational displacement distribution, the structural parameters of the piston are optimized. The resonant frequencies of the transducer in the air and water are compared with the results calculated by the finite element method and the equivalent circuit method, and the calculated results are in good agreement. A prototype of ultra-low frequency flexextensional transducer with 6 cascaded shells has been developed. The external dimension of the transducer is  $\Phi 230 \times 630$  mm and the weight is 39 kg. The test result shows that the resonance frequency of the transducer in water is 130 Hz and the maximum transmitting current response is 161.1 dB. The maximum sound source level is 180.4 dB. The results described above show that the transducer has a good capability of transmitting ultra-low frequency underwater sound with small size.

† 通讯作者: 莫喜平, moxp@mail.ioa.ac.cn

## 引言

1966 年 W. J. Toulis 发表了 IV 型弯张换能器的专利, 随后国外学者围绕 IV 型弯张换能器建模分析、结构设计等研究工作不断推进<sup>[1-4]</sup>, 并在水声领域逐步得到应用。国内对 IV 型弯张换能器的研究从上世纪末开始起步, 并逐步活跃起来<sup>[5-8]</sup>, 经过五十余年的发展, IV 型弯张换能器成为最常用的低频大功率换能器结构类型之一, 具有体积小、重量轻、频率低、功率大的特点。针对 IV 型弯张换能器, 近些年研究人员进行了许多结构上的发展和创新<sup>[9-12]</sup>, 通过采用不同的新型驱动材料<sup>[7-10]</sup>, 以及改变传统的驱动方式<sup>[13-15]</sup>等, 取得了不错的科研成果。这些创新通常是针对换能器的宽带性能、大功率性能、指向性<sup>[16-17]</sup>等进行研究。文献 10 通过将两个弯张壳体进行机械并联嵌套的结构形式, 在形成空气腔背衬同时不增加换能器体积的前提下, 得到了高效率、大功率的低频发射性能。文献 11 通过将两椭圆的 IV 型弯张壳体沿长轴方向串联为一体, 两组长压电陶瓷贯穿其中驱动, 利用多模态耦合展宽换能器频带的方法, 得到了优良的宽带性能。文献 12 提出了一种共形驱动结构形式, 通过采用陶瓷堆与 IV 型弯张椭圆壳体共形的驱动形式, 改善传统长梁驱动结构导致弯张壳体呼吸振动模态频率明显升高的缺点, 并合理分布共形驱动堆位置, 实现低频、较大功率工作。

尽管 IV 型弯张换能器采用了壳体的弯曲振动模态, 使其具有低谐振频率的特点, 但要实现超低频率振动辐射, 换能器也必须设计成较庞大的体积, 常规技术途径难以获得小体积超低频 IV 型弯张换能器, 例如 200 Hz 换能器椭圆壳体长轴仍需达到 1.2 m 左右。弯张换能器都具有振幅放大作用, IV 型弯张换能器的振幅最大点位于短轴顶点处, 文献 18 提出一种利用 IV 型弯张叠堆代替传统压电陶瓷晶堆作为驱动的弯张换能器, 依据仿真计算提供的尺寸参数制作并测试了多级位移放大低频弯张换能器样机。本文拟采用椭圆壳体叠合的设计思想, 结构上采用多个椭圆壳体在短轴顶点处联接叠合, 通过输出位移在壳体短轴方向叠加获得更大的体积位移; 同时由于壳体的层叠结构使得换能器的整体结构刚度得到很大程度降低, 有利于大幅降低换能器的谐振频率。基于该设计思想, 通过仿真分析和样机实验, 探索设计研制小型化超低频弯张换能器的新思路。

## 1 叠合结构弯张换能器的基本结构

换能器的基本结构如图 1 所示, 采用若干个 IV

型弯张换能器子结构体, 沿短轴方向机械叠合, 在短轴顶点处相邻壳体共用一部分结构, 实现良好的位移传递, 上下边缘的两个椭圆壳体外侧振动臂短轴顶点处分别连接两个圆形活塞, 活塞的直径略大于椭圆壳投影的最大几何尺寸, 振动活塞以结构中最大位移振幅平动输出, 可以获得更大的体积位移。多节子结构 IV 型弯张换能器与双活塞组成一个振动体, 整体装入密封外壳中, 两个振动活塞与外壳之间去耦配合并通过聚氨酯橡胶水密包覆层进行结构水密。每个子结构 IV 型弯张换能器采用稀土超磁致伸缩材料(铽镝铁合金)驱动, 驱动振子电路上采用串联连接方式。供电电缆接插件在密封外壳的侧面引出, 在图中忽略。

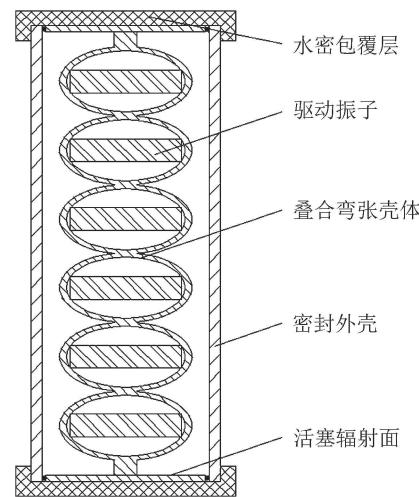


图 1 叠合结构弯张换能器构成示意图

## 2 叠合结构弯张换能器等效电路

IV 型弯张换能器的简化模型如图 2 所示, 图 2(a) 为壳体的对称状态, 点 C 和点 D 对应的振速均为  $u_0$ , 图 2(b) 为壳体下顶点固定的边界条件, 可等效两个壳体进行叠合的简化结构, 点 C 和点 D 对应的振速分别为  $2u_0$  和 0。

对于图 2(a) 的对称状态工作模式, 选择 C 点为参考点, 等效质量<sup>[19]</sup>由下式表达:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}m_{ea}u_0^2 = & \frac{1}{2} \left[ \int_{AB} \rho_1 S_1 u_x^2 ds + \right. \\ & \int_{ACB} \rho_2 S_2 (u_x^2 + u_y^2) ds + \\ & \left. \int_{ADB} \rho_2 S_2 (u_x^2 + u_y^2) ds \right], \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $m_{ea}$  为对称状态的换能器等效质量。 $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别为驱动振子 AB 和弯曲梁的密度,  $S_1$  和  $S_2$  分别为驱动振子 AB 和弯曲梁的截面积。

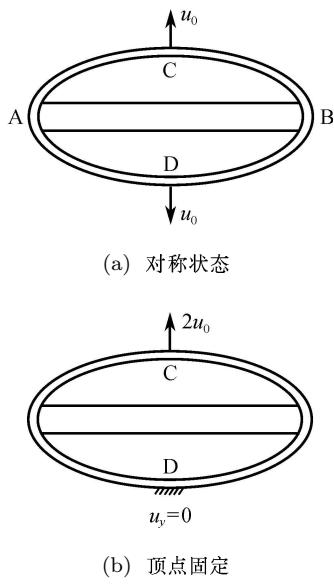


图 2 IV 型弯张换能器不同边界条件示意图

厚度为  $w$ , 宽度为  $h$ , 弯曲梁  $x$  位置  $dx$  小微元发

生垂直于轴线方向偏移  $y$  (法向位移) 的弹性力<sup>[20]</sup>:

$$F = -\frac{Ehw^3}{12} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx, \quad (2)$$

其中,  $E$  为弯曲梁材料的杨氏模量, 获得偏移量  $y$  的  $dx$  小微元具有的弹性势能:

$$dE_p = \frac{Ehw^3}{24} y \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} dx. \quad (3)$$

可由下式得到弯张振动等效力顺  $C_e$ :

$$\frac{1}{2\omega^2 C_e} u_0^2 = \int_{ACB} dE_p + \int_{ADB} dE_p + \int_{AB} E_0 S \left[ \frac{\partial \xi(x)}{\partial x} \right]^2 dx. \quad (4)$$

当变换为图 2(b) 的顶点固定模式时, 换能器等效刚度保持不变, 换能器整体同时以  $u_0$  作  $y$  方向平移运动, 参考点仍取在 C 点, 等效质量  $m_{eb}$  计算如下(为了书写方便, 等式两端忽略  $1/2$  因子):

$$\begin{aligned} m_{eb} (2u_0)^2 &= 4m_{eb} u_0^2 = \int_{AB} \rho_1 S_1 (u_x^2 + u_0^2) ds + \int_{ACB} \rho_2 S_2 [u_x^2 + (u_0 + u_y)^2] ds + \int_{ADB} \rho_2 S_2 [u_x^2 + (u_0 - u_y)^2] ds = \\ &\quad \int_{AB} \rho_1 S_1 u_0^2 ds + \int_{ACB} \rho_2 S_2 u_0^2 ds + \int_{ADB} \rho_2 S_2 u_0^2 ds + \int_{AB} \rho_1 S_1 u_x^2 ds + \int_{ACB} \rho_2 S_2 (u_x^2 + u_y^2) ds + \\ &\quad \int_{ADB} \rho_2 S_2 (u_x^2 + u_y^2) ds = (m_0 + m_{ea}) u_0^2, \end{aligned} \quad (5)$$

因此,

$$m_{eb} = \frac{1}{4} m_0 + \frac{1}{4} m_{ea} \quad (6)$$

其中,  $m_0$  为单个子结构 IV 型弯张换能器总质量(含线圈等辅助部件)

令  $m_d = (1/4)m_0$  为平动等效质量,  $m_e = (1/4)m_{ea}$  为改变参考点后弯张振动等效质量,  $C_e$  为弯张振动等效力顺。

对于如图 1 所示的 6 个子结构 IV 型弯张换能器

与双活塞组成的系统中, 当电路串联连接时, 可得到如下等效电路, 见图 3(a), 其中  $\Phi$  为单壳体换能器的机电转换系数。由叠合位移关系可知, 等效电路中机械变压器变倍比中  $n_1 = 1/2$ ,  $n_2 = 2/3$ ,  $m_p$  为活塞质量,  $m_r$  为活塞辐射质量,  $R_r$  为活塞辐射阻, 当驱动系统开路时, 换能器等效电路可以化简成图 3(b)。图 3(a) 中每个换能器单体具有相同的弹性势能, 因选择参考点速度不同, 等效力顺表现为各不相同, 但在图 3(b) 中选择了共同参考点, 等效力顺相等。

由图 3(b) 可得到系统阻抗:

$$\begin{aligned} Z &= \frac{1}{n_1^2 n_2^2} R_r + j \left[ \omega \left( m_e + \frac{1}{n_1^2} m_e + \frac{1}{n_1^2 n_2^2} m_e + m_d + \frac{1}{n_1^2} m_d + \frac{1}{n_1^2 n_2^2} m_d + \frac{1}{n_1^2 n_2^2} m_p + \frac{1}{n_1^2 n_2^2} m_r \right) \right] - j \frac{1}{3\omega C_e} = \\ &\quad \frac{1}{n_1^2 n_2^2} R_r + j \omega \frac{(n_1^2 n_2^2 + n_2^2 + 1)(m_e + m_d) + m_p + m_r}{n_1^2 n_2^2} - j \frac{1}{3\omega C_e}. \end{aligned} \quad (7)$$

令阻抗  $Z$  的虚部为 0, 可得到:

$$\omega = \sqrt{\frac{1/(3C_e)}{[(n_1^2 n_2^2 + n_2^2 + 1)(m_e + m_d) + m_p + m_r]/(n_1^2 n_2^2)}} = n_1 n_2 \sqrt{\frac{1}{3C_e \{(n_1^2 n_2^2 + n_2^2 + 1)(m_e + m_d) + m_p + m_r\}}}. \quad (8)$$

由式(7)可以看出, 叠合后换能器的辐射阻值为  $[1/(n_1^2 n_2^2)] R_r \gg R_r$ , 远大于单个换能器的辐射阻  $R_r$ , 并且叠合后辐射面输出的振速增加, 使得叠合后换

能器的辐射能力得到增强。由式(8)也可以看出, 换能器谐振频率表达式中包含的系数  $n_1 n_2 = 0.33$ , 表明叠合后的换能器谐振频率将得到较大地降低。

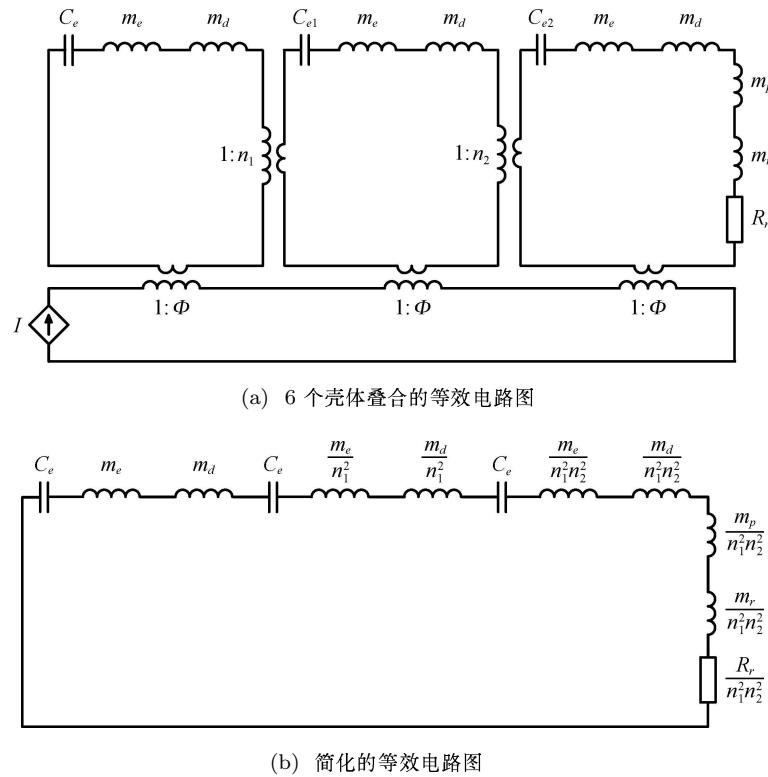


图 3 叠合壳体换能器等效电路图

### 3 叠合结构弯张换能器振动辐射特性分析

#### 3.1 换能器空气中有限元分析

图 4 为叠合结构弯张换能器的有限元模型图, 在有限元建模过程中, 忽略了水密包覆层和密封外壳等结构。为了简化计算并考虑换能器的对称性, 只建立了 1/8 有限元模型。圆形活塞辐射面半径  $R_0 = 105 \text{ mm}$ , 活塞面厚度为 8 mm。

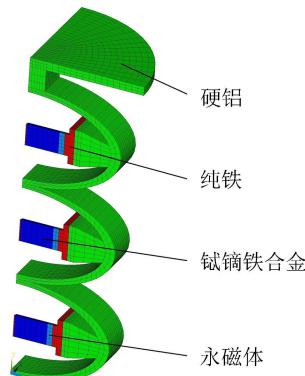


图 4 叠合结构弯张换能器 1/8 有限元模型图

图 5 为有限元计算的叠合结构弯张换能器在空气中前两阶振动模态矢量图。可看到, 第 1 阶模态频率  $f_1 = 178 \text{ Hz}$ , 振动模态为 6 个壳体的同相弯曲振动在短轴方向进行了叠加, 推动了活塞辐射面的纵向(向上)振动, 这阶模态是设计者期望的工作模态。换能器的第 2 阶模态频率  $f_2 = 460 \text{ Hz}$ , 这阶模态对应着壳体的非同相的弯曲振动, 并且这阶频率已经远离所期望的工作频率, 在设计过程中不作详细考虑。

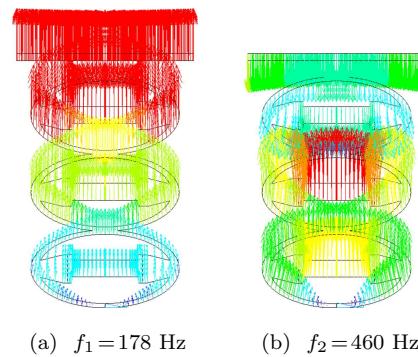


图 5 叠合结构弯张换能器空气中前两阶振动模态矢量图

对换能器的所有稀土驱动单元施加 1 A 的驱动电流, 可计算得到换能器的各种谐波响应特性参数。图 6 为换能器在空气中阻抗计算曲线, 换能器在

空气中计算的谐振频率为 178 Hz, 此处计算的阻值  $R_a = 74.5 \Omega$ 。

图 7 为换能器在谐振频率点的振动位移云图, 图中的颜色变化揭示了从结构中心点 E 到活塞辐射面点 A 的振动位移放大的效果, 图中标注了每个关注点的振动位移, 可明确地、定量地证明叠合壳体的振幅多阶放大效应。

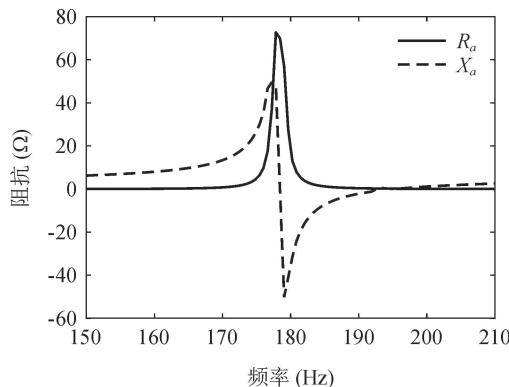


图 6 叠合结构弯张换能器空气中阻抗计算曲线

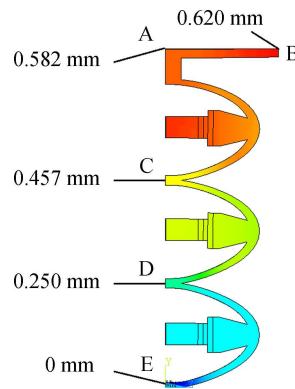


图 7 振动位移图

### 3.2 水中有限元设计分析

利用有限元软件的流体-固体耦合分析可进行换能器的辐射特性仿真, 能较为准确地预报换能器在工作状态的发射性能参数和阻抗参数。图 8 为叠合结构弯张换能器水中有限元模型图 (1/8 对称模型)。设定包围换能器圆筒边界的流体单元的径向位移为 0, 流体模型的远场半径取 20 m, 包围的密封外壳半径取 130 mm, 永磁体采用钕铁硼材料。

图 9 为换能器在水中的阻抗计算曲线, 图 10 为换能器在水中的发送电流响应计算曲线。计算结果显示, 发射换能器在水中的谐振频率  $f = 131$  Hz, 此时的电阻  $R_w = 34.8 \Omega$ , 最大发送电流响应  $TCR_{max} = 162.7$  dB。图 11 为换能器在水中发射声压分布云图 (谐振频率点), 可看出发射换能器在全空间产生的声场分布是均匀 (无指向性) 的。

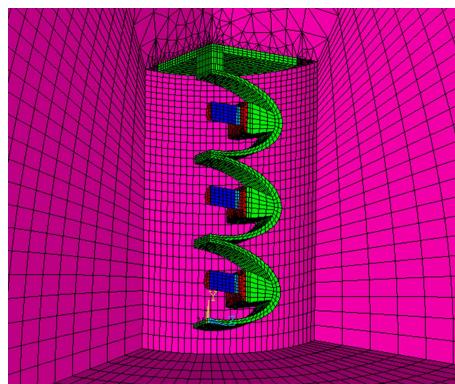


图 8 叠合结构弯张换能器水中有限元模型图

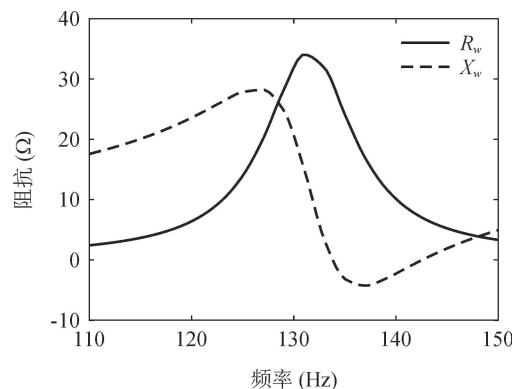


图 9 换能器水中阻抗计算曲线

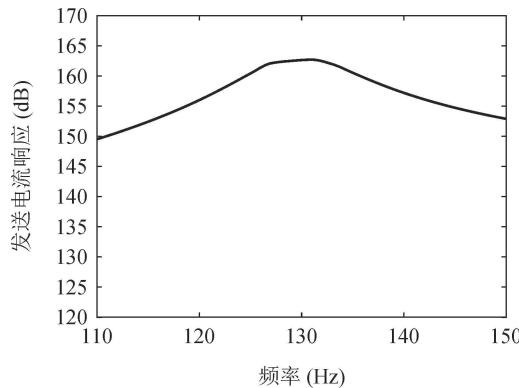


图 10 换能器水中发送电流响应计算曲线

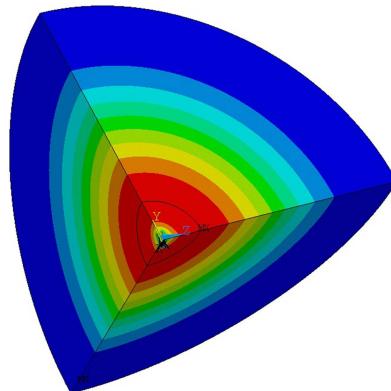


图 11 叠合结构弯张换能器水中辐射声压分布云图

## 4 实验结果与分析

### 4.1 换能器样机制作与测试

根据有限元仿真设计参数, 加工了叠合结构弯张换能器的壳体(见图 12(a)), 单个弯张壳体长轴尺寸为 176 mm, 短轴尺寸为 96 mm, 壳体壁厚 7 mm。制作了六单元子结构叠合弯张换能器的样机(见图 12(b))。换能器样机的外形尺寸为  $\Phi 230 \times 630$  mm, 总重量为 39 kg, 其中, 不锈钢材料制成的密封外壳重量为 18 kg。

对叠合结构超低频弯张换能器进行了湖上测试, 发送电流响应曲线见图 13, 换能器的谐振频率在 130 Hz, 最大发送电流响应 161.1 dB。对换能器施加 10.5Arms, 实测得到的最大发射声源级为 180.4 dB。

### 4.2 等效模型应用与分析讨论

换能器谐振频率由式(8)表达, 其中涉及的物理参数如下:

$$n_1 = 1/2, n_2 = 2/3, m_p = 0.75 \text{ kg} \text{ 为活塞质量,}$$



(a) 壳体照片



(b) 换能器实物

图 12 叠合结构壳体及换能器样机实物照片

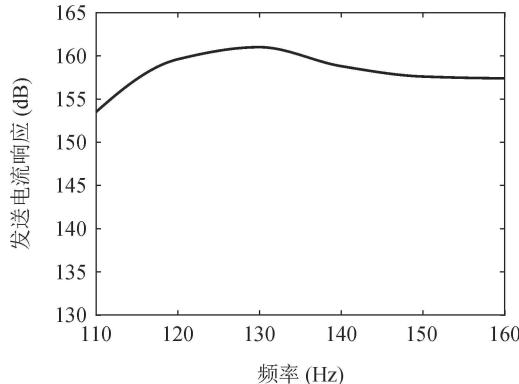


图 13 叠合结构弯张换能器发送电流响应实测曲线

$m_d = (1/4)m_0 = 0.71 \text{ kg}$  为平动等效质量, 以上为已知参数。利用等效电路支路阻抗方法<sup>[19]</sup>,  $m_{ea}$  为弯张振动等效质量,  $C_e$  为弯张振动等效力顺, 可以通过有限元的方法得到:

$$m_e = \frac{1}{4}m_{ea} = 0.073 \text{ kg}, \quad C_e = 1.45 \times 10^{-8} \text{ m/N},$$

$m_r$  为活塞水中辐射质量, 换能器样机为双活塞辐射, 对于单个活塞来讲, 相当于刚性无限大障板的活塞辐射, 应用文献 20 的经典公式可以得到:

$$m_r = 3 \text{ kg.}$$

根据以上参数, 由式(8)可计算出换能器的空气中谐振频率:  $f_a = 182 \text{ Hz}$ , 水中谐振频率:  $f_w = 115 \text{ Hz}$ 。

结合等效模型计算、有限元分析和实验结果, 将换能器主要参数列于表 1 中, 包括换能器空气中和水中谐振频率、换能器谐振点发送电流响应等。可以看出, 有限元的计算结果和实测结果符合性较好, 等效模型计算的谐振频率与实测结果相比具有一定的偏差, 水中谐振频率的计算偏差在 10% 左右。我们在建立叠合结构弯张换能器等效模型时, 从单个弯张

换能器子结构出发, 得到子结构换能器的等效质量和等效力矩, 这些等效参数与谐振状态下结构振型密切相关, 在叠合后换能器的谐振频率大幅降低, 体现在子结构换能器上的振型会有一定的差异性, 并且每个子结构换能器的振型也会因各自负载不同而存在差异, 从而使频率计算预报存在一定的误差。

表 1 换能器主要参数计算与实验结果对比

参数	空气中 谐振频率 (Hz)	水中 谐振频率 (Hz)	谐振点 电流响应 (dB)
等效模型	182	115	
有限元	178	131	162.7
实验测试	168	130	161.1

通过与有限元方法及实验测试结果对比, 表明等效模型对换能器谐振特性的计算预报基本准确, 验证了建模处理方法的合理性, 对复杂结构换能器的谐振特性给出了物理图像清晰的简捷模型表达, 在一定误差允许范围内等效模型是有效的。

## 5 结论

利用传统的 IV 型弯张壳体在短轴端点的振幅放大效应, 将多个弯张壳体在短轴方向进行机械叠合, 设计了叠合结构超低频弯张换能器, 可得到以下结论:

(1) 多个壳体的叠合结构使得壳体的短轴方向振动位移产生了多级放大并降低了换能器的整体刚度, 大幅降低了换能器的谐振频率。实测结果表明, 叠合结构弯张换能器设计方案实现了小尺寸、超低频工作特性。

(2) 建立了叠合结构弯张换能器等效电路模型, 推导了换能器的频率方程, 利用该模型可以较准确地预报换能器的频率特性, 换能器谐振频率计算结果可以指导换能器的设计工作。

(3) 弯张壳体的两端采用活塞辐射面设计, 并以叠合结构壳体上多级放大得到的最大振动位移作活塞运动, 有效地增加了体积位移输出, 有利于提高超低频声辐射能力。

后续工作拟对换能器的低刚度系统进行耐静水压力设计, 并通过适当加大长轴尺寸, 与短轴叠合尺寸协调匹配, 再增大活塞辐射面积来实现辐射功率的更大突破。后续工作还将开展换能器中每一个壳

体的驱动幅度、驱动位置的优化工作, 以期取得更好的功率重量比。

## 参 考 文 献

- 1 Rolt K D. History of the flexextensional electroacoustic transducer. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1990; **87**(3): 1340—1349
- 2 Bromfield G. Class IV flexextensional transducers//Power transducers for sonic and ultrasonic. Proceedings of the International Workshop, France, 1990: 48—59
- 3 Yongrae R, Kookjin K. Analysis and design of a flexextensional transducer by means of the finite element method. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 2008; **47**(5): 3997—4002
- 4 Feeney A, Tweedie A, Mathieson A et al. A miniaturized class IV flexextensional ultrasonic transducer. *Physics Procedia*, 2016; **87**: 10—15
- 5 莫喜平, 姜广军. IV 型弯张换能器振动辐射特性分析. 应用声学, 2001; **19**(2): 7—11
- 6 蓝宇, 王文芝, 王智元等. IV 型弯张换能器的有限元法应力分析. 哈尔滨工程大学学报, 2001; **22**(3): 33—36
- 7 吕可佳, 李俊宝, 邢建新, 尹义龙. 反铁电相变陶瓷低频发射换能器. 声学学报, 2011; **36**(5): 520—526
- 8 陈思, 蓝宇, 顾郑强. 压电单晶弯张换能器研究. 哈尔滨工程大学学报, 2010; **31**(9): 1167—1171
- 9 莫喜平. Terfenol-D 鱼唇式弯张换能器. 声学学报, 2001; **26**(1): 25—28
- 10 刘永平, 莫喜平, 柴勇, 张运强, 崔斌. 双壳嵌套鱼唇式弯张换能器. 声学学报, 2019; **44**(6): 1060—1067
- 11 李志强, 莫喜平, 张运强, 潘耀宗. 双椭圆壳串联宽带弯张换能器. 声学学报, 2016; **41**(4): 494—498
- 12 Zhou T F, Lan Y, Zhang Q C et al. A Conformal driving class IV flexextensional transducer. *Sensors*, 2018; **18**(7): 2102
- 13 陈思, 蓝宇. 长轴加长型宽带弯张换能器. 声学学报, 2011; **36**(6): 638—644
- 14 刘永平, 王智元, 蓝宇等. 单侧外部驱动弯张换能器. 应用声学, 2004; **23**(5): 7—10
- 15 Chen S, Lan Y, Tong H. Finite element design of a flexextensional transducer excited by a folded actuator//2009 Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications (SPAWDA 2009). Wuhan: IEEE, 2009: 14
- 16 Moosad K P B, Chandrashekhar G, Joseph M J et al. Class IV flexextensional transducer with a reflector. *Appl. Acoust.*, 2011; **72**: 127—131
- 17 Butler S C, Butler J L, Butler A L et al. A low-frequency directional flexextensional transducer and line array. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1997; **102**(1): 308—314
- 18 时文达. 多级位移放大低频弯张换能器研究. 硕士学位论文, 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2012
- 19 莫喜平, 姜广军. 弯张换能器的等效电路支路阻抗分析方法. 应用声学, 2001; **20**(2): 12—17
- 20 何祚镛, 赵玉芳. 声学理论基础. 北京: 国防工业出版社, 1981