

庆祝汪承灏先生 85 华诞

A0 模态 Lamb 波聚焦透镜的结构设计及实验研究^{*}

宋世超¹ 王 彬^{1,2} 李 鹏^{1,2†} 钱征华^{1,2†} 马廷锋³

(1 南京航空航天大学机械结构力学及控制国家重点实验室 南京 210016)

(2 南京航空航天大学深圳研究院 深圳 518057)

(3 宁波大学冲击与安全工程教育部重点实验室 宁波 315211)

2022 年 8 月 2 日收到

2022 年 10 月 20 日定稿

摘要 基于折射率的弯曲波透镜多在板结构上打孔或挖槽, 这种设计破坏了原有的结构, 降低了板的刚度和稳定性。鉴于此, 通过在板表面镶嵌棱柱的方式设计了 A0 模态 Lamb 波的聚焦透镜。首先, 详细讨论了棱柱的结构参数对 Lamb 波带隙的影响机理, 获取了波速与结构尺寸的定量关系, 并实现了透镜的结构设计; 其次, 有限元仿真了该聚焦透镜的工作性能, 包括聚焦位置、焦点处能量分布、聚焦尺寸、工作带宽等; 最后, 通过实验验证了该透镜设计的正确性。研究表明, 设计的透镜能够使弯曲波聚焦在预先设定位置, 且在不改变结构参数的情况下具有一定的工作频率带宽。该透镜设计方法具有聚焦性能优越、刚度强、易于加工等优点, 为声聚焦透镜在无损检测、能量收集等领域的实际应用提供了参考。

PACS 数: 43.38, 43.40, 43.50

The structural design and experimental investigation of focusing lens of A0 mode Lamb waves

SONG Shichao¹ WANG Bin^{1,2} LI Peng^{1,2†} QIAN Zhenghua^{1,2†} MA Tingfeng³

(1 State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of

Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016)

(2 Shenzhen Research Institute, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Shenzhen 518057)

(3 Key Laboratory of Impact and Safety Engineering, Ministry of Education, Ningbo University Ningbo 315211)

Received Aug. 2, 2022

Revised Oct. 20, 2022

Abstract The previous flexural wave lenses designed via refractive index are usually perforated on the plate, which destroys the structural integrity and reduces the stiffness and stability. In order to overcome this problem, an A0-wave-based focusing lens is designed based on the interference principle, in which different prisms are distributed on the plate surfaces. Firstly, the prism influence on band gaps is systemically investigated, the quantitative relation between prism height and phase velocity is obtained, and the lens is finalized. After that, the working performance is examined via FEM software, including focusing position, energy distribution near the focusing point, focusing size, frequency region and so forth. Finally, the lens is fabricated and experimental measured, which validates the structural design. Both numerical and experimental results demonstrate that the lens in this paper can efficiently focus the incident flexural wave on a fixed position, and also can work well in a frequency region centered the target frequency. The present design scheme has the advantages of superior focusing performance, high rigidity and easy processing, which provides guidance for the practical applications of acoustic focusing lenses in the fields of nondestructive testing and energy harvesting.

^{*} 国家自然科学基金项目 (11972276, 12061131013, 12172171)、宁波大学冲击与安全工程教育部重点实验室开放基金项目 (CJ20 2104)、机械结构力学及控制国家重点实验室自主研究课题项目 (MCMS-I-0522G01)、中央高校基本科研业务费 (NS2022011)、江苏省自然科学基金基金项目 (BK20211176) 和深圳市中央引导地方科技发展专项资金 (2021Szvup061) 资助

[†] 通讯作者: 李鹏, lipeng_mech@nuaa.edu.cn; 钱征华, qianzh@nuaa.edu.cn

引言

板状和壳状结构被广泛应用于航空航天结构^[1], 如机翼、舱门、太阳能折叠板等。随着航空航天领域科学技术的发展, 对板状材料无损检测技术的可靠性、灵敏性等方面的要求不断提高^[2-3]。Lamb 波是一种在厚度与激励声波波长为相同数量级的波导中由横波和纵波耦合形成的一种特殊形式的应力波, 由于其传播的波导为板, 也被称为板波。根据模态特征的不同, Lamb 波模态可以被分为 S 模态 (对称模态, 用 $S_0, S_1, S_2, \dots$ 表示) 和 A 模态 (反对称模态, 用 $A_0, A_1, A_2, \dots$ 表示)。其中, 对称模态是指板上下表面质点运动相对于中间层对称; 反对称模态是指上下表面质点运动关于中间层反对称。由于 A0 模态 Lamb 波易于被激发, 在板状结构中检测效率高, 被广泛用于板状的缺陷检测^[4-8]。实现对于 A0 模态 Lamb 波的聚焦功能, 进而显著提升接收信号的信噪比, 这对于提升 Lamb 波无损检测技术具有很大的参考价值, 也可极大扩展其应用范围。

聚焦透镜作为一种能够收集声波能量使其在近场或远场特定位置实现能量聚焦的超材料结构, 在成像^[9-14]、超声医疗^[15-17]、无损检测^[18-21]等领域具有广泛的应用前景。自超材料这一概念被提出后, 基于超材料的弹性波透镜也相继被提出, 例如, 基于零折射率材料或结构的声聚焦透镜^[22-23]、基于非均匀波导对声波散射作用的聚焦透镜^[24-25]、基于相变材料在不同相态时的折射率差异实现基波及二次谐波聚焦的内嵌式含相变材料透镜^[26]以及宽度能控制在半个波长以内的超构表面^[27-29]。目前, 实际应用中所提出的弹性波聚焦透镜结构多需要在板状结构上打孔或挖槽^[30-33], 虽然能够实现能量聚焦, 但破坏了原有结构的强度, 降低了结构的可靠性。而在板上布置凸起的超表面多利用非对称结构对波进行相位控制, Lamb 波通过该结构时会引起模态转换, 增加了波的反射与透射, 相应的能量耗散会影响聚焦效果。因此, 本文的目的在于设计一款易于加工、不降低板状结构强度、聚焦效果明显的聚焦透镜。

本研究将通过在板上下表面镶嵌棱柱的方式来设计并加工 A0 模态 Lamb 波透镜。该结构可通过调控棱柱的结构参数调控 Lamb 波的传播特性, 无需破坏板状结构的整体性, 并在一定程度上提升了板的刚度; 且整体结构关于板的中平面对称, 可减少波在透镜内部传播时的模态转换, 降低能量损耗, 提升聚焦效果。所设计的结构形式简单, 采用工程中常用的单相材料, 使用传统机械加工方式即可加工成型。本文

将讨论结构参数 (即棱柱的高度) 与 Lamb 波 (A0 模态) 波速的定量关系; 基于干涉原理控制波的传播速度, 设计相应的聚焦透镜, 通过有限元仿真分析工作频率对其聚焦位置、聚焦能量、聚焦尺寸等工作性能的影响, 并通过实验验证该透镜设计的合理性。本文的研究结果可为导波能量收集提供新的思路, 也能为导波聚焦的实际应用提供重要的参考价值。

1 含棱柱板中 Lamb 波的传播

在均匀厚度的平面弹性板上, 在图 1 所示的坐标系下, Lamb 波的位移分量可以表示为:

$$u_x = (x, z, t), \quad u_z = (x, z, t), \quad u_y = 0, \quad (1)$$

其波动特性可表示为 Rayleigh-Lamb 方程:

$$\frac{\tan(\sqrt{1-\zeta^2}D)}{\tan(\sqrt{\xi^2-\zeta^2}D)} = -\frac{4\zeta^2\sqrt{\xi^2-\zeta^2}\sqrt{1-\zeta^2}}{(2\zeta^2-1)}, \quad (2a)$$

$$\frac{\tan(\sqrt{\xi^2-\zeta^2}D)}{\tan(\sqrt{1-\zeta^2}D)} = -\frac{4\zeta^2\sqrt{\xi^2-\zeta^2}\sqrt{1-\zeta^2}}{(2\zeta^2-1)}, \quad (2b)$$

其中:

$$\zeta = c_t/c_p, \quad \xi = c_t/c_l, \quad D = k_th/2,$$

这里: $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ 表示横波波速, $c_l = \sqrt{(\lambda+2\mu)/\rho}$ 表示纵波波速, c_p 表示 Lamb 波相速度, μ 为剪切模量, λ 为拉梅常数, ρ 为材料密度, h 为板厚, k_t 为横波波数。式 (2a) 和式 (2b) 分别对应 Lamb 波传播时的对称模式 (S 模态) 和反对称模式 (A 模态)。低频情况下, 最低阶反对称模态 (即 A0) 的位移幅值相对对称模态大很多, 在超声无损检测等领域有着更广泛的应用^[34-35], 基于此, 本文重点考察 A0 模态, 低频情况下可近似为弯曲波。

为了实现聚焦透镜的设计并尽可能减小对称模态的影响, 本文在厚度为 h 的板的上下表面镶嵌相同的矩形棱柱, 上下的宽度均为 w , 高度均为 d , 如图 1 所示。选取含上下矩形棱柱的板作为超材料单胞进行研究, 该结构关于 x 轴对称, 选取板的宽度为 l 。

借助 Comsol Multiphysics 软件的二维固体力学模块对图 1 所示的单胞结构中 Lamb 波传播特性进行数值分析。模拟过程中, 采用工程中常用的铝板, 密度 $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$, 弹性模量 $E = 70 \text{ GPa}$, 泊松比 $\nu = 0.33$ ^[36]。由于声子晶体具有周期性, 在其左右两侧边施加 Floquet 边界条件, 其它边设置为应力自由, 采用三角形单元离散结构, 最终通过有限元计算得到反映波矢与频率之间色散关系的能带结构, 如图 2(a) 所示。

图 2(a) 中横坐标为无量纲波数 kl/π , 其取值 $[0, 1]$ 对应第一布里渊区 $[0, \pi/l]$ 。不同棱柱高度情况下从原点出发的两条曲线分别代表 A0 模态和 S0 模态。一方面, 伴随着棱柱高度的增大, A0 模态 Lamb 波的禁带逐渐增大; 另一方面, 其曲线斜率均发生了变化, 代表其波速随之发生变化, 因此在频率取固定值时可通过改变高度控制结构内 Lamb 波的传播波速。图 2(b) 反映了当频率取 3 kHz 时波速随高度的变化。随着高度的增加, d 在 $[0, 0.8 \text{ mm}]$ 范围内的

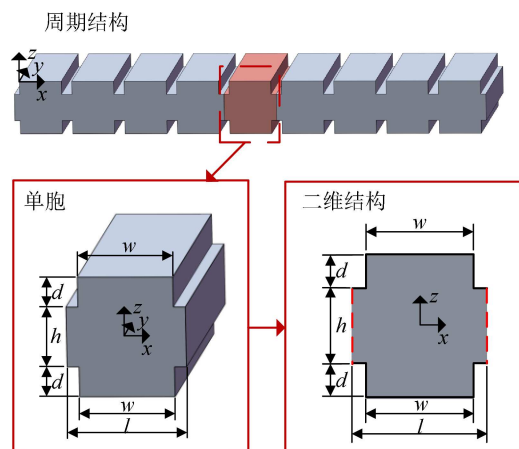


图 1 含矩形棱柱板的单胞结构及其二维简化模型

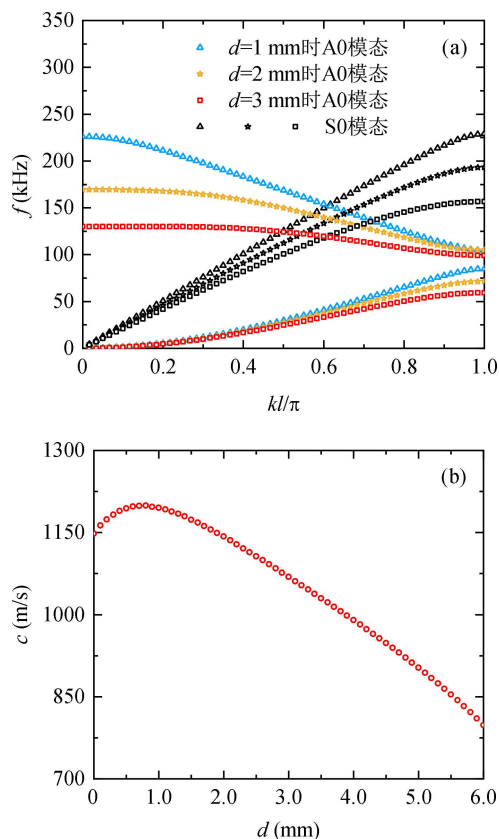


图 2 当 $h=5 \text{ mm}$, $l=10 \text{ mm}$, $w=8 \text{ mm}$ 时: (a) 棱柱高度 d 取不同值时 Lamb 波的能带结构; (b) 30 kHz 频率下 Lamb 波传播速度与棱柱高度 d 的关系

情况下, A0 模态的相速度逐渐增大, d 在 $[0.9 \text{ mm}, 6.0 \text{ mm}]$ 范围内的情况下, A0 模态的相速度逐渐降低, 基于此, 可通过控制棱柱高度 d 来调控其传播特性, 设计基于 A0 模态 Lamb 波的平面聚焦透镜。

2 聚焦透镜设计原理

本文要设计长度为 L 的聚焦透镜, 用于将平面入射的 A0 模态聚焦到距离透镜后方 L_f 的位置, 如图 3 所示。基于图 2 所得到的结果, 这里将该透镜沿 y 方向分割为 $2n+1$ 个通道, 每个通道内包含 m 个结构参数相同且周期排布的棱柱板, 但各通道内棱柱的高度 d 不相同, 以此来控制该通道内 A0 模态的传播速度。若使波在透镜右侧 L_f 处聚焦, 则需同时抵达该点, 即:

$$\frac{L}{c_0} + \frac{L_f}{c_f} = \frac{L}{c_i} + \frac{\sqrt{L_f^2 + D_i^2}}{c_f}, \quad (3)$$

其中, D_i 为第 i 个通道距中轴线 (x 轴) 的距离; c_0 为固定频率下中轴线通道内 A0 模态的传播速度; c_i 为第 i 个通道内 A0 模态的传播速度 (透镜关于中轴线对称, $i=1, 2, 3, \dots, n$); c_f 为平板内 A0 模态的传播速度。式 (3) 中, 等号左侧代表波通过中轴线通道到达聚焦点需要的时间, 等号右侧代表通过第 i 条通道到达聚焦点所需要的时间。A0 模态在通过通道后将发散, 并不会沿直线位置到达聚焦点, 所以本质上按式 (3) 进行的透镜设计要求平面波在经过透镜后在聚焦点达到同一相位。通过式 (3), 各通道内弯曲波的传播速度 c_i 即可得到:

$$c_i = \frac{L c_0 c_f}{L c_f + (L_f - \sqrt{L_f^2 + D_i^2}) c_0}. \quad (4)$$

当确定透镜的各个参数后, 通过式 (4) 求得聚焦透镜各通道内 A0 模态的波速, 再根据图 2(b) 反映的波速与棱柱高度之间的关系, 即可获取每个通道内应设置的高度 d , 从而完成透镜设计。

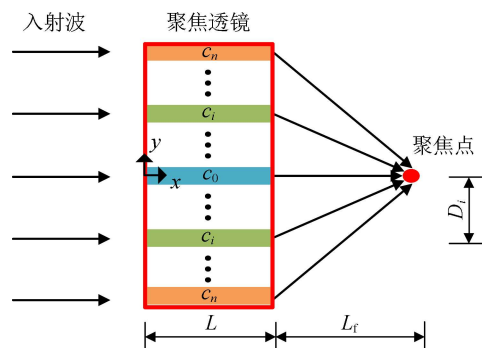


图 3 聚焦透镜设计原理

取 $L_f = 10$ cm, 透镜的通道数为 $2n+1=51$, 每个通道内的单胞数量 $m=20$ (板的宽度为 1 cm), 则透镜的宽度 $L=20$ cm。取每条通道沿 y 方向的厚度为 5 mm, 且为了减小通道间波的相互干扰, 令相邻通道间隔 0.2 mm。当该平面聚焦透镜在 3 kHz 频率下的聚焦点与透镜右侧的距离 $L_f = 10$ cm 时, 各通道内棱柱高度 d 及波速 c 与通道所在位置 y 轴方向坐标的关系如图 4 所示。

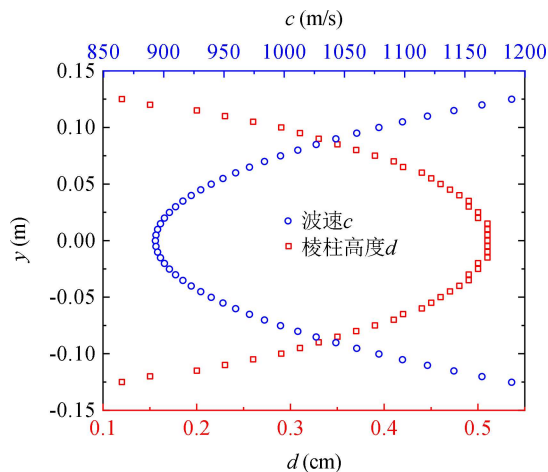


图 4 $f = 30$ kHz, $L_f = 10$ cm 时各通道内波速与棱柱高度 d 沿 y 方向的变化

3 聚焦透镜仿真分析

在 Comsol Multiphysics 软件固体力学模块的频率域中建立仿真模型, 如图 5 所示, 将聚焦透镜内置在厚度为 5 mm 的铝板中, 在其左侧 5 cm 处的直线上沿 z 轴方向施加作用力, 用于激发 A0 模态 Lamb 波。铝板四周设置 1 cm 宽度的完美匹配层, 用于吸收铝板边界处的反射波, 减少其对聚焦效果的干扰。

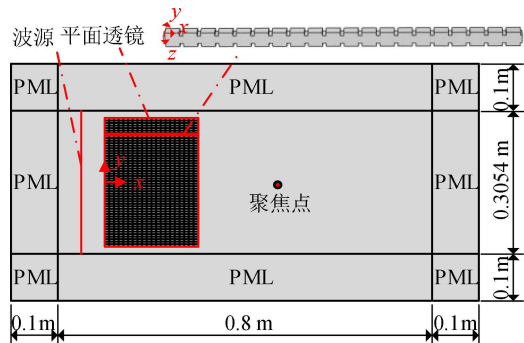
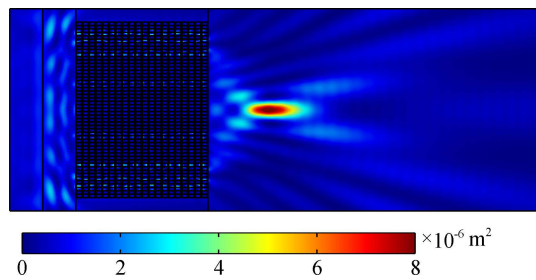


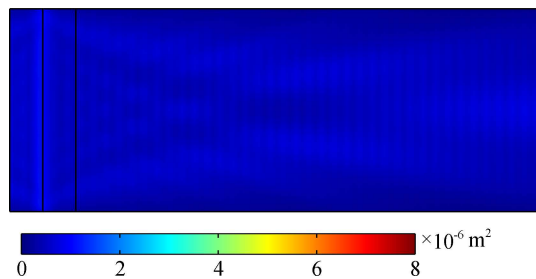
图 5 设置在铝板中的聚焦透镜仿真模型

图 6 为反映 3 kHz 时内置聚焦透镜与未内置透镜铝板内的 $|u_z|^2$ 云图对比, 内置聚焦透镜的铝板在聚焦透镜右侧形成了一个明显的聚焦点。为了进一步量化分析, 本文提取了 $|u_z|^2$ 沿 x 和 y 两个方向的变化趋势, 如图 7 所示。由此可见, 其聚焦位置为 $x =$

0.29 m 处, 与设计聚焦位置 $x = L + L_f = 0.3$ m 仅相差 1 cm (约为 0.29λ ; 30 kHz 时, A0 模态 Lamb 波波长为 $\lambda = 3.44$ cm), 这充分说明了本文透镜设计方法

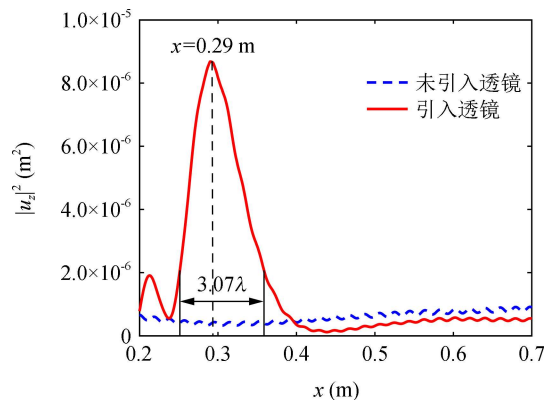


(a) 引入透镜

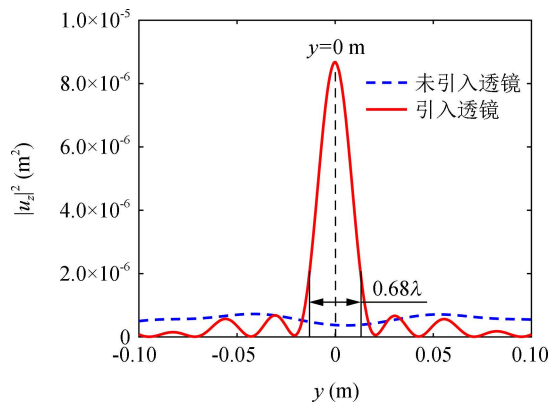


(b) 未引入透镜

图 6 $f = 30$ kHz 频域内 $|u_z|^2$ 的仿真结果



(a) $y = 0$ m 时 $|u_z|^2$ 随 x 轴变化



(b) $x = 0.29$ m 时 $|u_z|^2$ 随 y 轴变化

图 7 $f = 30$ kHz 时 $|u_z|^2$ 的变化趋势

的正确性; 聚焦点 $|u_z|^2$ 为 $8.68 \times 10^{-6} \text{ m}^2$, 与未内置透镜的铝板相比能量扩大了 24 倍。以 $|u_z|^2$ 的 1/4 为依据, 沿 x 轴和 y 轴方向的聚焦尺寸分布为 10.55 cm 和 2.33 cm, 即 3.07λ 和 0.68λ , 沿 y 轴方向的聚焦尺寸小于波长, 聚焦效果显著, 符合设计要求。

观察图 2 的带隙结构, 在 30 kHz 附近, A0 模态各曲线斜率的变化量很小, 这意味着其传播速度基本不变, 由此可以预测: 在平面透镜的结构参数不发生改变的情况下, 当工作频率在 30 kHz 附近时, 此透镜仍具有一定的聚焦效果。为了验证这一推测, 本文对该透镜进行扫频分析, 得到了其在 25~35 kHz 频率下的能量分布, 如图 8 所示。此外, 图 9 给出了 x 轴和 y 轴方向的聚焦尺寸、焦点距设计值 $x=0.3 \text{ m}$ 的误差、焦点处的能量扩大倍数随频率的变化趋势, 其

中聚焦尺寸和焦点距设计值 $x=0.3 \text{ m}$ 的误差均已用相应的波长进行了无量纲变换。由此可见, 随着工作频率的升高, 沿 x 轴、 y 轴方向的聚焦尺寸均有缩小趋势, 且沿 y 轴方向的聚焦尺寸均保持在一个波长以内。由于频率的升高, 透镜各通道内的速度差异也逐渐增大, 因此聚焦的位置也逐渐向透镜靠近。如果以距离设计值 $x=0.3 \text{ m}$ 的误差不大于 0.5λ 为准则, 则该透镜的工作频率应为 (26.35 kHz, 30.25 kHz), 如图中灰色标注。这里需要说明的是, 当频率发生改变后, 各通道内由于反射和透射导致的能量耗散程度不同, A0 模态的波速变化差异也并不相同, 波速与传播路径间的匹配关系发生了不同程度的改变。基于此, 51 个通道的差异叠加后, 能量增强倍数并不是线性变化, 如图 9(b) 所示。尽管如此, 在此工作

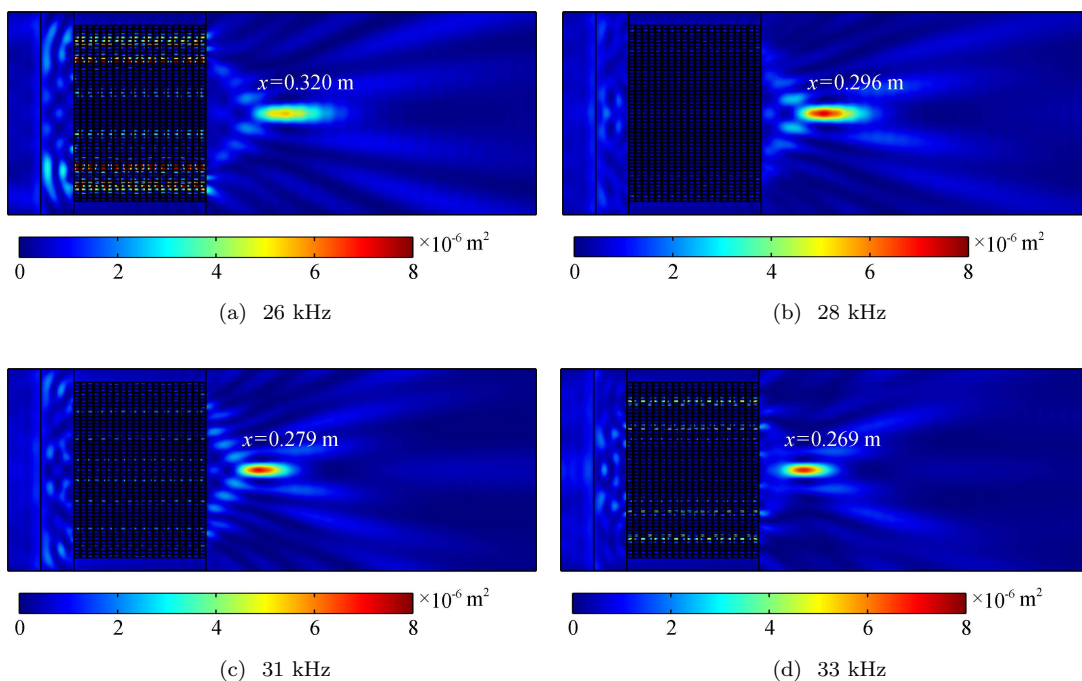


图 8 其它频率下 $|u_z|^2$ 的仿真结果

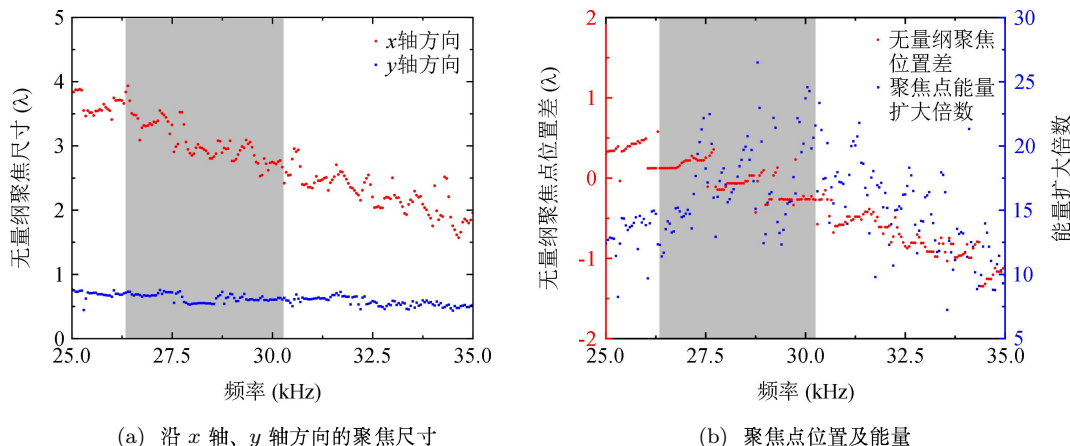


图 9 聚焦透镜在其它频率下聚焦效果

频率内, 聚焦点的能量扩大倍数在 11~26 倍之间, 这说明该聚焦透镜在宽频带下具有良好的能量聚焦效果。如果以其它准则为基准, 运用类似方法会得到不同的工作频率区间, 这里不再一一赘述。

4 Lamb 波铝板聚焦实验

为了进一步验证该透镜的正确性, 本文还开展了相关的实验研究。采用精密机械加工方式分别加工 51 个通道, 然后内嵌至铝板中形成透镜。实验中应用的设备包括信号发生器、功率放大器、示波器、换能器等, 主要的测试过程如图 10 所示, 透镜左侧粘贴 1 列 (9 个) 压电片, 每两个压电片之间间隔 3 cm, 用于激发平面入射的五波峰脉冲 A0 模态。铝板四周粘贴有阻尼胶, 用于吸收铝板边界的反射波, 以减少其对聚焦效果的影响。实验过程中, 利用信号发生器激发 30 kHz 的五波峰脉冲信号, 利用功率放大器对脉冲信号进行功率放大, 并对布置在聚焦透镜前 15 cm 处的并联压电片组进行信号激励, 同时激发的点波源传递在聚焦透镜前形成近似的平行波。Lamb 波通过聚焦透镜后在其右侧聚焦, 采用换能器对聚焦范围内的振动信号进行采集并转换为电压信号, 通过示波器可观察到采集到的时域信号, 对时域信号进行快速傅里叶变换即可得到频域信号。

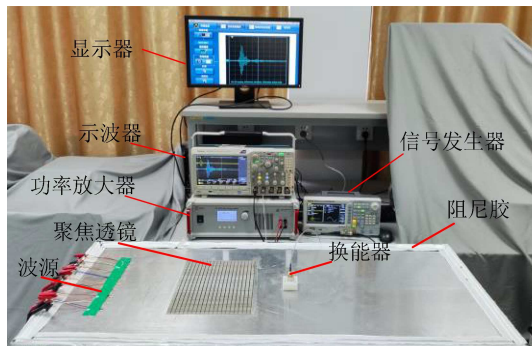


图 10 A0 模态 Lamb 波聚焦实验示意图

为了验证实验过程中激发和接收的是 A0 模态 Lamb 波, 本文首先在不含棱柱的平板中进行测试。在铝板表面取 6 个点 A, A_1, B, B_1, C, C_1 , 相邻两点距离相差 0.3 m, 如图 11 所示。比较直达波达到 3 组点的时间差即可判断激发的波形是否为 A0 模态 Lamb 波。应用图 10 所示的激发和接收方式, 各点采集到的电压信号如图 12 所示, 计算 3 组数据中距离与时间差的比值即可得到实验速度, 结果如表 1 所示。由表 1 可看出: 实验获得的群速度与理论 A0 模态的群速度基本吻合, 相对误差均在 5% 以内, 表明本文实验过程中激发和接收的信号为 A0 模态 Lamb 波。

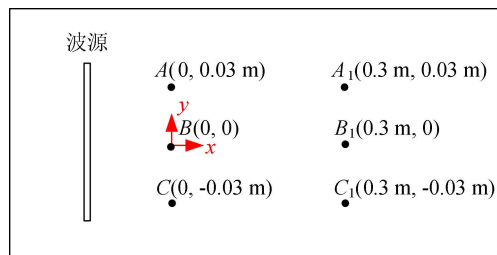
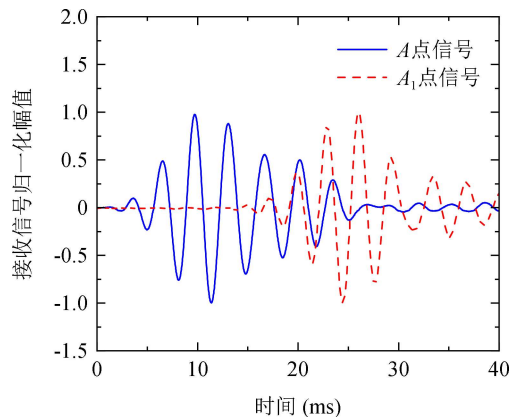
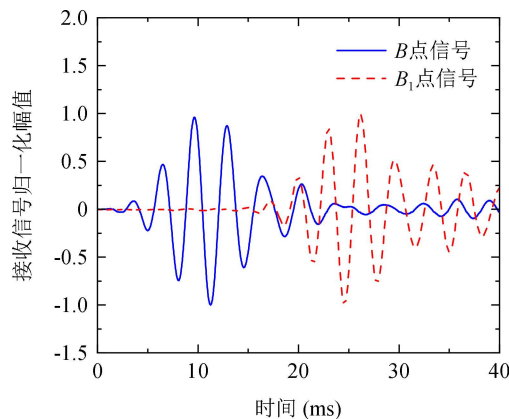


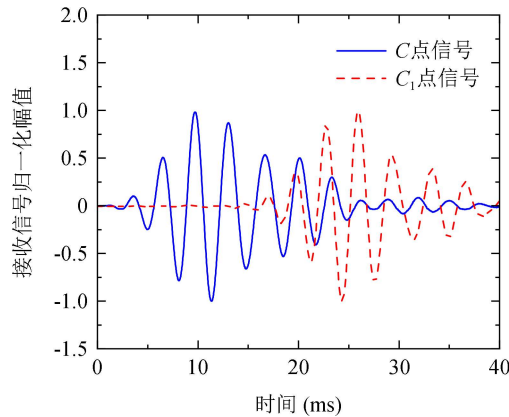
图 11 铝板内信号采集点示意图



(a) A, A_1 信号



(b) B, B_1 信号



(c) C, C_1 信号

图 12 各点接收信号

表 1 5 mm 厚铝板内实验测量波速与理论值的比较

波包	距离差 (m)	时间差 (10^{-5} s)	实验群速度 (m/s)	理论群速度 (m/s)	相对误差 (%)
A, A ₁	0.30	13.50	2222	2132	4.2
B, B ₁	0.30	14.52	2066	2132	3.1
C, C ₁	0.30	13.46	2228	2132	4.5

提取 30 kHz 频率下的电压值, 将各采样点的电压的平方绘制如图 13(b) 所示的能量云图。图 13(b) 中通过实验测得的该区域的能量分布结构与图 13(a) 所示的仿真结果相仿, 聚焦透镜右侧形成了明显的能量聚焦点, 该点能量远高于周围区域能量。提取该

聚焦点沿 x 轴与 y 轴的能量分布数据, 如图 14 所示, 聚焦点位于 (0.3 m, 0.005 m) 处, 与设计聚焦点 (0.3 m, 0) 在 x 轴位置吻合, 在 y 轴位置仅相差 5 mm。此外, 沿 x 轴与 y 轴的聚焦尺寸分别为 2.19λ 和 0.61λ , 沿 y 轴方向的聚焦尺寸小于一个波长, 聚焦性能优越。误差主要取决于以下几个方面: 首先, 本文的聚焦透镜是先加工各个通道而后通过由人工胶接而成, 不可避免地会导致透镜不完全对称; 其次, 接收换能器与板存在一定的接触面积, 所提取的电压是该接触面积内的电压和^[37-38], 而不是某点处的电压值。尽管如此, 图 13 和图 14 也充分证明了本文聚焦透镜设计理论的正确性。

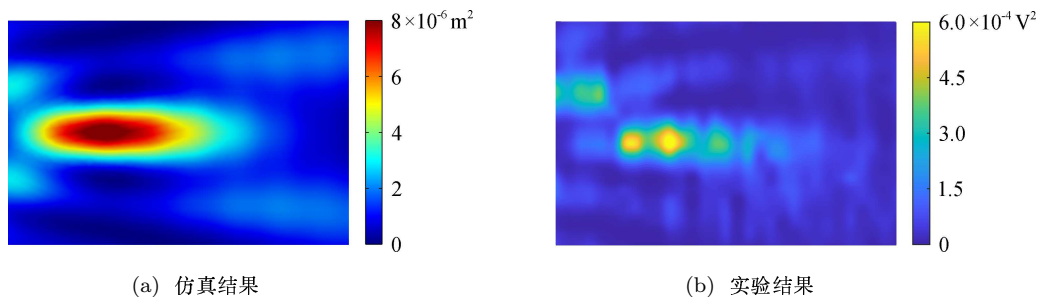
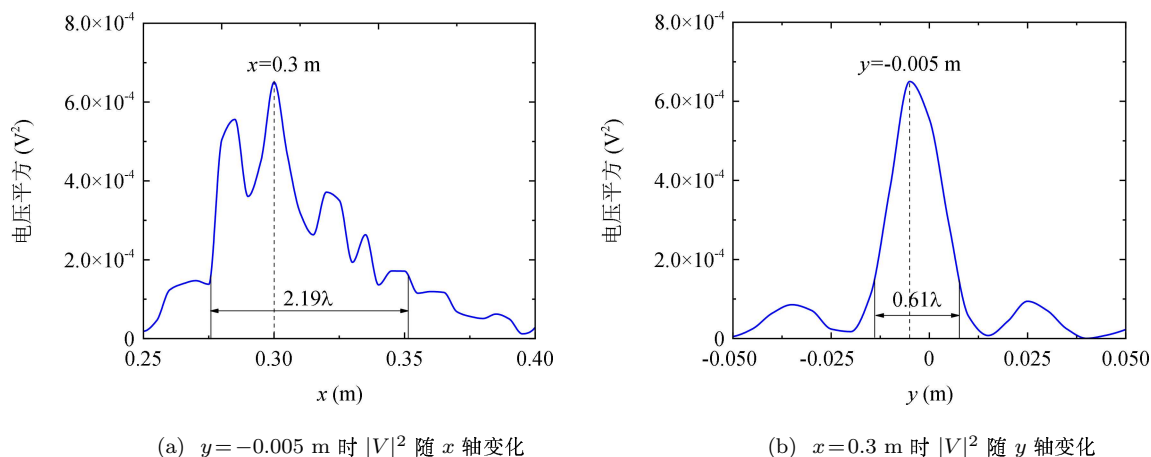


图 13 聚焦点附近区域内能量分布

图 14 $f = 30$ kHz 频域内实验数值

5 结论

本文首先讨论了含矩形棱柱板的棱柱高度对其能带结构的影响, 基于此特性设计了一种 A0 模态 Lamb 波的聚焦透镜, 并通过仿真与实验系统研究了其工作性能。研究结果表明: 该聚焦透镜聚焦位置准确, 聚焦点能量较高, 与普通平板相比, 其能量扩大倍数可达 24 倍; 此外, 该透镜还具有一定的工作带宽。由于透镜结构简单, 仅由单相材料组成, 采用传

统机械加工方式即可制造, 也可避免多相材所导致的脱粘及阻抗不匹配等问题。除此之外, 这种设计方法采用含棱柱板作为基本结构, 加工时无需在板状结构上打孔或挖槽, 不会降低结构的整体强度。

未来结合光刻工艺、3D 打印、电子束刻蚀工艺等多种超材料加工制造方法, 可研究在微小尺寸下, 该平面聚焦透镜的使用性能, 拓宽其在微型精密电子器件上的适用。本文工作可为能量收集提供一种实用方法, 也可为单相材料聚焦透镜在无损检测、吸声降噪等领域的实际应用提供参考和借鉴。

参 考 文 献

- 柴洪友, 高峰. 航天器结构与机构. 北京: 北京理工大学出版社, 2018: 168—173
- 王国珍, 黄克瑶, 朱妍焱. 结构健康监测技术研究及其在航空航天领域中的应用. 科技资讯, 2022; **20**(14): 56—58
- Ding X Y, Zhao Y X, Deng M X *et al.* One-way Lamb mixing method in thin plates with randomly distributed micro-cracks. *Int. J. Mech. Sci.*, 2020; **171**: 105371
- Ilyashenko A V, Kuznetsov S V. Theoretical aspects of applying Lamb waves in nondestructive testing of anisotropic media. *Russ. J. Nondestr. Test.*, 2017; **53**(4): 243—259
- Chen J, Li Z, Gong K. Nondestructive testing method based on Lamb waves for localization and extent of damage. *Acta Mech. Solida Sin.*, 2017; **30**(1): 65—74
- 焦敬品, 刘芸, 吴斌等. 金属板结构疲劳损伤二倍频兰姆波检测方法研究. 实验力学, 2021; **36**(2): 157—166
- Yeum C M, Sohn H, Ihn J B. Lamb wave mode decomposition using concentric ring and circular piezoelectric transducers. *Wave Motion*, 2011; **48**(4): 358—370
- Hua J D, Cao X W, Yi Y G *et al.* Time-frequency damage index of broadband Lamb wave for corrosion inspection. *J. Sound Vib.*, 2020; **464**: 114985
- Lee H, Oh J H, Seung H M *et al.* Extreme stiffness hyperbolic elastic metamaterial for total transmission subwavelength imaging. *Sci. Rep.*, 2016; **6**: 24026
- Dong H W, Zhao S D, Wang Y S *et al.* Broadband single-phase hyperbolic elastic metamaterials for super-resolution imaging. *Sci. Rep.*, 2018; **8**: 2247
- Jin Y, Wang W, Khelif A *et al.* Elastic metasurfaces for deep and robust subwavelength focusing and imaging. *Phys. Rev. Appl.*, 2021; **15**(2): 024005
- 杨世礼, 钟雨豪, 颜士玲等. 弹性板波超材料研究进展. 科学通报, 2022; **67**(12): 1232—1248
- Jiang X, He J, Zhang C *et al.* Three-dimensional ultrasound subwavelength arbitrary focusing with broadband sparse metalens. *Sci. China, Phys. Mech. Astron.*, 2022; **65**(2): 224311
- Song G Y, Huang B, Dong H Y *et al.* Broadband focusing acoustic lens based on fractal metamaterials. *Sci. Rep.*, 2016; **6**(1): 35929
- Nikolić V, Kaltenbacher B. Sensitivity analysis for shape optimization of a focusing acoustic lens in lithotripsy. *Appl. Math. Optim.*, 2017; **76**(2): 261—301
- 卫国倩, 韩建宁, 赵荣荣等. 基于声学超材料的近场线声源聚焦成像方法研究. 机械与电子, 2022; **40**(2): 3—7
- Xia J, Zhang X, Sun H *et al.* Broadband tunable acoustic asymmetric focusing lens from dual-layer metasurfaces. *Phys. Rev. Appl.*, 2018; **10**(1): 014016
- Huang S, Peng L, Sun H *et al.* Frequency response of an underwater acoustic focusing composite lens. *Appl. Acoust.*, 2021; **173**: 107692
- Tian Y, Shen Y, Rao D *et al.* Metamaterial improved nonlinear ultrasonics for fatigue damage detection. *Smart Mater. Struct.*, 2019; **28**(7): 75038
- Yan X, Zhu R, Huang G *et al.* Focusing guided waves using surface bonded elastic metamaterials. *Appl. Phys. Lett.*, 2013; **103**(12): 121901
- Song Y H, Shen Y F. A tunable phononic crystal system for elastic ultrasonic wave control. *Appl. Phys. Lett.*, 2021; **118**(22): 224104
- 夏建平, 葛勇, 孙宏祥, 袁寿其, 司乔瑞, 方欣, 张淑仪, 刘晓峻. 基于近零折射率材料的声非对称聚焦透镜. 声学学报, 2019; **44**(4): 765—771
- 陈佳惠, 蓝君, 王浩然等. 盘绕型声学超构材料的近零折射率特性研究. 南京大学学报 (自然科学), 2021; **57**(4): 695—701
- 郭威, 杨德森. 非均匀波导中的声聚焦. 物理学报, 2020; **69**(7): 96—107
- Li P, Biwa S. Flexural waves in a periodic non-uniform Euler-Bernoulli beam: Analysis for arbitrary contour profiles and applications to wave control. *Int. J. Mech. Sci.*, 2020; **188**: 105948
- 覃赵福, 陈浩, 胡涛政等. 基于导波驱动相变材料超构表面的基波及二次谐波聚焦. 物理学报, 2022; **71**(3): 181—190
- Cao L, Yang Z, Xu Y *et al.* Pillared elastic metasurface with constructive interference for flexural wave manipulation. *Mech. Syst. Signal Process.*, 2021; **146**: 107035
- Wang W, Iglesias J, Jin Y *et al.* Experimental realization of a pillared metasurface for flexural wave focusing. *APL Mater.*, 2021; **9**(5): 051125
- Qiu H, Chen M, Huan Q *et al.* Steering and focusing of fundamental shear horizontal guided waves in plates by using multiple-strip metasurfaces. *EPL*, 2019; **127**(4): 46004
- Yuan S, Chen A, Wang Y. Switchable multifunctional fish-bone elastic metasurface for transmitted plate wave modulation. *J. Sound Vib.*, 2020; **470**: 115168
- Zhu H, Semperlotti F. Anomalous Refraction of acoustic guided waves in solids with geometrically tapered metasurfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 2016; **117**(3): 034302
- 范旭东, 朱一凡, 袁樱, 梁彬, 邹欣晔, 杨京, 程建春. 声学宽带多焦点聚焦. 声学学报, 2016; **41**(5): 613—619
- 邱媛媛, 林洲, 章东. 复合法布里珀罗共振声学结构实现亚波长超声聚焦的研究. 声学学报, 2016; **41**(2): 189—194
- 夏闻泽, 李松松, 张宸宸等. EMAT 在铝板上下表面激发 Lamb 波的单一模态仿真研究. 电子测量技术, 2019; **42**(24): 17—21
- 石林泽, 程斌. 钢桥面板疲劳裂纹监测的 Lamb 导波传播特征的机理研究. 公路, 2022; **67**(7): 151—156
- Li P, Biwa S. The SH0 wave manipulation in graded stubbed plates and its application to wave focusing and frequency separation. *Smart Mater. Struct.*, 2019; **28**(11): 115004
- Raghavan A, Cesnik C E S. Finite-dimensional piezoelectric transducer modeling for guided wave based structural health monitoring. *Smart Mater. Struct.*, 2005; **14**(6): 1448—1461
- Koduru J P, Rose J L. Transducer arrays for omnidirectional guided wave mode control in plate like structures. *Smart Mater. Struct.*, 2012; **22**(1): 15010